

复合材料

及其结构的力学进展

第三册

王震鸣 范赋群 吴代华 主编

武汉工业大学出版社



088

F H C L J Q J G D L X J Z

复合材料及其结构的力学进展

(第三册)

王震鸣 范赋群 吴代华 主编

武汉工业大学出版社

鄂新登字13号

内 容 简 介

《复合材料及其结构的力学进展》是论述国内外有关复合材料及其结构的力学等方面新近进展的论文集。第一、二册已由华南理工大学出版社出版。本书为第三册,共收集了16篇论文,是由我国复合材料力学界和工程界的学者和专家编写的,经过主编的认真审阅和修改。文集第三册以作者的近期研究工作为主,也介绍了和专题有关的国内外新近进展,内容比较广泛和重要,具有较高的学术水平,提供了大量的近期文献目录和信息,具有很大的参考价值,适宜于从事这一领域的研究、教学、设计制造等各类人员(大学生、研究生、研究员和教授)参考。

复 合 材 料 及 其 结 构 的 力 学 进 展

(第三册)

主 编 王震鸣 范赋群 吴代华
责任编辑 张志新 石光漪 金 和 赵大刚

*

武汉工业大学出版社出版发行

(武昌珞狮路14号 邮码 430070)

中国科学院开封印刷厂印刷

*

开本: 787×1092毫米1/16 印张: 19.25 字数: 450千字

1992年11月第1版 1992年11月第1次印刷

印数: 1—1000册

ISBN 7-5629-0669-6/O·30

定价: 12.50元

前 言

改革开放十多年来,我国的复合材料事业,其中包括复合材料力学、复合材料结构力学、复合材料及其结构的设计制造、复合材料及其结构的分析计算和实验(试验)等,都有了迅速的发展。但和国际水平相比,除少数领域外,都还有不小的差距。为了缩小这个差距,需要了解情况并作多方面的努力。

对于结构复合材料和复合材料结构来说,在设计、制造、研究和应用时,它的力学问题是很重要的,有时起决定性的作用。在复合材料的力学问题中,包括微观(细观)力学和宏观力学问题,包括刚度分析、强度分析和应力分析问题,包括断裂、疲劳、冲击、蠕变和损伤问题,包括复合效应、混杂效应、本构关系、破坏机理、强度准则、环境影响、应力集中、边缘效应、连接问题、实验力学、计算力学、界面力学、工艺力学和设计优化等问题。在复合材料结构的力学问题中,包括结构的弯曲、稳定和振动问题;包括各种求解方法(解析法和数值解法)、结构设计优化、可靠性分析和各种结构试验等问题。其中又分为线性理论和非线性理论的问题。非线性问题又包括几何非线性、物理非线性和两者兼有的问题。在复合材料的板壳理论中,包括经典理论、一阶剪切变形理论和各种高阶理论问题。在屈曲问题中包括静力屈曲、动力屈曲、热屈曲和蠕变屈曲问题,还包括局部屈曲、整体屈曲、脱层屈曲和承载能力问题,前屈曲和后屈曲问题。在复合材料结构的制造和修理过程中,还会遇到不少工艺力学问题。因此,有关复合材料及其结构的力学问题是很多的,在此不可能都列举出来。掌握、研究和解决这些力学问题,对于改进设计、提高质量和降低成本是极其重要的。

复合材料及其结构的力学问题,有不少已经解决或得到初步解决。由于复合材料的迅速发展和广泛应用,新的力学问题就不断出现,有待于研究解决。已初步解决的力学问题,由于发展的需要,还需作更深入、更系统、更切合实际和更精确的研究。总结和评述某一专题或领域的论文,虽然时有出现,有的论述比较简单,有的论述比较详细但为数不多,有的论文发表时间较早,已没有多大的参考价值。对于从事研究、设计制造和教学工作的人员来说,阅读进展性和评述性的论文,可了解某一领域的概貌和基本概念,由所列的主要文献和近期文献的目录,就有了深入研究某一专题的重要线索和信息,对读者的帮助肯定是相当大的,可以节省许多时间,特别是对于开始从事研究某一领域的同志们来说更是这样。

由于上述原因,中国力学学会复合材料力学专业组在力学学会办公室的支持和帮助下,得到了国家自然科学基金会力学处的资助,由罗祖道教授和王震鸣研究员任主编,在1988年编辑了《复合材料力学进展》(文集),共收集12篇论文,由北京大学出版社终审改注。在1992年出版。

本文集的编辑方针与《复合材料力学进展》相同,实为有密切联系的著作,出版费用自筹。本文集由王震鸣研究员和范赋群教授负责组稿。第一册由周履、王震鸣和范赋群任主编,共16篇论文;第二册由王震鸣和范赋群任主编,共17篇论文;第三册由王震鸣、

范赋群和吴代华教授任主编,共16篇论文。若有可能,将来还要编辑出版第四、五册。

《复合材料力学进展》和《《复合材料及其结构的力学进展》(第一、二、三册),总计61篇论文,已把复合材料及其结构的力学问题基本上作了论述。从第三册起,多数论文以自己的近期研究工作为主,也介绍了和专题有关的国内外新近进展。以上文集是我国在这一领域工作的专家、学者和教授们共同努力的结果。虽然我们大家都进行了认真的工作和尽了最大的努力,限于条件和水平,文集的缺点错误肯定还是存在的,欢迎广大读者批评指正。现在要编著高水平的学术性专著,实在是太困难了。本书得以出版,要感谢为此作出贡献的有关方面和同志们。如果此书在推动我国复合材料及其结构的力学发展方面能起到积极作用和能使广大读者得益的话,我们就感到很高兴了。

编 者

目 录

第一章 复合材料力学的统计断裂理论和单向复合材料的随机临界核理论	范赋群 曾庆敦 (1)
第一节 引言	(1)
第二节 纤维强度分布的统计特性	(1)
第三节 纤维束的统计分析	(2)
第四节 链式模型	(3)
第五节 单向复合材料纵向拉伸的破坏形式	(4)
第六节 应力集中因子	(5)
第七节 复合材料力学的统计断裂理论	(6)
第八节 杂交(混杂)复合材料的统计分析	(11)
第九节 单向复合材料的随机临界核理论	(13)
参考文献	(18)
第二章 含夹杂脆性基体复合材料的几个力学问题	杜善义 韩杰才 (22)
第一节 引言	(22)
第二节 脆性基体含脆性夹杂的微结构力学	(23)
第三节 含随机分布晶须和微裂纹的脆性复合材料本构关系	(27)
第四节 含随机分布相变夹杂的陶瓷复合材料增韧	(33)
第五节 脆性基体含延性夹杂的增韧分析	(37)
第六节 结束语	(43)
参考文献	(43)
第三章 复合材料及其结构的粘弹性力学	张 恒 王震鸣 李 江 (45)
第一节 引言	(45)
第二节 聚合物材料的粘弹性本构关系	(45)
第三节 复合材料的粘弹性本构方程	(49)
第四节 动态粘弹性性能研究	(53)
第五节 复合材料结构粘弹性问题的求解	(55)
参考文献	(59)
第四章 复合材料含孔层合板拉伸强度的分析方法	李顺林 熊中侃 (61)
第一节 引言	(61)
第二节 应力集中系数法	(61)
第三节 材料力学分析模型法	(64)
第四节 断裂力学分析模型法	(66)
第五节 复合材料力学分析模型法	(67)

参考文献	(76)
第五章 纤维束及其单向复合材料应变率相关的统计本构理论研究	
.....夏源明 杨报昌	(78)
第一节 引言	(78)
第二节 冲击拉伸试验技术	(79)
第三节 组分材料的应变率相关性	(84)
第四节 单向纤维增强复合材料的应变率相关性	(90)
第五节 环境影响	(94)
第六节 展望	(97)
参考文献	(98)
第六章 复合材料层合结构层间应力的计算研究	顾德淦 (100)
第一节 引言	(100)
第二节 线弹性均匀拉伸模型的计算	(100)
第三节 其它线弹性模型的计算	(107)
第四节 非线性弹性模型的计算	(112)
第五节 弹塑性模型的计算	(114)
第六节 结语	(116)
参考文献	(117)
第七章 纤维增强复合材料的细观压缩失稳	魏悦广 杨卫 (118)
第一节 引言	(118)
第二节 细观压缩失稳的研究概况	(119)
第三节 平面弹塑性失稳理论	(122)
第四节 贯穿折曲带	(124)
第五节 表面失稳与扩展折曲带	(126)
第六节 压缩失稳模式的缺陷敏感性	(132)
第七节 水平破坏带的扩展	(134)
第八节 承压复合材料的增强与增韧	(136)
参考文献	(136)
第八章 复合材料在复杂加载下的强度与损伤研究	王兴业 杨光松 (137)
第一节 引言	(137)
第二节 复合材料在复杂应力状态下的强度问题	(138)
第三节 复合材料张量多项式强度准则的分析	(140)
第四节 张量多项式强度准则相互作用系数确定方法的探讨	(142)
第五节 复合材料在复杂应力状态下强度准则的实验研究	(147)
第六节 复合材料在双向载荷下的损伤	(153)
参考文献	(157)
第九章 任意铺设复合材料层板在复杂载荷下的屈曲与后屈曲分析	
.....曹大卫 成广民 马兰芝	(158)
第一节 引言	(158)

第二节	不对称层板屈曲、后屈曲的能量表达式	(160)
第三节	应用 Rayleigh-Ritz 法解屈曲与屈曲后问题	(166)
第四节	算例与讨论	(169)
	参考文献	(171)
第十章	复合材料柱型壳的铺层优化和初始后屈曲特性	孙国钧 (173)
第一节	引言	(173)
第二节	80年代复合材料圆柱壳铺层优化的研究进展	(174)
第三节	组合载荷作用下层合圆柱壳的铺层优化和实验研究	(178)
第四节	双向铺设层合圆柱壳的优化设计	(184)
第五节	复合材料加筋圆柱壳的优化设计	(187)
第六节	复合材料椭圆柱壳在轴压下的稳定性	(190)
	参考文献	(191)
第十一章	三相模型下复合材料的细观力学性质	罗海安 (193)
第一节	引言	(193)
第二节	三相模型下的 Eshelby 张量与修正的 Mori-Tanaka 方法	(193)
第三节	三相柱形模型下的刃型位错	(199)
第四节	三相模型下纤维增强复合材料的基体裂纹	(205)
第五节	三相模型下纤维增强复合材料的界面裂纹	(205)
第六节	结论	(209)
	参考文献	(210)
第十二章	复合材料结构连接的应力分析	吴代华 晏石林 (212)
第一节	引言	(212)
第二节	复合材料胶接接头分析	(213)
第三节	复合材料机械接头分析	(225)
	参考文献	(228)
第十三章	复合材料及其结构的湿热效应研究	陈浩然 息志臣 孙延波 (232)
第一节	引言	(232)
第二节	湿热瞬态分析	(234)
第三节	热自由边界效应	(239)
第四节	湿热变形和湿热应力	(247)
	参考文献	(254)
第十四章	用加权残值法分析计算不同边界条件下层板的屈曲问题	李卓球 (255)
第一节	引言	(255)
第二节	层板非线性弹性的屈曲计算与分析	(256)
第三节	层合圆柱曲板的非线性弹性屈曲	(261)
第四节	用加权残值法计算层板的后屈曲问题	(264)
第五节	层板高阶剪切变形理论的屈曲分析	(268)
	参考文献	(272)
第十五章	复合材料多连通板的应力场计算	林佳铿 王林江 (274)

第一节	引言	(274)
第二节	分析方法	(274)
第三节	算例	(279)
第四节	讨论和结论	(285)
	参考文献	(285)
第十六章 基体对玻璃纤维缠绕火箭发动机壳体强度影响机理的研究		
	嵇 醒 卢天健 顾星若	(287)
第一节	引言	(287)
第二节	实验结果分析	(287)
第三节	有限元分析	(289)
第四节	实验验证	(294)
第五节	最佳平衡系数 K_2	(295)
第六节	环氧树脂材料基体的层间剪切强度	(296)
第七节	层间剪切破坏的扫描电镜观察	(297)
第八节	结语	(298)
	参考文献	(299)

第一章 复合材料力学的统计断裂 理论和单向复合材料的随机临界 核理论^①

范赋群 曾庆敦

(华南理工大学)

第一节 引言

研究纤维增强复合材料的强度和断裂,通常有两种途径(宏观力学与细观力学)和两种理论(确定论与概率论)。在宏观力学的确定论中,所用的是各种强度准则、断裂判据和损伤演化方程,例如 Tai-Wu 理论、能量释放率判据、Kachanov-Hayhurst 蠕变损伤本构关系和演化方程等。考虑到传统强度理论的局限性,应用概率论来研究复合材料的强度和断裂问题,或把各种强度准则结合概率论进行研究,是近年来许多学者感兴趣的课题。深入研究复合材料的强度和断裂问题时,必须了解细观机理。事实上,复合材料的破坏是个随机过程,破坏模式极为复杂。因此,处理这类问题宜采用细观统计力学。研究表明,统计强度分析可反映复合材料的破坏机理,阐明一些用宏观力学无法解释的现象(如协同效应等),为建立细观结构与宏观性能之间的关系提供依据等。

迄今,关于复合材料的破坏机理和概率模型仍需深入研究。新近大量文献报导,用统计的观点(理论和实验)研究复合材料的破坏是很多学者重新感兴趣的课题。本章按纤维、纤维束和复合材料拉伸破坏的统计分析,给出近几年来文献综述,并着重介绍裂纹扩展统计理论和随机临界核理论。

第二节 纤维强度分布的统计特性

纤维的力学性能强烈地影响着叠层复合材料的性能。由于工艺和环境等因素的影响,纤维表面和内部不可避免地存在着许多缺陷(如蚀点、蚀坑、刻痕和微裂纹等)。脆性纤维(如玻璃、碳和硼纤维等)的特点是它们的强度具有明显的离散性,其强度取决于缺陷分布,尤其是最大缺陷的尺寸。由于缺陷分布的随机性,这就决定了纤维强度是个随机变量,且遵从极值分布理论。

纤维强度的统计分布规律是研究单向复合材料统计强度的一个问题。可用作描述纤

^① 国家自然科学基金资助项目。

纤维强度的分布函数主要有正态分布和 Weibull 分布。最常用的是两参数的 Weibull 分布

$$F(\sigma) = 1 - \exp(-\alpha\delta\sigma^\beta) = 1 - \exp\left[-\delta\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^\beta\right], \quad \sigma \geq 0 \quad (1)$$

这里, $F(\sigma)$ 是 δ 长的纤维在应力不超过 σ 时的破坏概率, α 或 $\sigma_0 (= \alpha^{-\frac{1}{\beta}})$ 为尺度参数, β 为形状参数。

由(1)式可求出纤维的平均强度,它与纤维的长度有关。据此用实验的方法可求出其中的 α, β 值。新近对碳纤维所做的实验表明^[1, 2], β 未必是个常数,它与样本大小及纤维长度有关。在通常的试验标距下,若取确定的子样数, β 值变化不大,可作常数处理。当长度减小(小于 2.5mm)时, β 值随长度减小而变小。这样,可使碳纤维的强度分布成为两个 β 值的叠加。若采用双峰 Weibull 分布^[3-5],可更好地描述这种纤维强度的分布,但这种分布函数包含有 4—6 个由实验确定的 Weibull 参数,更为复杂。

在复合材料强度的各种统计理论中,通常需要准确确定无效长度(约 0.5mm 或更小)下的纤维强度分布。对于这样短的纤维,用实验准确地测量其强度是很困难的,只能由一般试验标距下所得纤维平均强度,利用纤维强度的 Weibull 分布,推算出极短纤维的平均强度及其分布。文献[1, 2, 6]指出,这样处理会带来一些误差,因此 Phani 等^[6, 7]提出一种修正的 Weibull 分布函数,可适用于任意长度的纤维。至于其它形式的修正 Weibull 分布函数,可在文献[8-10]中找到。使用这些分布函数,可消除严重的尺寸效应。

值得指出,处在复合材料基体中的纤维强度与单独的纤维试验所得强度不完全相同,这就是所谓的就位强度(in situ strength)问题。这种现象实质上是由于复合材料中各材料的协同作用和相互影响的结果,使原有纤维本身的强度特性发生了一些变化。这个问题至今还没有简单的解答^[11]。

Weibull 分布能很好地描述纤维的强度分布。它有多种形式:两参数、三参数、双峰及多峰 Weibull 分布^[12]等。为简便起见,大多数均采用两参数形式。

第三节 纤维束的统计分析

纤维束的统计分析,除自身的实用性外,也是由纤维过渡到复合材料统计分析的中间环节。由 N 根纤维组成的纤维束强度,似应是各纤维的强度的平均值,但实际却非如此。用统计理论精确地确定单纤维强度与纤维束强度分布之间的关系是 Daniels 首先作出的。他早就证明了纤维束的断裂平均应力 σ_n 近似地服从正态分布

$$g(\sigma_n) = \frac{1}{\psi_n \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_n - \bar{\sigma}_n}{\psi_n}\right)^2\right] \quad (2)$$

其中, $g(\sigma_n)$ 是纤维束强度的密度分布函数, $\bar{\sigma}_n$ 是纤维束强度的均值由下式确定

$$\bar{\sigma}_n = \sigma_r [1 - F(\sigma_r)] \quad (3)$$

这里的 $F(\sigma)$ 是单纤维的强度分布函数, σ_r 由 $\sigma[1 - F(\sigma)]$ 取最大值解出。标准偏差为

$$\psi_n = \sigma_r \{F(\sigma_r)[1 - F(\sigma_r)]\}^{\frac{1}{2}} \cdot N^{-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

若取 $F(\sigma)$ 为两参数 Weibull 分布函数,可得最大纤维应力纤维束强度的均值

$$\sigma_r = (l\alpha\beta)^{-\frac{1}{\beta}} \quad (5)$$

$$\bar{\sigma}_n = (l\alpha\beta)^{-\frac{1}{\beta}} \exp\left(-\frac{1}{\beta}\right) \quad (6)$$

可见纤维束的平均强度比纤维的平均强度低。这与纤维强度的离散度有关：单纤维的离散度越大，纤维束强度就越低。

纤维束模型认为，所有纤维的断裂相互无关，且有相同的强度分布；未断纤维的伸长都相同；一根纤维断裂后即整根失效，其荷载由未断纤维平均分担（平均荷载分担法则）；不考虑基体的作用或纤维间的摩擦。对于基体和界面都很脆弱的情形，可用来初步估算复合材料的强度。

第四节 链式模型

Rosen^[13]在研究单向纤维增强复合材料的纵向拉伸破坏时，提出了无效长度 δ 的概念，并将复合材料视为 M 节的链环，见图 1。图中每一节 N 条长 δ 的纤维束（暂不计基体作用）视为一环，亦称为 δ 层。若诸纤维在同一 δ 层内断裂，该节环即破坏。只要链环中有一节环破坏，便意味着复合材料破坏。这样便将复合材料破坏概率的计算转化为至少有一节环破坏的概率计算，将纤维束模型与最弱环模型有机地结合起来。这就是链式模型。

Rosen 将已断纤维的卸载区长度（已断纤维的应力从零恢复到远场纤维应力的某一规定百分数（譬如 90%）所需的长度）定义为无效长度 δ ，并可用剪滞（*shear-lag*）分析求得。取纤维束模型中的长度 l 等于无效长度 δ ，就得到该层的强度分布

$$G(\sigma) = \int_0^{\sigma} g(\sigma) d\sigma \quad (7)$$

此即每一节环在应力水平 σ （按远场纤维应力计）下的破坏概率。长为 L 的试样，共有 $M = \frac{L}{\delta}$ 环，

根据最弱环理论，可求得至少有一节环破坏的（即复合材料的）强度分布：

$$H(\sigma) = 1 - [1 - G(\sigma)]^M \quad (8)$$

Rosen 的数值计算表明，由此得出的强度理论值比实验值^[14]约高一倍。其原因可能是没有考虑：(i) 纤维断裂引起邻近纤维的应力集中（因为有基体）；(ii) 裂纹扩展方式。此外，如何定义无效长度仍是个问题。

不久前，朱等^[15]发展了上述理论。他们将 δ 层内的 N 条纤维分成三组：已断纤维，在 δ 层不承载；断口邻近的一簇纤维出现应力集中；其它纤维不受断口影响。据此确定 Daniels 理论中丝束强度的分布函数，进而求得复合材料破坏时远场纤维的应力。其结果比在文献[13]中给出的好，更接近文献[14]的实验值；其缺点仍是未考虑裂纹扩展方式。

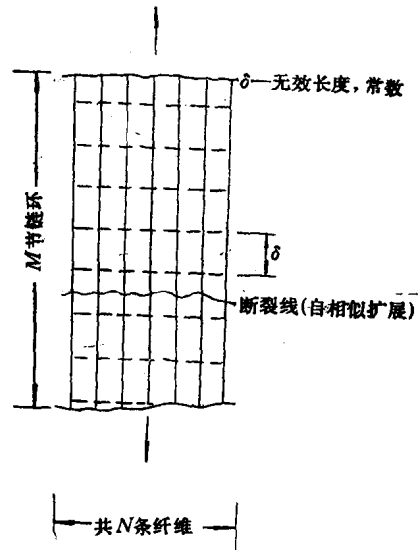


图 1 链式统计模型

第五节 单向复合材料纵向拉伸的破坏形式

从纤维束过渡到复合材料,须考虑基体及界面粘接的作用。由于组分性质、界面结合、纤维含量和几何排列等的差别,其破坏过程也不同。因为纤维、基体或界相中都可能存在“薄弱”环节,其强度表现与纤维或基体单独使用时的差别很大。随着荷载增长,薄弱环节先出现破坏源,其破坏范围将随机扩大;同时,破坏源的个数也随机增多;直至最后破坏。在一些纤维断裂后,损伤进一步增长的模式取决于基体和界面的性能。

如果基体是脆性的而界面结合良好,则纤维断裂处的裂纹将穿过基体引起邻近纤维的断裂,直到某个薄弱截面失去承载能力而导致整个材料破坏;若界面较弱,纤维断裂产生的应力集中使断裂纤维界面产生脱胶,引起部分纤维从基体中拔出;在基体或界面很弱的情况下,复合材料不同横截面上的裂纹可沿纤维方向脱胶或/和基体剪切破坏。因此单向复合材料纵向拉伸时至少有三种可能破坏模式:(i)脆性断裂(断口平整);(ii)有纤维拔出的基体脆断(断口不平整);(iii)不仅有纤维拔出,而且还带有较长范围内的界面或/和基体剪切破坏(类似于纤维束)。破坏模式还与纤维含量有关:含量低($V_f < 40$)的,主要呈现脆性断裂;中等含量($0.4 < V_f < 0.65$)的,表现为纤维拔出的脆断;含量高($V_f > 0.65$)或浸胶性能不好时,多为第三种形式破坏。

由于破坏是一个损伤累积的随机过程,所以处理这类问题最好采用概率论的方法。

Rosen^[14]所作的单向 E-玻璃/环氧纵向拉伸试验,旨在了解纤维断裂损伤及临界破坏方式。他发现:纤维断裂数是随荷载 σ 增大而随机增加的,纤维断裂的位置也是随机的,断裂纤维导致应力集中可使邻近纤维断裂;加载后期纤维断裂和最终破坏,都是多重断裂。

最近,Wagner等^[11]精心作了 E-玻璃/环氧、Kevlar 29/环氧、Kevlar 49/环氧和 Kevlar 149/环氧等的纵向拉伸试验,并用照像机和彩色电视摄像机监测其细观损伤过程和破坏模式。对于 E-玻璃/环氧试样,在总体破坏前,先在几处观察到单条纤维的随机断裂,接着是断口邻近纤维的破坏,直到稳定扩展至四条相邻纤维断裂(即临界裂纹),便立即发生裂纹失稳扩展而破坏。对于 Kevlar 29/环氧试样,破坏的引发事件是纤维/基体界面脱胶,即当某条纤维脱胶时伴随着基体横向裂纹的出现,此裂纹缓慢穿过相邻纤维,使得这条纤维也出现脱胶,一旦四条相邻纤维发生脱胶即出现所谓的临界损伤带(critical defect zone),便立即发生灾难性破坏(包括横断面上的纤维断裂)。对于纤维间距较大(约 5 倍纤维直径)的 Kevlar 49/环氧试件,其破坏是从某条纤维破坏开始,随后是裂纹扩展到基体引起邻近纤维逐条断裂,直至所有纤维破坏;其破坏过程始终是缓慢而稳定的,没有快速破坏阶段。Kevlar 149/环氧试件的破坏又是另一形式,在总体破坏前没有明显的损伤过程,一旦某条纤维发生破坏,立即出现横跨截面的损伤带,试样随即拉断;检查试样断口,不少纤维有撕裂现象。

可见不同类型复合材料的损伤过程和破坏模式是不同的,其原因也许是由于各种试样的纤维间距、纤维形状和沿纤维的缺陷分布不同所致。对于 E-玻璃/环氧复合材料的破坏,用第九节中的随机临界核理论可很好地描述其损伤过程;而如何用统计理论去分析其它形式的破坏,还有待进一步研究。

第六节 应力集中因子

单向纤维增强复合材料的纵向拉伸,考虑到基体的就位特性,其破坏多始于“最弱”的纤维。当一条或数条纤维断裂而形成裂纹后,在其周围产生局部应力扰动,引起邻近基体与纤维的应力集中。这些应力集中的大小和影响范围对研究复合材料的力学行为是很重要的,也是复合材料统计破坏理论的重要参数。近30年来,对这个问题的研究从不同角度一直在进行着,难于得到精确解,而现有的3-D有限元的计算能力也仅能处理纤维含量极少的情形;何况在复合材料的边缘或缺口附近会出现分层、脱胶、纤维伸缩和摩擦等复杂现象。用含裂纹的均匀各向异性等效体来替换复合材料的宏观方法,也很难应用,因为这种等效是有条件的,在裂纹附近不具备这个条件^[16]。较合理的是采用剪滞分析来计算应力重分布。这个分析假定:(i)所有位移是平行于纤维的;(ii)纤维只承受拉伸荷载;(iii)基体只承受剪切作用。剪滞分析虽是近似理论,但对五根纤维宽的硼/铝和Kevlar/环氧仅一条纤维断裂的算例表明,其结果与3-D有限元的计算几乎相同^[17,18]。所以剪滞分析是一种既合理又便于应用的细观力学应力分析模型。

Hedgepeth^[19]首次用剪滞模型分析了纤维断裂引起的应力重分布。对于无限宽的单一纤维复合材料单层,假定纤维等距排列,纤维和基体是线弹性材料且粘结良好,当有 r 条纤维连续断裂时,断口邻近纤维的最大应力集中因子为

$$K_r = \frac{4 \cdot 6 \cdots (2r + 2)}{3 \cdot 5 \cdots (2r + 1)}, (r = 1, 2, 3, \dots) \quad (9)$$

根据剪滞分析的假定可知,上式只给出低模量基体和 V_f 较大时的近似解。若基体较强而脆,剪滞分析可能给出较低的应力集中系数。事实上,应力集中的大小和影响范围高度依赖于纤维/基体的粘结特性,对基体的任何非线性响应也十分敏感。

Hedgepeth还将二维模型扩展到纤维是正方形和六角形排列的三维复合材料中去,并进一步研究了基体屈服、纤维脱粘对应力集中的影响。但他的剪滞分析不能用来研究缺口前缘有任意损伤时的应力重分布问题。对此,Zweben^[20]提出了一种近似分析法。此法将已断 r 条纤维的组合体称为断裂核(即割口),其两侧紧邻的是两条完整无损的纤维,其外侧是均匀复合材料区(不受断裂核影响)。断裂核邻近的基体可能出现损伤,这个区域称为非弹性区。设这个区内剪应力是常数且等于 $\eta\tau_m$, τ_m 是基体或界面的剪切屈服应力, η 称为剪切参数,在0与1之间变化。根据断裂核及其两侧纤维的平衡条件,可得控制方程,从而较易求出应力重分布。显然,Zweben的计算值均小于Hedgepeth的结果。

论文[16]对有限宽且具有中心割口的二维纤维增强复合材料采用了一个较为简便的力学模型,并求得了任意所需情况所有纤维的应力分布,其中包括基体为硬化材料时的形变理论解,这种情形用Hedgepeth模型是有困难的。其弹性计算结果表明,当 r 较小时,其值与Hedgepeth的很接近,但当 r 较大时,其值比Hedgepeth的大些。该文通过分析得出的一个重要结论为:裂纹前缘纤维中的应力分布及其影响区(过载区)的大小是随裂纹扩展而增大的。这个结论为改进裂纹扩展统计理论提供了一个重要论据。

为了继续寻求一种既简便而又精度高的分析模型。文献[21]将Zweben方法和文献[16]的方法进行改进,提出了一种较合理的简化模型,研究了缺口前缘区域的基体为弹

性和非弹性两种情况下的应力集中问题,得到了与现有理论和实验较为相符的结果。

Goree 等^[22, 23]应用剪滞分析对断口邻近的基体有屈服和劈裂的单向复合材料单层进行了研究;他们还矩形、圆形缺口的类似问题进行了研究。通过适当的变换,可将控制方程转换成两个积分方程来解,其结果与实验值较为吻合。

Fukuda 等^[24]采用剪滞分析的奇数、偶数模型,研究了含缺口有限宽单向复合材料的断裂问题。Nairn^[25]利用修正的剪滞模型对含有边缘、中心缺口有限宽的单向复合材料作了研究;也讨论了缺口邻近基体有屈服和劈裂的情形。用所得细观力学解结合断裂力学模型,得到横向裂纹扩展(纤维相继断裂)和纵向裂纹扩展(基体劈裂)的应变能释放率。实验证实^[26],这种细-宏观相结合算得的应变能释放率优于经典断裂力学的解。

Fukuda 等^[27]直接把 Hedgepeth 方法应用于高模量和低模量纤维相间排列的层内杂交复合材料单层应力集中因子的计算。Fariborz 和 Harlow^[28]通过改进 Zweben 模型,用剪滞分析计算了单一纤维复合材料和高模量、低模量纤维是任意(但不随机)排列的层内杂交复合材料单层的应力重分布。嵇醒等^[29]将 Hedgepeth 方法推广到动应力集中因子的计算,首次用动应力的观点解释层内杂交效应。

以上均假设纤维是等距排列的,而实际复合材料中的纤维往往是随机排列的。Smith^[30]、Fukuda^[31]和 Botdorf 等^[32]提出了各自的分析模型,对具有随机纤维间距的复合材料应力重分布进行了研究。

Wolstenhome 等^[33, 34]基于最大似然原理,提出了一种新的统计分析方法,对纤维复合材料的应力集中进行了统计推断。这种方法对进一步了解应力集中因子的性质是有益的,也有助于对复合材料统计模型的适用性作出判断。

第七节 复合材料力学的统计断裂理论

一、裂纹扩展统计理论

Daniels 早期提出的纤维束统计理论(可参阅 Daniels 和 Skyrme^[35]的一些近期研究),采用了平均荷载分担法则,这对复合材料并不合适。Rosen^[14]和 Zweben^[36]根据单向复合材料拉伸破坏的特点,首次提出了以链式模型为基础的裂纹扩展统计理论,其后是 Argon^[37]。在他们的统计理论中,有两个关键性假设:(i)无效长度为常数,约为5—10倍纤维直径;(ii)若计及应力集中,也只限于已断纤维紧邻的一小簇纤维上。Harlow 和 Phoenix 等^[38-42]率先用数学理论详细研究了上述体系;其后,Smith 等^[43, 44]导出了复合材料破坏概率的近似表达式(从数学上说是比较精确的)。

上述统计分析有两个主要特征:(i)把复杂的破坏过程限制在某一 δ 层内。当其纤维相继破坏至某一临界值 r^* (条)时,应力集中变得如此之大,致使复合材料发生灾难性破坏。 r^* 值一般在3—8之间,取决于给定的材料系统。(ii)若 Weibull 分布适用于单一纤维,则可由它导出复合材料的强度分布函数。

根据链式模型,由一节链(在基体中长为 δ 的 N 条平行纤维)的破坏概率可导出复合材料的破坏概率。但要精确计算一节链的破坏概率是一件极为困难的事(因为 N 是个很大的数)。

Zweben^[36]、Zweben 和 Rosen^[45]绕过这一困难,设想:在纤维断裂的累积过程中,只

要在某一层发生了 r 条以上纤维的相继断裂, 复合材料便达到它的破坏极限。这里的 r 是一个确定的正整数, 可作为临界裂纹尺寸的量度。如用 $E_r(\sigma)$ 表示试样中发生 r 条以上纤维相继断裂这一事件(记为 A_r)的期望数, 可将 Zweben 判据表成 $E_r(\sigma) = 1$ 。至此将问题转化为如何计算发生事件 A_r 的概率。

如长为 δ 的纤维其破坏概率是 $P_1 = F(\sigma)$, 则 MNF ($M = l/\delta$) 个元素, 在应力水平 σ 下就有 $MNF(\sigma)$ 个元素损坏, 即孤立破坏的期望数是

$$E_1(\sigma) = MNF(\sigma) \quad (10)$$

由于纤维孤立破坏, 引起相邻两侧纤维的应力在 δ 层内平均增至 $\bar{K}_1\sigma$ (\bar{K}_1 称为应力放大因子), 其破坏概率则为 $F(\bar{K}_1\sigma) - F(\sigma)$, 因此, 仅一条相邻纤维破坏的概率是

$$P_{1,1} = 2[F(\bar{K}_1\sigma) - F(\sigma)] - 2[F(\bar{K}_1\sigma) - F(\sigma)]^2 \quad (11)$$

而相邻两条纤维都破坏的概率为

$$P_{2,1} = [F(\bar{K}_1\sigma) - F(\sigma)]^2 \quad (12)$$

所以, 某一 δ 层中任一最弱纤维破坏后, 随之至少一相邻纤维也破坏的概率为

$$P_2 = F(\sigma)(P_{1,1} + P_{2,1}) \quad (13)$$

在复合材料中, 发生至少两纤维相继破坏的期望数为

$$E_2(\sigma) = MNP_2 \quad (14)$$

同理可求出 $E_3(\sigma)$ 、 $E_4(\sigma)$ 、……、 $E_r(\sigma)$, 不过, 随着 r 的增加, 求事件 A_r 的概率也变得越来越繁琐。文献[36, 45]分别就二维和三维问题给出了 $r = 1-4$ 时 $E_r(\sigma)$ 的表达式。

再来分析一下判据本身。 $E_r(\sigma) = 1$ 是一种根据裂纹扩展而判断破坏的准则, 其实并不尽然。首先, r 是一个需要确定的量, 其大小与纤维强度的离散性、基体性质、界面粘结强度及构件尺寸等因素有关。Zweben 并没有给出确定它的方法, 只是凭经验和为安全起见, 让它等于 2, 或让它符合已有的实验数据。其次, 随着 r 的增加, 累积断裂数也必然增加, 所以 $E_r(\sigma) = 1$ 也可视为累积削弱程度的一种度量。如不给予 r 以明确的意义, 就不能说构件一定是在 $E_r(\sigma) = 1$ 时由于裂纹扩展而断裂。因此, 要想模拟真实材料由于裂纹扩展而引起的破坏, 就应使 r 具有临界裂纹尺度的意义, 即应附加裂纹失稳扩展的条件。

另一问题是如何考虑断口附近的应力集中效应? 当某处的 i 条纤维发生相继断裂时, 通常假定应力扰动的效果可用断口紧邻的两条纤维的应力在 δ 层内“平均”增至 $\bar{K}_i\sigma$ 来近似。实际上, 断口邻近纤维的应力集中或应力 $\sigma_i(x)$ 是沿纤维长度变化的, 即从最大值 ($x = 0$ 处) 开始连续衰减。Zweben 简单地取 $\bar{K}_i = K_i$ (K_i 为 $x = 0$ 处的最大应力集中因子), 显然夸大了相邻纤维的断裂概率。Argon^[37] 提出一个较合理的折算法, 即在 δ 层内按非均匀应力分布算得的断裂概率和按平均升高到 $\bar{K}_i\sigma$ 的断裂概率相等以确定 \bar{K}_i 。按照这一方法, 假定纤维强度为 Weibull 分布, 可得

$$\bar{K}_i = \left\{ \frac{2}{\delta \sigma^\beta} \int_0^\delta [\sigma_i(x)]^\beta dx \right\}^{\frac{1}{\beta}} \quad (15)$$

与 Argon 的观点类似, Wolstenhome 等^[38] 指出, 断口邻近纤维的应力集中可用指数衰减函数 $1 + a \cdot \exp(-cx)$ 表示, 其中 a, c 是待定常数。同理得

$$\bar{K}_i = \left\{ \frac{2}{\delta} \int_0^\delta [1 + a \cdot \exp(-cx)]^\beta dx \right\}^{\frac{1}{\beta}} \quad (16)$$

采用应力放大因子虽然合理,但计算繁难不便应用。在大多数统计理论中仍粗略地用 K_i 代替 \bar{K}_i , 因为有许多因素还不能顾及,局部处理要求过严也不必要^[10]。

Argon^[37]根据计算机化的研究指出,裂纹稳定扩展的主要模式是由一“最弱”纤维破坏开始,而后向两对称扩展。当按这种方式构成一条具有临界尺度 r^* 的裂纹时,就会由于失稳扩展而破坏。由此可得某一 δ 层的强度分布

$$G(\sigma) = NA_0 A_1^2 A_2^3 \dots A_{r^*}^{r^*} (1 - A_0)^{N-r^*} \quad (17)$$

其中, $A_0 = F(\sigma)$, $A_1 = F(\bar{K}_1 \sigma) - F(\sigma)$, \dots , $A_r = F(\bar{K}_r \sigma) - F(\sigma)$ 。整个构件的破坏由链环模型(图1)确定,其强度分布是

$$H(\sigma) = 1 - [1 - G(\sigma)]^M \quad (18)$$

据此,Argon 给出断裂准则

$$\left. \begin{aligned} H(\sigma) &= H_0 \\ F(\bar{K}_r \sigma) &= Q_0 \approx 1, (\text{失稳扩展条件}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中 H_0 和 Q_0 是给定常数(譬如 $H_0 = 0.5$, $Q_0 = 0.99$),由此可求出 r^* 及复合材料的统计强度值。

文献[11,43]提出与 Argon 不同的看法,认为在发生“ r 长”裂纹的各种可能中,占优势的是在荷载水平 σ 下,某一纤维开始断裂,然后是相邻纤维逐条地在荷载 $K_1 \sigma$ 、 $K_2 \sigma$ 、 \dots 、 $K_{r-1} \sigma$ 下发生相继断裂。对于具有 N 条平行纤维的某一 δ 层,至少一条纤维破坏的概率是 $NF(\sigma)$,当 $\sigma \ll \sigma_s$,有 $NF(\sigma) \approx N\delta \left(\frac{\sigma}{\sigma_s}\right)^\beta$ 。某纤维破坏后,断口最邻近的两条纤维在应力 $K_1 \sigma$ 作用下至少有一条破坏的概率约为 $2\delta(K_1 \sigma / \sigma_s)^\beta$;因此在 δ 层中,至少有两纤维发生相继破坏的概率是 $2N\delta^2(\sigma / \sigma_s)^\beta (K_1 \sigma / \sigma_s)^\beta$ 。如此类推可得,至少有 r 条纤维发生相继破坏的概率是

$$2^{r-1} N \delta^r \left(\frac{\sigma}{\sigma_s}\right)^{\beta(r-1)} \prod_{i=1}^{r-1} \left(\frac{K_i \sigma}{\sigma_s}\right)^\beta$$

只要 r 达到某一临界值,裂纹必然失稳扩展。将上式改写可得某一 δ 层的破坏概率

$$G(\sigma) \approx 2^{r^*-1} N \delta^{r^*} (K_1 K_2 \dots K_{r^*-1})^\beta \left(\frac{\sigma}{\sigma_s}\right)^{\beta r^*} \quad (20)$$

临界值 r^* 须满足裂纹失稳扩展条件^[43]

$$\frac{\sigma_s}{K_{r^*}} < \sigma < \frac{\sigma_s}{K_{r^*-1}} \quad (21)$$

其意义是:当有 r^* 条纤维发生相继破坏时,前缘相邻纤维的破坏概率接近于 1 (必然发生破坏导致裂纹快速扩展)。(21)式与 Argon 的裂纹失稳扩展条件无本质差别。

文[11]进一步指出,复合材料的强度近似服从 Weibull 分布。将(20)式改写为

$$G(\sigma) \approx \left(\frac{\sigma}{\alpha_s}\right)^{\beta^*} \quad (22)$$

其中, $\beta^* = r^* \beta$, $\alpha_s = \sigma_s 2^{(1-r^*) / r^* \beta} N^{1/r^* \beta} \delta^{-1/\beta} (K_1 K_2 \dots K_{r^*-1})^{-1/\beta^*}$; 根据最弱环原理,