



高等學校教學用書

畫法幾何學教程

В. ГОРДОН и М. СЕМЕНЦОВ-ОГИЕВСКИЙ 著

朱 廣 才 譯

龍門聯合書局



本書係根據蘇聯國立技術理論書籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的郭爾東 (В. Гордон) 和謝默作夫-歐捷夫斯基 (М. Семенцов-Огиевский) 合著 “畫法幾何學教程” (Курс начертательной геометрии) 1953 年第八版譯出的。原書經蘇聯文化部高等教育總局審定為高等工業學校機器製造及機械工藝專業的教科書。

畫法幾何學教程

КУРС НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ
ГЕОМЕТРИИ

В. Гордон и М. Семенцов-Огиевский 著

朱 廣 才 譯

★ 版權所有 ★

龍 門 聯 合 書 局 出 版

上海市書刊出版業營業許可證出 029 號

上海茂名北路 300 弄 3 號

新 華 書 店 總 經 售

新 中 央 印 刷 所 印 刷

上海康定路 158 號

開本：850×1168 1/32

印張：14 30/32

字數：351,000

定價：(10) 1.70 元

印數：20,001—22,000 冊

1953 年 6 月 第 一 版

1955 年 8 月 第 二 版

1956 年 4 月 第 七 次 印 刷

譯 者 的 話

在原書的第八版中，著者把“鉛垂”(вертикальная)投影面改爲“正面”(фронтальная)投影面了。想是因爲“вертикальная”不够確定，不如用“фронтальная”能更明顯地表示該投影面對於觀察者的位置。我們在再版的譯本中也將“縱面”改爲“正面”投影面；連帶“橫面”改爲“水平”投影面，使得這一系列名詞既屬一貫，而意義與原文完全符合。

然而“вертикальная”顯然不應一律代以“фронтальная”：譬如“鉛垂”的旋轉軸，不可以改爲“正面”旋轉軸，因爲前者是有一定的方向的，而後者則能有無數個不同的方向，亦就是說沒有確定的方向了。遇到此種場合時，譯者仍以第七版爲準，並註明理由。

本書第一版時名爲“畫法幾何學”，但根據俄文原意，應改爲“畫法幾何學教程”，故在此次再版時修正。爲節約起見，書眉上仍照舊不改。

北京 1954 年 8 月。

第 八 版 序

自從米哈依爾·亞歷克謝也維奇·謝默作夫-歐捷夫斯基經過一場久病，在 1950 年末逝世以來，這是“畫法幾何學”的第四次再版了。他的去世中止了我們多年來共同的著述工作，其已完成者，先是函授用的畫法幾何學（1930—1931 年）；繼者，就是本書，於 1936 年首次出版。

本書每次再版時都是根據使用中得來的經驗加以修改過的；惟第七版除外，是將第六版加印的，在第六版中曾插入了畫法幾何學及其教學在本國內的發展簡史。

在第八版中所修改的地方，首先應提出來的是“鉛垂”（вертикальная）投影面之改為“正面”（фронтальная）投影面。這個名詞在本書前數版中曾經指出為實用上常遇到的。“正面”這一名詞用在投影面上，見 1952 年修訂而自 1953 年 4 月 1 日起實行的國定全蘇標準 ГОСТ 3453。

在校訂這本書的時候，原文中許多地方是縮短了、改成小號字了（如第 6, 18, 20, 21, 24 以及其他等各節），但也有許多修改和補充的地方（如第 31, 40, 46, 47, 48 等節）。然而因為本書被廣泛地採用為課堂上和函授的教本，在教研寫作中往往附註有見本書某某章節，以此章節銜接的次序有維持的必要，所以我們決定保留所有章節和插圖原來的編號。同時這也是基本上保留原來符號的理由（除了用更換投影面法製圖時加一些新的符號以外）。

許多插圖都被修改過，其目的，主要地是在刪去多餘的和重複的細節（如圖 437, 607, 615, 621, 624, 625, 628, 629, 634）。又增加了一些新的圖：22a, b, 60a, b, 167a, 168b, 215a, 323, 377a, b, c, 413a, 434a,

437 a, b, c, 523 a, 592 a, b, 600, 607 a, 614, 628 a, 744 c, 745, 802, 803, 804。

附錄中增加了一段,描寫繪製(位在水平投射面內和正面投射面內的)正圓形在正等軸尺度投影和其二軸尺度投影中所得橢圓形長短軸時用的圖算儀。

最後還向 Е. А. Глазунов, Н. Д. Зубарев 和 Н. Ф. Четверухин 諸位表示謝意;他們所提出的意見,在準備再版時,給了我極大的幫助。

教授 В. Гордон

目 錄

譯者的話

第八版序

緒 論

§ 1. 中心投影與平行投影·····	1
---------------------	---

第一章 點與直線

§ 2. 依據點的二投影定點的位置。點的投影圖·····	8
§ 3. 三平面投影系·····	9
§ 4. 一點在 H, V 和 W 上的投影·····	10
§ 5. 正投影與正交坐標軸系·····	13
§ 6. 空間的各象限及各隅之點的投影·····	15
§ 7. 直觀圖·····	21
習題(1)—(7)·····	23
§ 8. 一段直線在 H, V 及 W 上的投影·····	24
§ 9. 直線對諸投影面的特別位置·····	25
§ 10. 投影圖上線段按指定比率的分段·····	29
§ 11. 側面直線上的點之投影的畫法·····	29
§ 12. 在投影圖上求出一段直線的長度及一直線與諸投影面所成 角度的畫法·····	30
§ 13. 直線的跡點·····	32
§ 14. 二直線的相對位置·····	38

§ 15. 關於平面角的投影.....	42
習題 (8) — (25)	47

第二章 平 面

§ 16. 平面在投影圖上各種表示法.....	50
§ 17. 平面的跡線.....	51
§ 18. 平面對投影面的特別位置.....	55
§ 19. 平面內之一直線及一點.....	62
§ 20. 平面內特別位置的直線.....	69
§ 21. 由點或直線定出之平面的跡線畫法.....	76
習題 (26) — (38)	81
§ 22. 平面形的投影.....	82
§ 23. 二平面的相對位置; 直線與平面的相對位置	90
§ 24. 由跡線定出之二平面的交線畫法.....	93
§ 25. 直線與由跡線定出的平面的交點.....	102
§ 26. 二平面的交線的畫法, 假設至少其中之一不是由跡線所 定出的.....	105
§ 27. 一直線與由給出的點或直線定出的一平面的交點.....	108
§ 28. 可見性在投影圖上的鑒定法.....	109
習題 (39) — (44)	114
§ 29. 平行於一平面的直線的畫法.....	118
§ 30. 二平行平面的畫法.....	120
§ 31. 垂直於一平面的直線的畫法.....	123
§ 32. 與一般位置直線垂直的直線的畫法.....	126
§ 33. 互相垂直的平面的畫法.....	127

§ 34. 直線與平面間之角.....	130
§ 35. 二平面間之角.....	132
習題(45)——(55).....	134

第三章 轉動法、疊合法及更換投影面法

§ 36. 直線與平面形對諸投影面之改變為特別位置.....	137
§ 37. 轉動法的基礎.....	137
§ 38. 繞垂直於一投影面的軸一點的轉動.....	138
§ 39. 繞垂直於投影面的一軸一段直線的轉動.....	140
§ 40. 應用轉動法確定一段直線的長度及其對一投影面的傾斜 角度.....	142
§ 41. 繞垂直於一投影面的一軸一個平面的轉動.....	145
§ 42. 平面繞其跡線至與投影面重合的轉動(疊合法).....	155
§ 43. 平面形繞其一水平直線的轉動.....	165
§ 44. 點繞一般位置直線的轉動.....	168
§ 45. 不指定軸位的轉動法的應用.....	168
§ 46. 更換投影面法(概論).....	169
§ 47. 一個投影面的更換法.....	171
§ 48. 更換兩個投影面的畫法.....	175
§ 49. 點, 直線, 平面的題解舉例.....	179
習題(56)——(73).....	188

第四章 體和面的表示法

§ 50. 體和面的投影畫法.....	191
§ 51. 多面體的投影.....	192

§ 52.	曲線.....	204
§ 53.	曲面(概論).....	207
§ 54.	幾種曲面的檢閱, 及其在投影圖上的給出和表示法	208
§ 55.	廻轉曲面.....	219
§ 56.	平面與最簡單的曲面相切的作法.....	223
§ 57.	斜軸廻轉體的橫面輪廓畫法舉例.....	232
	習題(74)——(90).....	234

第五章 體和面與平面及直線之相交

§ 58.	稜柱體和稜錐體與平面及直線之相交.....	237
§ 59.	稜柱面, 稜錐面和直紋曲面之展開	245
§ 60.	柱面與平面之相交.....	251
§ 61.	錐面與平面之相交.....	263
§ 62.	廻轉面與平面之相交舉例.....	276
§ 63.	曲面與直線之相交.....	279

第六章 曲面之相交。曲面之近似展開

§ 64.	曲面交線的一般畫法.....	284
§ 65.	多面體之相交.....	288
§ 66.	表面爲廻轉面的立體之相交.....	294
§ 67.	多面體與廻轉面之相交舉例.....	318
§ 68.	曲線與曲面之相交.....	320
§ 69.	幾種曲面的近似展開法.....	322

第七章 螺旋線與螺旋面

§ 70. 螺旋線.....	330
§ 71. 螺旋面.....	338
§ 72. 螺絲.....	344

第八章 軸尺度投影

§ 73. 概論.....	353
§ 74. 正軸尺度投影。拗形係數及軸間角度.....	361
§ 75. 圓周的正軸尺度投影畫法.....	372
§ 76. 與投影面平行的平面內的圓周的等軸尺度投影及二軸尺 度投影.....	378
§ 77. 等軸尺度投影及二軸尺度投影畫法舉例	383
§ 78. 幾種斜軸尺度投影.....	398

附 錄

1. 應用最簡單的軌跡解答幾種問題.....	403
2. 關於橢圓形的畫法.....	411
3. 平面曲線的切線的畫法.....	414
4. 陰影的畫法.....	416
5. 聯屬對應及其對於解答幾種問題的應用.....	422
6. 在等軸尺度投影上和二軸尺度投影上繪製橢圓長短軸的圖 算儀, “軸向儀”	433
蘇聯畫法幾何學及其教學的發展簡史.....	437
索引.....	451

緒 論

在我國建設共產主義的偉大計劃、輝煌地展示在蘇聯共產黨第十九次代表大會的決議中；它的實現除了其他措施以外，還要求積極培養能創造性地解決種種技術問題的工程人員。

組成工程教育的基礎的各種學科中，畫法幾何學是其中之一。

畫法幾何學的目的是在說明和論證空間的形體(線、面、體)表現在平面上的方法以及根據這些形體的影像解答幾何性問題的方法⁽¹⁾。

依照畫法幾何學中所研究的規則而畫成的影像，使我們能夠想像物體的形狀及其在空間的相對位置，測定其尺寸並研究其本身具有的幾何特性。

由於畫法幾何學加強在空間想像力方面的練習，因而發展了這種想像力。復次，畫法幾何學供給製圖課程一系列的結論，這就保證圖畫的明顯性和精確性，因而使所表現的物體可能按圖製造。

畫法幾何學中所敘述的影像作法的規則，是以投影法⁽²⁾為基礎的。

本書研討投影法，是從點的投影的作法說起，因為任何空間形體影像的作法就包含屬於這形體的一系列點的作法。

§ 1. 中心投影與平行投影

設在空間有平面 P 和不在該平面上的 S 點(圖 1)。

在空間取某一點 A ，經過 A 和 S 兩點引一直線，達到與平面 P 相

⁽¹⁾ 空間的形體不但可以表現在平面上，亦可以表現在任何其他的面，譬如柱面或球面，這種問題歸在畫法幾何學的專門部分中去研究。

⁽²⁾ 投影的字源是本於拉丁字 *projicere*，意思是向前投擲。法文為 *projection*。

交於點 a 。

a 點就叫作 A 點在平面 P 上的中心投影； S 點叫作投影中心⁽¹⁾。直線 SA 叫作投射線；平面 P 叫作投影平面。

欲求 B 點與 C 點的投影(圖 1)，則須經過給出的點和中心 S 各引一投射線，達到與平面 P 相交。所得交點 b 和 c 各為 B 和 C 點的投影。

因為經過兩點可以引一條直線，且只能引一條，所以給出了中心 S 和投影平面 P 的位置以後，空間的每一個點在投影平面 P 上就各有其惟一的投影⁽²⁾。

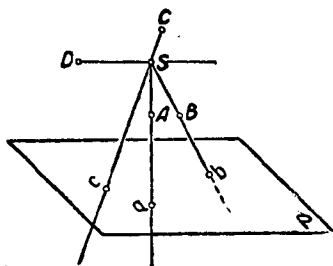


圖 1.

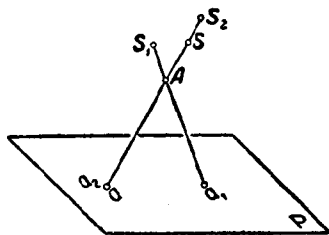


圖 2.

設平面 P 的位置不變而僅更動了投影中心的位置，譬如由 S 點遷移到另一點 S_1 (圖 2)，則 A 點的投影亦將改變位置，由 a 點而移到 a_1 點，除非新投影中心 (S_2 點) 正在投射線 SA 上。

在 A 點的投射線上所取的 A_1 點和 A_2 點(圖 3)，它們的投影同是 a 點，因為經過 A_1 與 A_2 和投影中心 S 所引的投射線都與 SA 線重合。

設給出一點的投影和投影中心，該點在空間的位置並不由此而確定(圖 3)，因為一切位於投射線 SA 上之點，皆投射於 a 點。

⁽¹⁾ 投影中心又叫投影樞，中心投影亦叫作樞投影或錐投影(見後面第 3 頁)。

⁽²⁾ 與投影平面平行的投射線所經過之點，譬如 D 點(圖 1)，應除外。此種點在平面 P 上沒有投影。這些個點顯然都是位於一個與平面 P 平行而且經過投影中心 S 的平面上。

若把一條線視為點的集合，我們把一系列屬於此線之點由中心 S 投射於平面 P 上就可以作出這條線的投影（圖 4）。

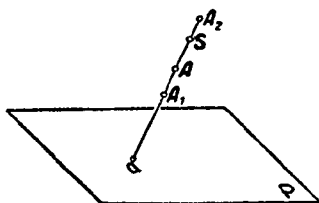


圖 3.

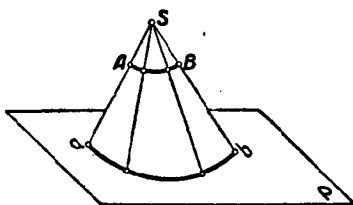


圖 4.

對於指定位置的投影中心 S 和投影平面 P ，這是給出線的惟一投影。倘若中心 S 及平面 P 位置變更，此線的投影位置和形狀一般地將隨之而異。

中心投影亦稱錐投影，因為經過投影中心 S 和某線的諸點（圖 4）所引的投射線集合而形成的投射面係一錐面。

一條線的投影（圖 4）可視作投射面與投影平面的交線。一條線的投影和投影中心不能確定這條線在空間的位置，因為在投射面上可以畫無數條線，它們在投影平面上的投影均是同一條線（圖 5）。

求出點或線的中心投影叫作建立中心投影。由建立點和線的中心投影可以建立面和體的中心投影。

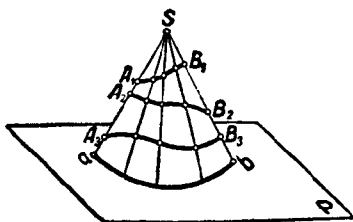


圖 5.

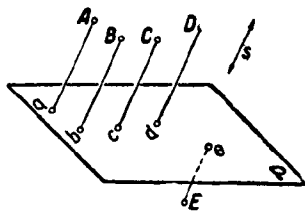


圖 6.

現在來觀察另外一種叫作平行投影法的建立投影的方法。我們

預先規定，當建立一個點系的投影時，所有的投射線均互相平行。要引出這些投射線，必須指定一個方向（如圖 6 上箭頭 s 所指）。如此作出的投影叫作**平行投影**。

平行投影可以看作是中心投影的一種特殊情形，如果認為投影中心推到無限遠。

因此，由一點所引與一指定方向平行的投射線和投影平面的交點，我們就叫它為該點的**平行投影**。

欲求出一條線的平行投影，可作出該線上一系列點的投影，然後把這些投影聯成一線。

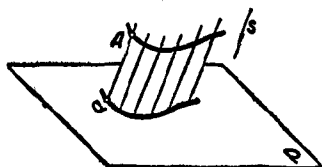


圖 7.

平行投影亦叫**柱投影**，因為由某一條線上諸點所引的投射線（圖 7）集合而形成的投射面，是一個柱面。

在平行投影中：

(1) 空間的每一點和每一線在投

影平面上各有其惟一的投影⁽¹⁾；

(2) 投影平面上每一點可以作為空間無數點的投影；投影平面上每一線可以作為空間無數線的投影。

按照點和線的平行投影畫法，可以作出面或體的平行投影。

平行投影分為斜角與直角兩種。第一種，投射方向與投影平面成一個不等於 90° 的傾角；第二種，投射線是垂直於投影平面的。

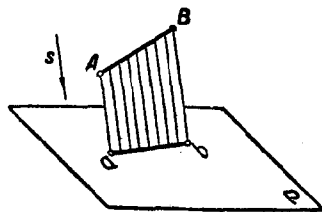


圖 8.

直線的投射面是平面（圖 8）；所以直線一般地投射成直線，如線段 ab 為線

⁽¹⁾ 在此情形下並無像中心投影的註（見第 2 頁）中所提過的例外。

段 AB 的投影。我們要注意下列各項：

(1) 欲作一直線的投影，只須求出直線上兩點的投影，然後由該兩點的投影引直線；

(2) 假設一點位在某一直線上，則該點的投影必在該直線的投影上(圖 9: K 點在一直線上，它的投影 k 在該直線的投影上)；

(3) 假設一直線與投射方向平行(如圖 9 上的直線 AB)，則該直線(和直線上任何一段)的投影僅為一點(a 點或與 a 重合的 b 點)；

(4) 直線(l')不僅為直線(l_1)的投影，而且為任何曲線(l_2)的投影，只要這曲線位在經過投影 l' 而與投射方向 s 平行的投射平面內(圖 10)；

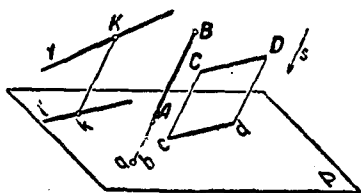


圖 9.

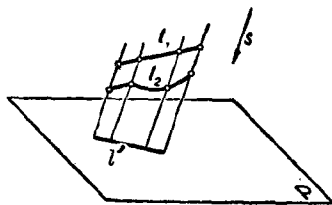


圖 10.

(5) 與投影平面平行的直線段是照它本來的長度投射於此平面上(圖 9 上 $CD = cd$ ，因其為兩平行直線間的平行線段)。

此外尚須注意平行投影的下列三種特性：

(1) 一直線的兩段之比等於其投影之比(圖 11)：

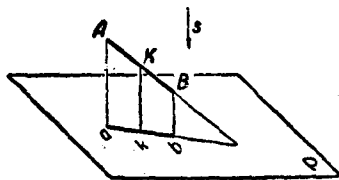


圖 11.

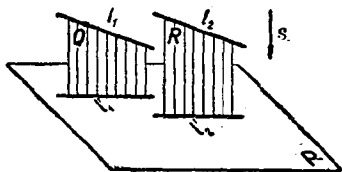


圖 12.

$$\frac{AK}{KB} = \frac{ak}{kb}, \text{ 因為 } Aa \parallel Kk \parallel Bb.$$

(2) 兩平行直線的投影仍互相平行 (圖 12)。

設若直線 l_1 與直線 l_2 平行, 則投射平面 Q 與 R 互相平行, 所以由此兩平面與投影平面 P 相交所得的投影 l'_1 與 l'_2 互相平行⁽¹⁾。

(3) 兩平行直線的兩線段之比等於此兩線段的投影之比。

設 $AB \parallel CD$ (圖 13)。三角形 BKb 與 DMd 相似; 因而 $\frac{KB}{Kb} = \frac{MD}{Md}$ 。但是 $\frac{KB}{Kb} = \frac{AB}{ab}$ 並且 $\frac{MD}{Md} = \frac{CD}{cd}$ 。所以,

$$\frac{AB}{ab} = \frac{CD}{cd}.$$

這些特性以後有很大的用處: 利用它們可以斷定, 所考慮的物體本身原有的關係, 何者在其投影上仍然保存。

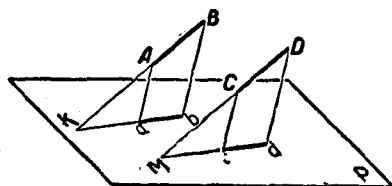


圖 13.

把平行投影看作物體和幾何形體在平面上的影像時, 不要忘記, 必須有一個連帶的規定。那就是, 觀察平行投影時, 必須想像自身與影像有一無限大的距離。

但是實際上物體和其影像全是從有限的距離觀看的, 因而向觀察者眼中射去的光線形成錐面, 並非柱面。所以用中心投影法而不用平行投影法得到(遵守一定的條件時)的影像比較自然些。因為這種緣故, 如果要叫觀察者對影像的感覺和對實在物體一樣, 就當採用以中心投影為基礎的透視投影⁽²⁾。

⁽¹⁾ 假設給出的兩直線與投射方向平行, 則該兩直線的投影都變成點。

⁽²⁾ 透視投影不在本教程的計劃之內。讀者若感興趣, 可參攷 Н. А. Глазков 著的“畫法幾何學”, А. И. Доуляков 著的“畫法幾何教程”, Н. А. Рынин 著的“畫法幾何學”。

然而平行投影的作法比較簡單得多，又具有以上所舉投影的特性，即能保存實在的尺寸比例，這就足以說明它雖然有以上舉出的假定性，但仍應用得普遍。

關於把空間的形體繪成平面的影像這方面的知識和方法是自古以來逐漸積累起來的。有一段很長的時期人們多按寫真畫法繪製平面影像。後來隨着技術的發展，創造一種需保證影像正確且便於測量的方法，這個問題得到了首要的評價，這方法換言之就是要能精確地確定影像上每一點對於其他各點或平面的相對位置而能用很簡單的辦法測定線段及形體的尺寸。這種繪製影像的一些孤立的規則和方法，逐漸累積起來，經法國學者孟若（Монж 1746—1818）在他的著作中整理成一系統，以“畫法幾何學”（Géométrie descriptive）標題發表於1799年。孟若所說明的畫法是在互相垂直的兩投影平面上取直角投影的平行投影法。此法保證物體在平面上的影像明顯、正確且便於測量，直到現在仍為工程製圖的基本方法。

直角的字樣 **прямоугольный** 常用正的字樣 **ортогональный** 代替，這是由古希臘文中兩個字組成的，其意義是“正”和“角”。本書中以後正投影這個名詞將用來代表在互相垂直的平面上的直角投影系。