



Nonlinear Theory of Arches and Its Applications

拱的非线性理论 及其应用

魏德敏 著



科学出版社
www.sciencep.com

拱的非线性理论及其应用

Nonlinear Theory of Arches and Its Applications

魏德敏 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

拱是工程实际中最常用的结构形式,关于拱结构的研究已有悠久的历史,积累的成果相当丰富。本书系统地介绍了拱的线性理论、非线性冲击响应、动力屈曲和混沌三方面互相关联的内容,包括基本理论、近期进展、应用实例。全书共十二章,分为三篇。第一篇(第一章至第四章)阐述了拱结构的线性理论,第二篇(第五章至第十章)论述了结构在集中冲击荷载作用下动力响应的研究成果,第三篇(第十一章、第十二章)介绍了关于拱的其他非线性行为的研究成果。

本书的出版,不仅有助于涉足这一领域的研究者获得信息,同时有助于从事工程结构设计与施工管理的工程技术人员掌握新的设计理念,解决工程疑难问题。

图书在版编目(CIP)数据

拱的非线性理论及其应用/魏德敏著. —北京:科学出版社,2004

ISBN 7-03-013393-5

I. 拱… II. 魏… III. 拱-非线性-理论 N. TU340.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 045631 号

责任编辑:刘剑波/责任校对:刘艳妮

责任印制:吕春珉/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年6月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2004年6月第一次印刷 印张:13 1/4

印数:1—1 500 字数:248 200

定价:30.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

前 言

拱是工程实际中最常用的结构形式，特别是在桥梁工程中得到极为广泛的应用。我国可谓拱桥国度，其中驰名中外的河北赵州桥就是其代表之一。关于拱结构的研究已有悠久的历史，积累的成果丰富。随着科学技术的发展，关于拱的实验研究和理论分析手段和方法不断推陈出新，研究领域不断拓展，譬如拱非线性行为的仿真模拟，非弹性拱的冲击响应和振动屈曲，大跨度钢管混凝土拱桥的设计理论和施工技术的研究等等。因此，有必要出版这样一本关于拱的专著，它既能阐述基本成熟的拱的线性理论、工程实用计算理论和方法，又能反映关于拱非线性行为研究的最新成果。作者力图使本书具有这样的特色，那就是理论与应用并重，以及由线性到非线性的系统性，从而帮助涉足这一领域的研究者用不多的时间获取足够多的信息，深入开展高起点的研究工作，同时帮助从事工程结构设计与施工管理的工程技术人员掌握一些新的设计思想和理论，解决工程实际中的疑难问题。

本书共十二章，分为三篇。第一篇（第一章至第四章）是拱结构的线性理论，包括拱的内力分析，力影响线及其应用，振动分析，抗震设计。第二篇（第五章至第十章）是全书的重点，论述了结构在集中冲击荷载作用下动力响应的研究成果，有实验研究和理论分析，理论分析又包括小变形分析和大变形分析。冲击实验分为垂直冲击和水平冲击两种形式；刚塑性拱受垂直冲击的小变形响应是基于塔姆施最小加速度原理的分析，刚塑性大变形响应是基于瞬时构形法的分析。其他冲击形式下拱的非弹性大变形响应是基于能量原理的分析。第三篇（第十一章、第十二章）是关于拱的其他非线性行为的研究成果。第十一章主要论述利用数学突变理论研究拱的非线性动力稳定性的基本思路，内容包括拱在周期荷载下的振动屈曲，在支座突然沉陷情况下的动力屈曲。第十二章用一种无网格方法分析了弹性拱的几何大变形问题，对拱在动力荷载作用下的混沌运动做了初步研究。

作者衷心感谢将我领入结构非线性动力行为研究领域的恩师、太原理工大学杨桂通教授。二十多年来，恩师始终如一地关注和支持着我，并始终以其学者的风范深深感染着我，使我能够潜心钻研，学有所成。我还要向北京大学武际可教授、清华大学徐秉业教授表示感谢，他们提出的许多宝贵意见使本书增色不少。另外，我在此向香港理工大学余同希教授、太原理工大学赵隆茂教授、上海交通大学王德禹教授、华南理工大学韩强教授等众多同行表示深深的谢意，正是由于他们所做出的突出成果，才使本书的内容极大地丰富。

本书部分内容的研究工作曾得到国家自然科学基金、山西省自然科学基金的

资助。本书的出版得到华南理工大学建筑学院的积极支持。在此一并表示感谢。

人们对科学问题的认识在不断深入,科学研究的方法和手段也在不断进步。本书许多论点代表作者个人对这些问题的认识和理解,因而一定存在不足之处,谨请读者批评指正。

魏 德 敏

2004 年 3 月于广州华南理工大学

目 录

前言

第一篇 拱的线性理论及其应用

第一章 拱的静力分析	3
1.1 概述	3
1.2 三铰拱	4
1.3 无铰拱.....	15
1.4 两铰拱.....	36
本章小结	40
参考文献	40
第二章 拱的平面弯曲屈曲	41
2.1 曲杆的平面弯曲.....	41
2.2 圆拱的平面屈曲.....	44
2.3 非圆拱的平面屈曲.....	51
2.4 拱的计算长度.....	53
2.5 扁拱的平面屈曲.....	55
本章小结	57
参考文献	58
第三章 拱的平面振动	59
3.1 圆拱的平面振动.....	59
3.2 抛物线拱的平面振动.....	62
3.3 反对称基频的近似计算.....	68
本章小结	72
参考文献	72
第四章 拱的水平地震响应	73
4.1 单拱的地震响应.....	73
4.2 连拱的地震响应.....	81
本章小结	84
参考文献	84

第二篇 拱的冲击响应

第五章 绪论	87
5.1 结构冲击响应的研究回顾	87
5.2 拱的冲击动力响应的研究概况	93
本章小结	94
参考文献	94
第六章 集中冲击实验研究	99
6.1 垂直冲击实验	99
6.2 水平冲击实验	105
本章小结	107
参考文献	107
第七章 垂直冲击下的刚塑性小变形响应	108
7.1 基本公式	108
7.2 分析过程	113
7.3 结果与结论	114
本章小结	118
参考文献	118
第八章 垂直冲击下的刚塑性大变形响应	119
8.1 基本公式	119
8.2 响应分析	130
8.3 结果与结论	133
本章小结	141
参考文献	142
第九章 垂直冲击下的刚黏塑性大变形响应	143
9.1 力学模型	143
9.2 基本方程	146
9.3 计算过程	148
9.4 计算结果	150
本章小结	153
参考文献	153
第十章 其他冲击下的刚塑性大变形响应	154
10.1 水平冲击下的响应	154
10.2 内部冲击下的响应	157
本章小结	160

参考文献.....	160
-----------	-----

第三篇 拱的其他非线性问题

第十一章 弹性拱的非线性动力屈曲	163
11.1 周期荷载下的振动屈曲.....	163
11.2 支座沉陷引起的屈曲.....	167
11.3 复合材料拱的动力屈曲.....	170
本章小结.....	175
参考文献.....	175
第十二章 弹性拱的其他非线性响应	177
12.1 拱的几何非线性分析.....	177
12.2 弹性拱的混沌响应.....	181
本章小结.....	186
参考文献.....	186
附录	187
A 最小加速度原理	187
B 模态解方法	190
C 基本突变理论简介	193

Contents

Preface

Part I Linear Theory of Arches

Chapter 1 Static Analysis of Arches	3
1.1 General Concepts	3
1.2 The Three-hinge Arches	4
1.3 The Non-hinge Arches	15
1.4 The Two-hinge Arches	36
Summary	40
References	40
Chapter 2 Plane Buckling of Arches	41
2.1 Plane Bending of Curved Beams	41
2.2 Plane Buckling of Circular Arches	44
2.3 Plane Buckling of Non-circular Arches	51
2.4 Calculating Length of Arches	53
2.5 Plane Buckling of Shallow Arches	55
Summary	57
References	58
Chapter 3 Plane Vibration of Arches	59
3.1 Plane Free Vibration of Circular Arches	59
3.2 Plane Free Vibration of Parabolic Arches	62
3.3 Approximate Calculation of Anti-symmetrical Frequency	68
Summary	72
References	72
Chapter 4 Horizontal Seismic Response of Arches	73
4.1 Seismic Response of One-span Arches	73
4.2 Seismic Response of Continuous Arches	81
Summary	84
References	84

Part II Impact Response of Arches

Chapter 5 Introduction	87
5.1 Review of Investigation for Impact Response of Structures	87
5.2 General Situation of Dynamic Response of Arches under Impact	93
Summary	94
References	94
Chapter 6 Experimental Investigation under the Concentrated Impact	99
6.1 Experiments under a Vertical Impact	99
6.2 Experiments under a Horizontal Impact	105
Summary	107
References	107
Chapter 7 Small Deformation Response of Rigid-plastic Arches under Vertical Impact	108
7.1 Essential Formulas	108
7.2 Analysis Process	113
7.3 Results and Conclusions	114
Summary	118
References	118
Chapter 8 Large Deformation Response of Rigid-plastic Arches under Vertical Impact	119
8.1 Basic Formulas	119
8.2 Response Analyses	130
8.3 Results and Conclusions	133
Summary	141
References	142
Chapter 9 Large Deformation Response of Rigid Visco-plastic Arches under Vertical Impact	143
9.1 Mechanical Model	143
9.2 Essential Equations	146
9.3 Process of Calculation	148
9.4 Computational Results	150
Summary	153
References	153
Chapter 10 Large Deformation Response of Rigid-plastic Arches	

under Other Impact Loadings	154
10.1 Response under a Horizontal Impact	154
10.2 Response under an Internal Impact	157
Summary	160
References	160

Part III Other Nonlinear Problems of Arches

Chapter 11 Nonlinear Dynamic Buckling of Elastic Arches	163
11.1 Resonance Buckling under the Periodic Load	163
11.2 Catastrophe Buckling for the Support Settling	167
11.3 Dynamic Buckling of Composite-material Arches	170
Summary	175
References	175
Chapter 12 Nonlinear Behaviors of Elastic Arches	177
12.1 Geometrical Nonlinear Analyses of Arches	177
12.2 Chaos Response of Arches	181
Summary	186
References	186
Appendix	187
A Principle of Minimum Acceleration	187
B Mode Solution Method	190
C Fundamental Knowledge of Catastrophe Theory	193

第一篇

拱的线性理论及其应用

第一章 拱的静力分析

1.1 概 述

拱是杆轴为曲线并且在竖向荷载作用下会产生水平推力的工程结构。拱常用的形式有三铰拱、两铰拱和无铰拱等几种,如图 1.1(a)、(b)和(c)所示。其中三铰拱是静定的,后两种拱是超静定的。本章先讨论静定拱,再讨论超静定拱。

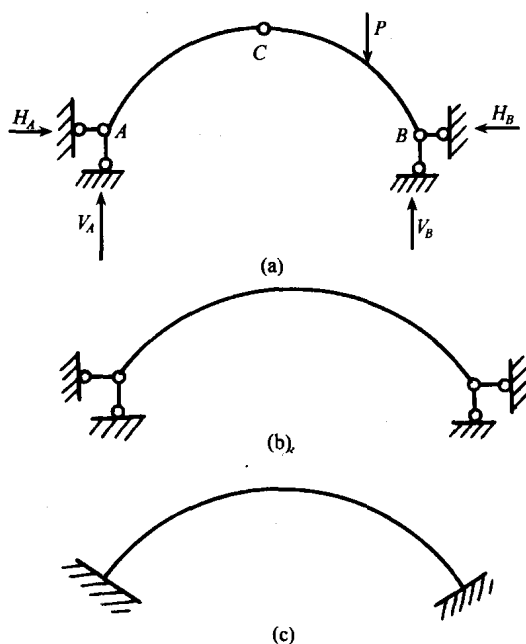


图 1.1 常用拱结构类型

拱与梁的区别不仅在于杆轴线的曲直,更重要的是拱在竖向荷载作用下会产生水平反力,这种水平反力又称为推力。由于水平推力的存在,拱的弯矩要比跨度、荷载相同的梁的弯矩小得多,并且主要是承受压力。这就使得拱截面上的应力分布较为均匀,因而更能发挥材料的作用,并可利用抗拉性能较差而抗压较强的材料如砖石、混凝土等来建造,这是拱的主要优点。拱的主要缺点也正在于支座要承受水平推力,因而要求比梁具有更坚固的地基或支承结构(墙、柱、墩、台等)。可见,水平推力的存在与否是区别拱与梁的主要标志。凡在竖向荷载作用下会产生水平反力的结构都可称为拱式结构或推力结构,例如三铰刚架、拱式桁架等均属此类结构。

有时,在拱的两支座间设置拉杆来代替支座承受水平拉力,使其成为带拉杆的拱,如图 1.2(a)所示。这样在竖向荷载作用下支座就只产生竖向反力,从而消除了推力对支撑结构的影响。为了使拱下获得较大的净空,有时也将拉杆做成折线形的,如图 1.2(b)所示。

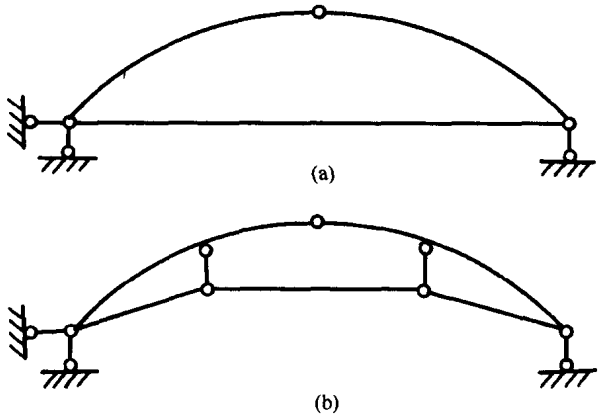


图 1.2 带拉杆的静定拱

拱的各部位名称如图 1.3 所示。拱身各横截面形心的连线叫拱轴线。拱的两端支座处称为拱趾(或拱脚)。两拱趾间的水平距离称为拱的跨度。两拱趾的连线叫起拱线。拱轴上距起拱线最远的一点叫拱顶,三铰拱通常在拱顶处设置铰。拱顶至起拱线之间的竖直距离称为拱的矢高,简称拱高。拱高与跨度之比 f/l 称为矢跨比。两拱趾在同一水平线上的拱称为平拱,两拱趾不在同一水平线上的拱称为斜拱。

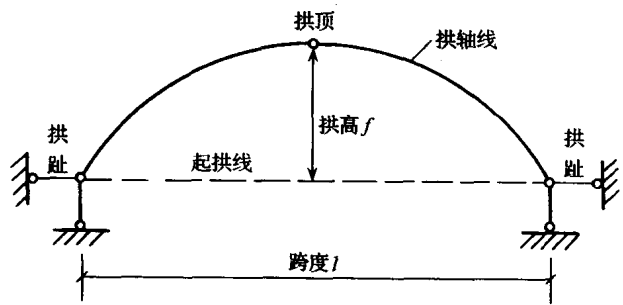


图 1.3 三铰拱

1.2 三 铰 拱

1.2.1 三铰拱的反力与内力

现在以竖向荷载作用下的平拱为例,来说明三铰拱的反力和内力的计算方法。

1. 支座反力的计算

三铰拱是由两根曲杆与地基之间按“三刚片规则”组成的静定结构,共有 4 个未知反力,如图 1.4(a)所示。除了取全拱为隔离体可建立 3 个平衡方程外,还需取左(或右)半拱为隔离体,以中间铰 C 为矩心,根据平衡条件 $\sum M_C = 0$ 来建立一个方程,从而求出所有的反力。

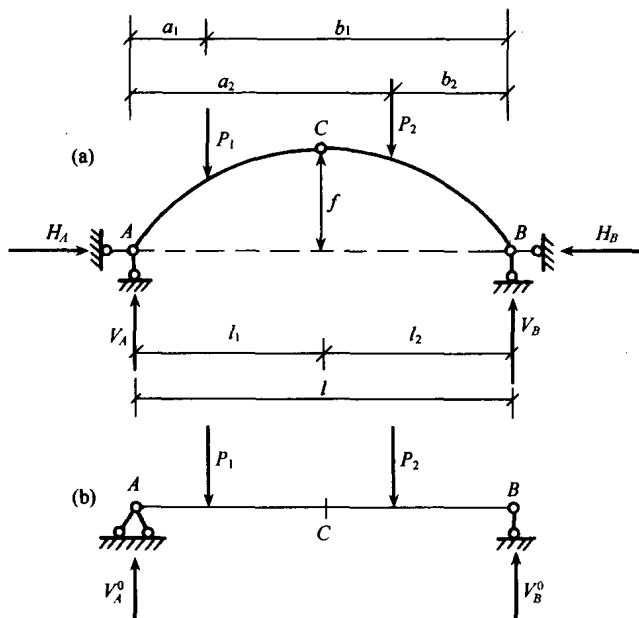


图 1.4 三铰拱反力计算简图

首先考虑全拱的整体平衡。由力矩平衡条件 $\sum M_B = 0$ 及 $\sum M_A = 0$ 可求得两支座的竖向反力分别为

$$V_A = \sum P_i b_i / l, \quad V_B = \sum P_i a_i / l \quad (1.1a)$$

由水平方向力平衡条件 $\sum X = 0$ 可得

$$H_A = H_B = H \quad (1.1b)$$

再取左半拱为隔离体,由力矩平衡条件 $\sum M_C = 0$ 有

$$V_A l_1 - P_1 (l_1 - a_1) - H f = 0$$

从而可得

$$H = \frac{V_A l_1 - P_1 (l_1 - a_1)}{f} \quad (1.1c)$$

考察式(1.1a)的右边,可知其恰好等于相应简支梁[图 1.4(b)]的支座竖向反力 V_A^0 和 V_B^0 ,而式(1.1c)右边的分子则等于相应简支梁上拱的中间铰处对应的截面 C 的弯矩 M_C^0 ,因此可将以上各式写为

$$V_A = V_A^0, \quad V_B = V_B^0, \quad H = M_C^0/f \quad (1.1d)$$

由式(1.1d)可知,推力 H 等于相应简支梁截面 C 的弯矩 M_C^0 除以拱高 f 。当荷载和拱的跨度 l 一定时, M_C^0 即为定值,当拱高 f 给定时, H 值即可确定。这表明三铰拱的水平推力只与荷载及 3 个铰的位置有关,而与各铰间的拱轴线形状无关。当荷载及拱的跨度 l 不变时,推力 H 将与拱高 f 成反比, f 愈大即拱愈高时 H 愈小,反之, f 愈小即拱愈平坦时 H 愈大。若 $f=0$,则 $H=\infty$,此时 3 个铰已在一直线上,属于瞬变体系。

2. 内力的计算

反力求出后,用截面法即可求出拱上任一横截面的内力。任一横截面 K 的位置可由其形心的坐标 x_K 、 y_K 和该处拱轴切线的倾角 φ_K 确定[图 1.5(a)]。在拱中,通常规定弯矩的符号以使拱内侧受拉为正。由图 1.5(b)所示隔离体可求得截面 K 的弯矩为

$$M_K = [V_A x_K - P_1(x_K - a_1)] - H y_K$$

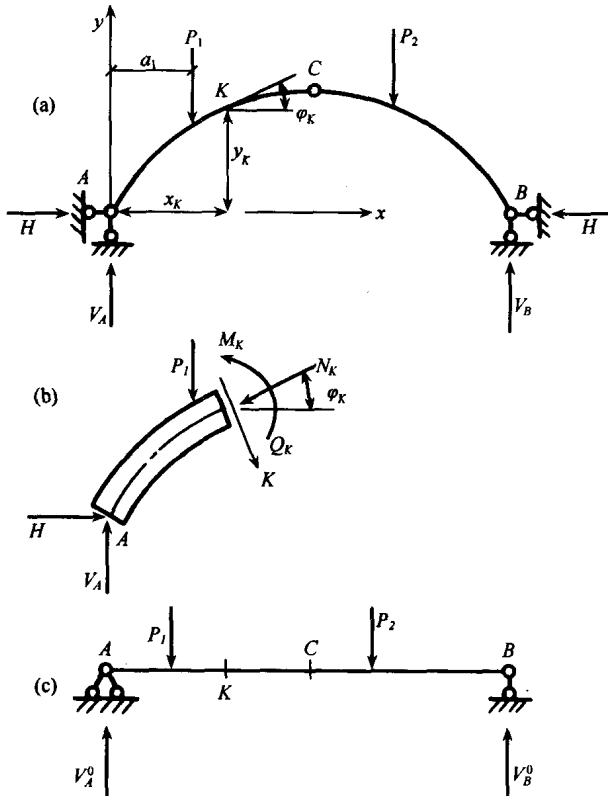


图 1.5 三铰拱内力计算简图