SUPER

无敌®

八年级 数学

完全配合新课标

名校名师合著

八年级学生升学应考必备，掌握学习，稳操胜券！……

内容覆盖教育部审定之数学新课标！

'SUPER'

无敌升学系列

无敌® 八年级 数学

新课标

编者序

一种轻盈如歌的学习感受

数学，是一门化繁为简的学问，更是现代生活中，对事物洞察力与思考力提升的一种有效训练方式。只可惜，迫于升学应试的压力，让“数学”的实质功能与美感本质经常被忽略了。

2000年，“无敌英语”首次跨足“无敌数学”的制编时，我们便下了这样的决心——我们要呈现一种与众不同的数学教辅书，她不仅秀外，而且慧中，她不但要让知识变得更加易于掌握领会，而且要让学生在学习中享受着学习的快乐，进而在名师的指引下，探寻数学的本质，建立灵活的思考力。出版近四年来，读者给了我们持续的支持与呵护，透过他们来信的字里行间，我们仿佛看到了一张张灿烂的笑脸，而每一个笑容又促成了我们前进的更大动力。

2004年，为了配合教育部最新课程标准，无敌初中数学再度慎重改编，重新打造新数学的精品面貌，我们试图为你呈现一种轻盈如歌的数学学习新感受。我们希望看到：

打开本书，你轻松而快乐的学习；合上本书，你尽情而奔放的思考。

新课标盛开教材百花
众名师共献无敌一书

无敌数学自2000年面世以来，受到百万读者的厚爱，对此我们倍感欣慰，同时我们也感受到了进一步做好无敌数学的压力与动力。

随着教育部新课程标准的逐步推广和使用，各地的专家、学者及一线的优秀教师编写了具有不同地方特色的数学参考书，这些教科书的编写，具有理念新、内容新、呈现方式新、适应本地学生的实际情况等特色。新教材犹如百花盛开，争奇斗艳。但与此同时，这也给学习带来了不便——站在琳琅满目的教辅书前，一个学生往往不知道哪一本能与自己所学习的教材配套使用。

有人认为众口难调，一套无敌数学难以适应使用不同教材的学生的需要。然而我们认为，学习数学的目的有两个：一个是掌握知识本身，另一个是通过数学学习获得能力的提高。我们参阅了众多的版本教材，我们把它们所涉及的所有内容、所有精华囊括于本套无敌数学之中，这样同学们在学习掌握了本地区教材所涉及的内容之后，还能够接触到不同地区版本教材的特色，同时还共享了北师大附中优秀的教学资源，可谓一举三得。想同学之所想，我们还精心编制了不同地区版本教材同本书的章节对照表，以期给同学们带来学习上的更大便利。

最后也借此机会向本书的作者：王学纺、韦蔷、邱岚等多位老师的辛勤工作，致以最高的敬意。

总审订：金宝铮

2004年5月

使用说明

全书结构

各节的构成：教科书最重点、提分必背、战力指导、解题之KEY、实力测验·挑战满分

- 每章的开始，有全章的内容提示.
- 全书最后配实力测验·解答供参考.

内容特色

紧贴课标，内容详尽

依照教育部最新课标编订，因应不同地区课本，贴心编制章节对照表，方便学习.

熟悉题型，得心应手

所有例题都是精心之选，解答清晰，插图精准，灵活运用，举一反三，掌握趋势，考场无敌.

奠定根基，放眼中考

综合性强，要目清楚，经纬分明.提分必背、战力指导、基本题、进阶题、挑战题，步步累积，放眼中考.

设计实用，学习轻松

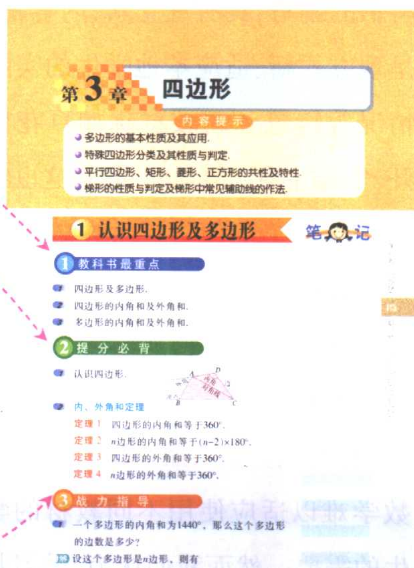
笔记栏助你随时记录每个灵感；精准的几何图形帮助理解题意，幽默的卡通令你放松心情……

教科书最重点·提分必背·战力指导

1 教科书最重点：
将该章节的重点明确地归纳起来，利于预习与复习.

2 提分必背：
把解题必备技巧及必背公式特别提炼出来，是必须牢牢掌握的.

3 战力指导：
以例题形式讲解定义、公式、性质……帮助加深概念的理解.


第3章 四边形

内容提示

- 多边形的基本性质及其应用.
- 特殊四边形分类及其性质与判定.
- 平行四边形、矩形、菱形、正方形的共性及特性.
- 梯形的性质与判定及梯形中常见辅助线的作法.

1 认识四边形及多边形

笔记

1 教科书最重点

- 四边形及多边形.
- 四边形的内角和及外角和.
- 多边形的内角和及外角和.

2 提分必背

- 认识四边形.
- 内、外角和定理

定理1 四边形的内角和等于360°.

定理2 n边形的内角和等于$(n-2)\times180°$.

定理3 四边形的外角和等于360°.

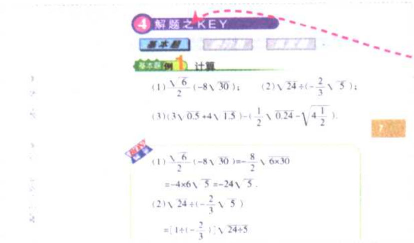
定理4 n边形的外角和等于360°.

3 战力指导

- 一个多边形的内角和为1440°，那么这个多边形的边数是多少？

解 设这个多边形是n边形，则有

解题之 KEY · 特别指导 · 注意 · 数学 Windows


解题之KEY

基本题

例1 计算

(1) $\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot(-8\sqrt{30})$；　(2) $\sqrt{24}\div(-\frac{2}{3}\sqrt{5})$；

(3) $(3\sqrt{0.5}+4\sqrt{1.5})-(\frac{1}{2}\sqrt{0.24}-\sqrt{4\frac{1}{2}})$.

(1) $\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot(-8\sqrt{30})=-\frac{8}{2}\sqrt{6\times30}$

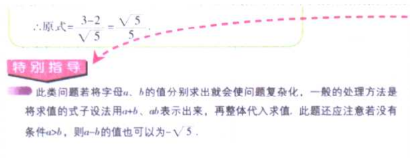
$=-4\times6\sqrt{5}=-24\sqrt{5}$.

(2) $\sqrt{24}\div(-\frac{2}{3}\sqrt{5})$

$=[1\div(-\frac{2}{3})]\sqrt{24\div5}$

4 解题之 KEY：

按照基本题、进阶题、挑战题难度递增的方式，以各类题型和翔实的解题步骤，逐一示范解题技巧，由此举一反三，使学习事半功倍.

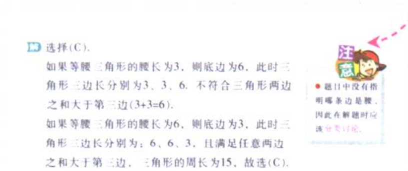

$\therefore$原式$=\frac{3-2}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

特别指导

此类问题若将字母a、b的值分别求出就会使问题复杂化，一般的处理方法是将求值的式子设法用$a+b$、ab表示出来，再整体代入求值. 此题还应注意若没有条件$a>b$，则$a-b$的值也可以为$-\sqrt{5}$.

5 特别指导：

将解题思路、方法和容易犯错失分的陷阱特别归纳指出，是应考的提分秘诀.


选择(C).

如果等腰三角形的腰长为3，则底边为6，此时三角形三边长分别为3、3、6. 不符合三角形两边之和大于第三边(3+3=6).

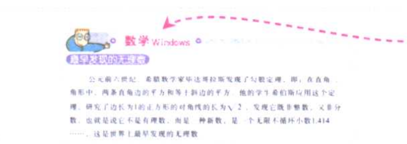
如果等腰三角形的腰长为6，则底边为3，此时三角形三边长分别为：6、6、3，且满足任意两边之和大于第三边，三角形的周长为15，故选(C).

注意

题目中没有指明哪条边是腰，因此在解题时应该分类讨论.

6 注意：

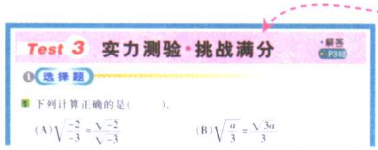
在学习过程中，随时提醒学生注意的地方.


数学Windows

7 数学 Windows：

一个多层面了解数学的窗口，为你展示数学的历史、知识、智慧……

实力测验 · 解答


Test 3 实力测验·挑战满分

解答 P348

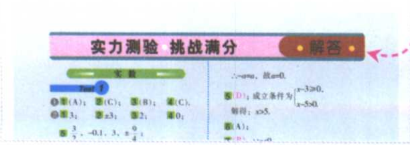
一 选择题

1 下列计算正确的是(　　).

(A) $\sqrt{\frac{-2}{-3}}=\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-3}}$　(B) $\sqrt{\frac{a}{3}}=\frac{\sqrt{3a}}{3}$

8 实力测验·挑战满分：

采用练习题的形式帮助你检查学习成效.


实力测验·挑战满分　解答

9 实力测验·解答：

配编标准答案，依据题目难易程度提供思路或详解供参考.

目录

第1章 实数

内容提示

- 算术平方根、平方根的概念、性质及其简单应用.
- 立方根的概念、性质及其简单应用.
- 实数的概念、性质及运算.
- 二次根式的概念、性质及运算.

1 平方根与立方根

笔记

1 教科书最重点

1 算术平方根、平方根的概念及其表示方法.

2 平方根的性质及应用.

3 平方根的求法.

4 立方根的概念、性质及应用.

2 提分必背

1 算术平方根的概念及表示

如果一个正数x的平方等于a，即$x^2=a$，那么这个正数x就叫做a的算术平方根，记作"$\sqrt{a}$".

规定：0的算术平方根是0，即$\sqrt{0}=0$.

即若$x^2=a$（$x\geqslant0$），则$x=\sqrt{a}$.

换句话说，算术平方根是非负数，即$\sqrt{a}\geqslant0$（$a\geqslant0$）.

2 平方根的概念及表示

如果一个数x的平方等于a，即$x^2=a$，那么这个数x叫做a的平方根（square root），也叫二次方根.

即若$x^2=a$（$a\geqslant0$），则$x=\pm\sqrt{a}$（$a\geqslant0$）.

3 平方根的性质

若$a>0$，则a有两个平方根，它们互为相反数，即正

注意

- 非负数a的算术平方根也可以理解为数a的非负的平方根.

数a的平方根是$\pm\sqrt{a}$.

若$a=0$，则a只有一个平方根为零，即$\pm\sqrt{0}=0$.

若$a<0$，则a没有平方根，即$\pm\sqrt{a}\,(a<0)$无意义.

4 平方根的求法

- 利用定义.
- 利用计算器.
- 利用估值法.

5 立方根

- 如果一个数x的立方等于a，即$x^3=a$，那么这个数x就叫做a的立方根（cube root），也叫三次方根，记作$\sqrt[3]{a}$. 即若$x^3=a$，则$x=\sqrt[3]{a}$.
- 正数有一个正的立方根，负数有一个负的立方根，0的立方根是0，即

  若$a>0$，则$\sqrt[3]{a}>0$；

  若$a<0$，则$\sqrt[3]{a}<0$；

  若$a=0$，则$\sqrt[3]{a}=0$.
- $(\sqrt[3]{a})^3=a$；$\sqrt[3]{a^3}=a$.

6 开平方与开立方

- 求一个数a的平方根的运算，叫做开平方（extraction of square root），a叫做被开方数.
- 求一个数a的立方根的运算，叫做开立方（extraction of cubic root），a叫做被开方数.

3 战力指导

1 求$20\frac{1}{4}$的平方根、算术平方根.

解 $\because 20\frac{1}{4}=\frac{81}{4}$，

且$(\pm\frac{9}{2})^2=\frac{81}{4}$，

$\therefore 20\frac{1}{4}$的平方根是$\pm\frac{9}{2}$，

即$\pm\sqrt{20\frac{1}{4}}=\pm\frac{9}{2}$.

又$\because\frac{9}{2}>0$,

$\therefore 20\frac{1}{4}$的算术平方根是$\frac{9}{2}$,

即$\sqrt{20\frac{1}{4}}=\frac{9}{2}$.

特别指导

本题是运用定义求一个数的平方根和算术平方根. 要特别注意，一个正数的平方根有两个，不要去掉负的平方根；同时符号表示要准确，切勿写成$\sqrt{20\frac{1}{4}}=\pm\frac{9}{2}$.

2 求-0.125的立方根.

解 $\because(-0.5)^3=-0.125$,

$\therefore -0.125$的立方根是-0.5，即$\sqrt[3]{-0.125}=-0.5$.

特别指导

（1）对于任意数a，$\sqrt[3]{a}$有意义且惟一确定；

（2）若$a>0$，则$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$，即一个负数的立方根等于它绝对值的立方根的相反数.

可以证明，对任意数a，都有$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$.

3 已知代数式$\sqrt{8-x}+\sqrt{x+6}$有意义，试求x的取值范围.

笔记

解 $\because\sqrt{8-x}+\sqrt{x+6}$有意义,

$$\therefore\begin{cases}8-x\geqslant 0,\\ x+6\geqslant 0.\end{cases}$$

解得：$-6\leqslant x\leqslant 8$.

$\therefore$使代数式$\sqrt{8-x}+\sqrt{x+6}$有意义的x的范围是：$-6\leqslant x\leqslant 8$.

4 解方程：$3x^2-12=0$.

解 $x^2=4$,

笔记

$\because(\pm2)^2=4$，

$\therefore x=\pm2$.

5 解方程：$125x^3+729=0$.

解 $x^3=-\dfrac{729}{125}$， 又$\because(-\dfrac{9}{5})^3=-\dfrac{729}{125}$，

$\therefore x=-\dfrac{9}{5}$.

特别指导

有很多一元方程可以化为$x^2=a$或$x^3=b$的形式，此时可以利用平方根或立方根的概念来解这些最简单的一元二次方程或高次方程. 要注意：

（1）对于方程$x^2=a$，根据平方根的性质，可以得到：若$a>0$，则$x=\pm\sqrt{a}$；若$a=0$，则$x=0$；若$a<0$，则不存在x使方程左右两边相等，即方程无解.

（2）对于方程$x^3=b$，根据立方根的概念可以得到$x=\sqrt[3]{b}$.

6 下列四个结论中，正确的是(　　).

(A)$3.15<\sqrt{10}<3.16$　　(B)$3.16<\sqrt{10}<3.17$

(C)$3.17<\sqrt{10}<3.18$　　(D)$3.18<\sqrt{10}<3.19$

解 $\because3.16^2=9.9856$，$3.17^2=10.0489$，

$\therefore3.16^2<10<3.17^2$，

$\therefore3.16<\sqrt{10}<3.17$.

$\therefore$选(B).

特别指导

对$\sqrt{a}$（$a>0$）进行估值时，主要依据的是：

若 $m^2<a<n^2$（$m>0,n>0$），则 $m<\sqrt{a}<n$.

4 解题之KEY

基本题　进阶题　挑战题

基本题 例1 填空

(1)9的平方根是______，9的算术平方根是______.

(2)81的负的平方根是______，27的立方根是______.

(3)$\sqrt{6\frac{1}{4}}=$______，$\sqrt[3]{-64}=$______.

(4)若$\sqrt{-a}$有意义，则a的范围是______；

若$\sqrt{|a|}$有意义，则a的范围是______.

注意

●(4)题中的第一问，不要丢了“等于零”的情况.

BON! 解答

(1)±3；3.　(2)−9；3.

(3)$\frac{5}{2}$；−4.　(4)$a\leqslant 0$；a是任意数.

笔记

基本题 例2 判断正误

(1)16的平方根是4.(　　)

(2)−100的平方根是−10.(　　)

(3)任何一个非负数的平方根都是非负数.

(　　)

(4)27的立方根是±3.(　　)

(5)互为相反数的两个数的立方根互为相反数.

(　　)

BON! 解答

(1)×.一个正数的平方根有两个，它们互为相反数.

(2)×.负数没有平方根.

(3)×.正数的平方根有两个，它们互为相反数，故必有一个为正数，另一个为负数.

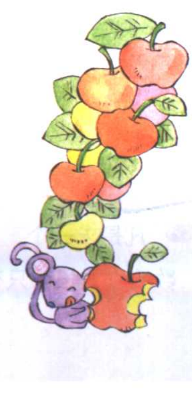
(4)×.任何正数都只有一个正的立方根.

(5)√.根据$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$.

进阶题

进阶题 例3 填空

(1)平方根是$\pm\frac{1}{3}$的数是______；



(2) $(-5)^2$的平方根是______；

(3) $\sqrt{25}$的平方根是______；

(4)平方根是它本身的数是______；

(5)立方根是它本身的数是______；

(6)若$a^2=(-2)^2$，则$a=$______；

若$a^3=(-2)^3$，则$a=$______.

注意

● 本题中（2）题易错解为-5，错因是忽略了5^2与$(-5)^2$相等，换个角度讲，本题是求25的平方根.

BON! 解答

答 (1) $\frac{1}{9}$；(2) ±5；(3) $\pm\sqrt{5}$；(4) 0；(5) ±1，0；

(6) ±2，-2.

解 (1) $\because(\pm\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9}$，　$\therefore$平方根是$\pm\frac{1}{3}$的数是$\frac{1}{9}$.

(2) $\because(\pm5)^2=(-5)^2$，

$\therefore(-5)^2$的平方根是±5.

(3) $\because\sqrt{25}=5$，

$\therefore\sqrt{25}$的平方根就是5的平方根，等于$\pm\sqrt{5}$.

(4) $\because$0的平方根是0，负数没有平方根，正数有两个互为相反数的平方根.

$\therefore$平方根是它本身的数只有0.

(5) $\because0^3=0$，$1^3=1$，$(-1)^3=-1$.

$\therefore$立方根是它本身的数是0，±1.

(6) ①$\because a^2=(-2)^2=(\pm2)^2$，

$\therefore a=\pm2$.

②$\because a^3=(-2)^3=-8$，且只有$(-2)^3=-8$，

$\therefore a=-2$.

● 本题中（3）题易错解为±5，错因是对$\sqrt{25}$的理解不准确，此题就是求25的算术平方根（即$\sqrt{25}$）的平方根.

● (4)题易错解为0，1.

● (5)题易丢解-1.

● (6)题易错解为两个a全都取-2.

特别指导

凡是求一个正数的平方根，切记一定有两个且它们互为相反数；而任何一个数的立方根都只有一个.

笔记

进阶题 例4 计算：$\sqrt{0.25}\div\sqrt{1\frac{9}{16}}-\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$.

BON! 解答

原式$=0.5\div\frac{5}{4}-(-\frac{1}{2})$

$=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{2}$

$=\frac{9}{10}$.

进阶题 例5 填空

(1)$(\sqrt{36})^2=$______；$\sqrt{36^2}=$______；$\sqrt{(-36)^2}=$______.

(2)$(\sqrt[3]{27})^3=$______；$\sqrt[3]{27^3}=$______；$\sqrt[3]{(-27)^3}=$______.

(3)若$(\sqrt{a})^2=2$，则$a=$______.

(4)若$\sqrt{a^2}=2$，则$a=$______.

(5)若$\sqrt[3]{a^3}=-2$，则$a=$______.

BON! 解答

(1)36，36，36；

(2)27，27，-27；

(3)2；　(4)±2；　(5)-2.

注意

● 第(3)题易错解为$a=\pm2$；第(4)题易错解为$a=2$.

特别指导

我们由第(1)题可以发现下面的规律：

(1)$(\sqrt{a})^2=a$　$(a\geqslant0)$；

(2)$\sqrt{a^2}=\begin{cases}a & (a\geqslant0),\\ -a & (a<0),\end{cases}$　即$\sqrt{a^2}=|a|$.

从第(2)题可以发现：

(1)$(\sqrt[3]{a})^3=a$;

(2)$\sqrt[3]{a^3}=a$.

挑战题 例6 已知：$|a-b+1|+\sqrt{2a-3b-4}=0$.

求：$4a+b^2$的立方根.

BON! 解答

$\because |a-b+1|\geqslant 0$，$\sqrt{2a-3b-4}\geqslant 0$，

且$|a-b+1|+\sqrt{2a-3b-4}=0$，

$\therefore \begin{cases} |a-b+1|=0, \\ \sqrt{2a-3b-4}=0, \end{cases}$ 即$\begin{cases} a-b+1=0, \\ 2a-3b-4=0. \end{cases}$

解得:$\begin{cases} a=-7, \\ b=-6. \end{cases}$ $\therefore 4a+b^2=-28+36=8$，

$\therefore 4a+b^2$的立方根为2.

特别指导

解这类问题的主要依据是：若n个非负数的和为0，则这n个非负数分别为0.

挑战题 例7 已知：$m=\sqrt{n^2}-n$，求m的取值范围.

BON! 解答

$m=|n|-n$.

当$n\geqslant 0$时，$m=n-n=0$；

当$n<0$时，$m=-n-n=-2n>0$.

$\therefore m$的取值范围是$m\geqslant 0$.

● 本题易错解为：

$\because m=|n|-n=0$或$-2n$.

$\therefore$当$n\geqslant 0$时，$m=-2n\leqslant 0$；

当$n<0$时，$m=-2n>0$.

$\therefore m$的取值范围为全体实数.

错因在于：忽略了$m=-2n$是在$n<0$的条件下求出的，故此时$m>0$.

挑战题 例8 用长28cm，宽20cm的瓷砖140块恰好不重不漏地将一正方形墙面覆盖. 求这面墙的边长（砖与砖之间的接缝忽略不计）.

BON! 解答

设这面墙的边长为$x$cm，则$x^2=28\times 20\times 140$.

$\because x>0$，

$\therefore x=\sqrt{28\times 20\times 140}=\sqrt{(8\times 5\times 7)^2}=280$.

答：这面墙的边长为280cm.

Test 1 实力测验·挑战满分

·解答 P347

1 选择题

1 若$a<0$，则a的立方根是(　　).

(A)$\sqrt[3]{a}$　(B)$\sqrt[3]{-a}$　(C)$-\sqrt[3]{a}$　(D)$\pm\sqrt[3]{a}$

2 下列语句正确的是(　　).

(A)64的平方根是±8，记作$\sqrt{64}=\pm8$

(B)因为-1的平方是1，所以1的平方根是-1

(C)$-\frac{1}{2}$是$\frac{1}{4}$的平方根

(D)0.4的算术平方根是0.02

3 若$\sqrt{-a}$有意义，则$a\sqrt{-a}$一定是(　　).

(A)正数　(B)非正数　(C)负数　(D)非负数

4 若$(a-b)^2$的算术平方根是$a-b$，则下式成立的是(　　).

(A)$a>b$　(B)$a<b$　(C)$a\geqslant b$　(D)$a\leqslant b$

2 填空题

1 $\sqrt{81}$的算术平方根是______.

2 若$(-a)^2=(-3)^2$，则$a=$______.

3 若$(-a)^3=(-2)^3$，则$a=$______.

4 平方根与立方根都是它本身的数是______.

5 $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}=$______；$\sqrt[3]{-0.001}=$______；

$\sqrt{(-3)^2}=$______；$\pm\sqrt{5\frac{1}{16}}=$______.

6 若$\sqrt{x^2}=-x$成立，则x的取值范围是______.

7 一个自然数的一个平方根是m，那么比它大1的自然数的平方根是______.

8 若$\sqrt{x+1}+\sqrt{y-3}+\sqrt{x+y+z}=0$，则$x-y+z=$______.

③ 解答题

1 解方程：

(1)$5x^2-125=0$；　(2)$\frac{1}{3}(3x+2)^3=9$.

2 已知$3x+16$的立方根是4，求$2x+4$的平方根.

3 一个正方体的表面积为384平方厘米. 求这个正方体的体积.

4 一个正方体的体积是26420立方厘米，试估算正方体的棱长(结果精确到1厘米).

笔记

2 二次根式及其性质

1 教科书最重点

1 二次根式的概念.

2 二次根式的性质.

3 二次根式$\sqrt{a^2}$的化简.

2 提分必背

1 形如$\sqrt{a}$ $(a\geqslant 0)$的式子，叫做二次根式.

需注意以下几点：

- 二次根式必须有“$\sqrt{\quad}$”(根指数为2).
- 被开方数a必须是非负数，即满足$a\geqslant 0$.

2 二次根式的基本性质

- $\sqrt{a}\geqslant 0$ $(a\geqslant 0)$，即二次根式是一个非负数.
- $(\sqrt{a})^2=a$ $(a\geqslant 0)$，即一个非负数的算术平方根的平方等于这个非负数.