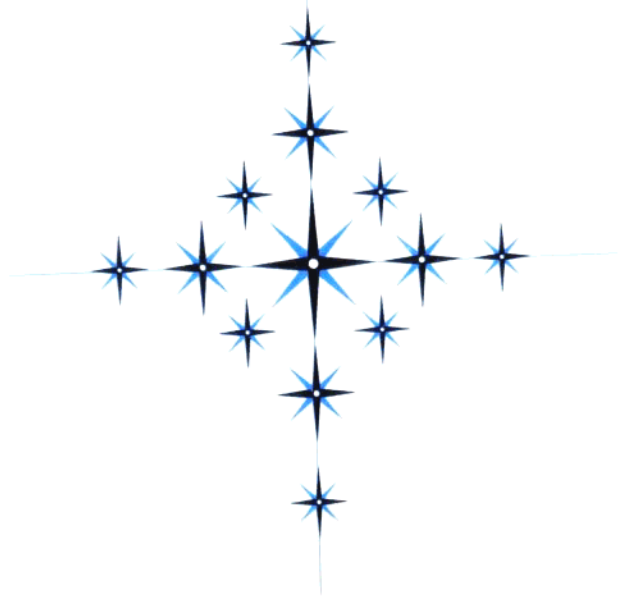


生活中的数学

丁耀仁 张祖椿 编著



SA479/0704

目

录

日记里的数	1
年龄的特点	6
走路的学问	10
骗人的赌博	17
分析与判断	23
新奇的代数	28
机器人问题	33
一步走多大	37
厉害的葛藤	41
难定的井位	45
看戏与射门	52
怎样圈地好	57
手表的妙用	61
缝衣针的谜	66
佛像有多重	72
多高看千里	76

我在哪里了	79
简易测树径	85
生命的数学	95
动人的墓碑	99

日记里的数

今天气温 24 度。我到市场买了 3 条鱼,最大的 1 条有 2 斤重、1 尺半长,回到家里正好 8 点。

在这 24、3、1、2、1.5、8 中,只有 3 和 1 是精确数,其他都是近似数。

· 狗有 4 条腿,蛇有 1 个头。这样的数能够精确,也应该精确。

本县有 56 万人,我的头发是 11 万根。这样的数也能够精确,知道万以上的数,就可以了。

许多近似数大不一样。像表示时间、长度、重量、温度、角度的数,只能是近似数,不能是精确数。这就是说,你想要精确数,也办不到。

谁也说不 出 1 条鱼的精确重量。事实上,鱼的重量随时随地在变。地球上同一物体的重量大小不是处处相同的;鱼身上有水分,水分可以挥发,又可以吸收空气中的某些气体,什么时间、什么地方的重量才精确呢?就是有精确重量,任何现代的先进测量工具,包括电子计算机也无能为力,并且永远无能为力。人能做的事情,只能是尽量满足不同的要求。

把椅子腿的角度做歪 1 度的木匠，不能算整脚的木匠；而打捞海底沉船的时候，把沉船位置算错 1 纬度的技术员，就是很不称职的技术员了。因为在地球上，经度相同，纬度相差 1 度，距离就差 100 多千米远了。

日记里的数都有单位。

当今世界上，使用的度量单位也够多的了。同一种量，往往又有种种自成系统的单位。

长度的单位，英美国家喜欢用英里、码、英尺、英寸。据说，1 码的长度，最初是英王亨利一世的指端到鼻子的距离；1 英尺是以查理曼大帝的脚长为依据；把 3 颗又圆又干的麦粒连在一起是 1 英寸。这样定长度有点可笑，相互之间的换算更叫人心烦。

我国历史上有里、引、丈、步、尺、寸等长度单位，而且各个时期的“尺”长又不尽相同。古典文学中有“身長九尺”的说法。那时的 1 尺，肯定比现在的 1 市尺要小。要不，在身長 9 尺的人面前，就是最高的篮球运动员，也是矮得出奇的小个子了。

人类交往多了，这么多不同的长度单位，实在太不方便了，有必要统一起来。

1790 年，法国国民议会决定建立一套能适合国际需要的度量制度。9 年后，在法国数学家拉普拉斯领导下，定出了“米”的单位。

1875年，国际计量组织规定，以通过巴黎的地球子午线长度的四千万分之一为1米。14年后，决定以一根铂铱合金米尺上的两条刻线间的距离作为1米，精度是千万分之一。

1960年，国际计量大会通过：以规定条件下的氪86原子，在真空中辐射的光波波长来确定1米的长度，精度是十亿分之一。23年后，通过用激光来代替氪86，精度又提高了100倍。

人家不欣赏我们的市尺、市寸，我们也对他们的脚长、麦粒不感兴趣。大家都用公制，倒是个好办法。

1984年2月27日，国务院发布了《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》。这就是国际计量大会讨论通过采用的以米制为基础的国际单位制。

大家把度量单位统一起来是件好事。可是，为什么不用中国制，不用英国制，偏偏要用法国人创立的公制呢？

这里面有两层道理：

一、公制里的大小单位之间的进位关系，是十进制、百进制或者千进制。

1千米是1000米，1米是100厘米，1厘米是10毫米；1吨是1000千克，1千克是1000克。这样的大小单位的换算，动动小数点便行了。这比1里是150

丈,1英尺是12英寸要方便得多。

二、公制里的长度单位和重量单位、时间单位以及其他的一些单位,互相配合得好。1立方米的水,正好是1吨;使质量1克的物体产生1厘米/秒²加速度的力,正好是1达因。真是好记好用。

都用公制,不同国家和地区的度量单位一致了;度量进位制和数的十进制一致了;同类别大小单位的各级进位方式一致了;不同物理量的相互关系协调了。

为什么时间不用十进制呢?

其实,科学上用的时间,基本单位是秒,比秒小的时间单位也是十进制的。分和小时是按一昼夜长度,结合生活习惯划分的,本来就不是十分精确的单位。至于日、月、年,更是由天文现象决定的,想化成十进制,也不可能了。

最短的时间单位叫“那诺秒”。1那诺秒等于 1.0×10^{-9} 秒,相当于光线走30厘米花费的时间。

日记中的“24度”,要写成24℃,以免与其他温标混淆。

科学上有一种表示温度的方法叫“绝对温标”,也叫开氏温标,记作K。 $0\text{ K} = -273.15^{\circ}\text{C} \doteq -273^{\circ}\text{C}$ 。

0K是达不到的。现代的超低温技术,已经能够

获得十分接近于 0 K 的温度。至于能够达到的高温，理论上不受限制。



年龄的特点

父亲现在的年龄，与儿子现在的年龄加起来是110岁；等到儿子的年龄，与父亲现在的年龄相同时，儿子的年龄是孙子现在的年龄的9倍；那时，孙子的年龄比儿子现在的年龄大4岁。请问：孙子现在的年龄多大？

碰上这样弯来拐去的题，首先要有不怕的精神准备，然后开始理一理头绪。题牵涉到的人不过3个——父亲、儿子和孙子；用得上的时间不过2个——那时和现在。此外，还得对年龄本身的特点有所认识。

年龄本身有什么特点呢？

第一，年龄只能随时间增加，不会减少，数学上是没有“越活越年轻”的。所以，求解出来的真实年龄有负值，便应该舍去。

第二，时间给予人的年龄是相等的，很公正。这就是说，每过1年，每人都增长1岁，不想要这1岁不行，想蹦着长也不行。

第三，不特别声明，数学题中的年龄取整数。这

虽然不太符合真实情况,也还符合一般习惯。

好了,现在来解题。

解题时设未知数可以大胆些,不必怕未知数设多了。题里有父亲、儿子、孙子3人,就分别设他们现在的年龄是 x 、 y 、 z 岁。然后,逐句分析题意,列出方程式。

第一句很明确,

$$x + y = 110 \cdots \cdots (1)$$

第二句也清楚,当儿子年龄达到 x 岁时,就有

$$x = 9z \cdots \cdots (2)$$

两个方程有3个未知数,还需要再立一个方程才好解。不用说,应该在第三句上打主意了。关键是要找出“那时”孙子的年龄,找到后减去 y 等于4,就是第三个方程。“那时”孙子的年龄是多少呢?是现在孙子的年龄 z 加上若干年。这若干年是多少年呢?就是儿子从现在年龄 y 活到 x 岁时的年数,也就是 $x - y$ 。于是得到:

$$[(x - y) + z] - y = 4 \cdots \cdots (3)$$

解①②③三元一次方程组,得 $z = 8$ (岁)。

下面的一个题,就难一些了。这是一个查有实据的故事:

19世纪,英国有个数学家叫狄摩根,曾在逻辑研究方面做出过贡献,他活了65岁。生前某一年,有

人问他：“你多大年龄啦？”在西方，除非至亲好友，随便问人家年龄是不礼貌的。狄摩根倒没有计较，他想了想，说：“我在公元 x^2 年时是 x 岁。”

狄摩根开的是什么玩笑呢？看到他一本正经的样子，问话的人便认真思索起来：要是设他出生年是公元 y 年，就有 x 岁时是公元 $y + x$ 年，得：

$$y + x = x^2$$

这个方程有两个未知数，是个不定方程，可以根据年龄本身的特点，化成不等式来求解。

狄摩根是 19 世纪的数学家，又只活了 65 岁，那他的出生年，就一定在 1735 年后，在 1835 年前。

$$\therefore 1835 > y > 1735$$

$$\therefore 1835 > x^2 - x > 1735$$

这样，我们就可以把这个一元二次不等式的左右两边，分别求解，然后再取它们的公共解。

$$x^2 - x - 1835 < 0$$

分解因式，化简，得：

$$-42.34 < x < 43.34$$

年龄不能是负数，得 $x < 43.34$ 。

$$x^2 - x - 1735 > 0$$

分解因式，化简，舍去负数，得 $x > 42.16$ 。

于是，公共解是 $43.34 > x > 42.16$ 。

考虑到年龄取整数，满足上式的只有：

$$x = 43(\text{岁})$$

因为狄摩根在 43 岁时是公元 $43^2 = 1849$ 年，所以他是在公元 1806 年出生、1871 年去世的。

列出方程，用不等式寻找狄摩根的年龄相当费事，有点像公安人员在破案了。其实，这个题有一个非常简单的解法，是小学生也能很快给出答案的。

我们很容易算出来，在 1700~2000 之间，只有三个完全平方数。这就是 $42^2 = 1764$, $43^2 = 1849$, $44^2 = 1936$ 。

要是狄摩根在 1764 年是 42 岁，他活到 19 世纪就有 70 多岁了，所以不对。要是狄摩根在 1936 年是 44 岁，那他是 1892 年生，19 世纪末才 8 岁，不可能是这个世纪的数学家。所以，答案只能是：在 1849 年时，狄摩根 43 岁。

你看，解题的思路不同，方法的差别可以有多大。

走路的学问

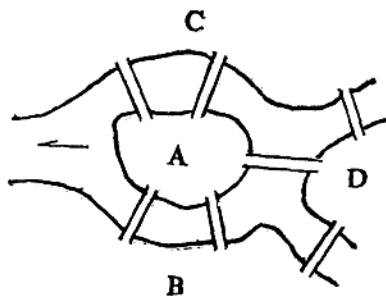
农科站有一片试验田，用纵、横的田埂划分成 9 个作物对比区。农科员每天都要过桥到试验田去巡回检查，把各块田的四周走遍，然后过桥返回。时间一长，农科员发现他每次都要走不少重复的路，于是向自己提了一个问题：不走重复的路，能不能把试验田的田埂走一遍呢？要是能，可就省时间了。

城市的邮递员，能不能从邮局出发，不走重复的路，走遍负责的街巷，最后回到邮局呢？要是能，千家万户就能早看到书信和报刊。

最早引起人们注意的，不是邮递路线问题，而是哥尼斯堡的 7 座桥。

哥尼斯堡城也叫过加里宁格勒，布勒格尔河从这里流过。这条河有两条支流在城中心汇合，合流的地方有一个小岛 A 和半岛 D，再加上两岸 C、B，都是繁华的商业区。如下页图，在 C、B、A、D 之间架了 7 座桥。早在 18 世纪的时候，就有很多人探讨过，能不能不重复地一次走遍这 7 座桥呢？结果，谁也没有找到答案。经过分析，不同的路线有 5040 条，一条一

条去试,未免太麻烦了。要是桥一多,走法上万,又该怎么办呢?



瑞士数学家欧拉解决了这个问题。他说,可以把7座桥简化成7条线,把岛A、半岛D和河岸C、B简化成4个点。于是,问题便转换成能不能把这个线图,一笔画成的问题。因为这个线图不能一笔画成,所以不能不重复地一次走遍这7座桥。这便是有名的哥尼斯堡7桥问题。

问题是怎样判断一个线图能不能一笔画成呢?要是能一笔画成,又应该从哪里开头,在哪里结束呢?

欧拉的线图,为解决这类问题建立了数学模型,就像我们解应用题建立了方程。这样,我们便可以丢开城市、河流、桥等具体情况不管,全力来研究解决线图上的问题。

现在，我们把线图中有偶数条线交会的点叫做偶点，有奇数条线交会的点叫做奇点。不管我们从哪一点出发，到哪一点画完，中间每经过一点，总是既有画到那点去的线，又有从那点画出来的线。所以，除了开头点和结束点外，其余的点，都必须是偶点才行。

根据这个道理，我们可以得到 3 条原则：

一、线图上的奇点数不大于 2 个，这个线图就能一笔画成，否则不行。

二、线图中要是没有奇点，那始点和终点重合；要是 2 个奇点，那就必须从一个奇点开始，在另一个奇点结束。

三、线图上的奇点数，总是成对出现的。

7 桥问题中的 A、B、C、D 都是奇点，根据第一条，不能一笔画出。也就是说，谁也不能不重复，一次走遍 7 桥。

画出巡回试验田的线图，数一数偶点和奇点各有 8 个，奇点数超过 2 个，根据第一条，不能一笔画成。也就是说，农科员不能不重复，一次走遍所有的田埂。

既然非重复不可，那就应该尽量少重复，使所走的总路程最少了。

对。根据第三条，既然奇点总是成对出现的，那

我们只要在 2 个奇点之间,添上一条重复线,就能减少 2 个奇点,直到把线图上的奇点减少到 2 个,便能一笔画出来了。

7 桥问题是 4 个奇点,根据第一条,只要把最短距离的两点找出来,在那里重复走一趟,减少 2 个奇点,便可以从剩下的一个奇点到另一个奇点,使走遍 7 桥的路程最短。

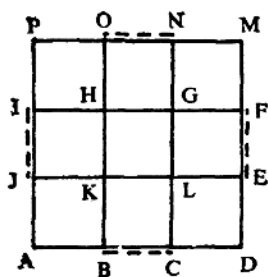
要是 AB 最短,最短路程便是 D-A-C-A-B-A-B-D-C。

既然从 D 到 C 最短,那倒过来从 C 到 D 也是最短的。

巡回试验田问题,有 8 个奇点,并且要求始点和终点是一个,根据第二条,要把 8 个奇点全部变成偶点才行。这就需要添上 BC、EF、NO、IJ 四条虚线,沿着

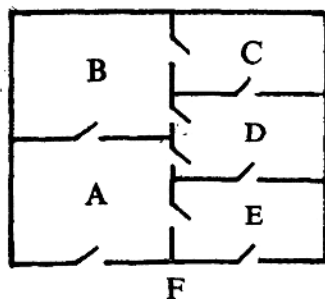
A-B-C-D-E-F-G-H-I-J-K-L-E-F-M-N-O-H-K-B-C-L-G-N-O-P-I-J-A 的路线行走。对农科员来说,这是最短巡回路线。

添加重复线,一要本身不重复,二要使添加长不大于所在圈长的一半。复杂一些的线图,按照这两条进行调整,就能得到最合适的线路。农科员的路线就是这样制定出来的。



经过数学的概括和加工,我们能够解决的问题,就从一个变成一大片了。

下图所示,是少年宫科技馆的平面图,分为 5 个大厅,相连的 2 个大厅都有门相通。请问:能一次不重复地经过所有的门吗?



学习欧拉的办法,用 F 表示室外,画出 A、B、C、D、E、F 为点的线图,用两点之间的连线表示门的通