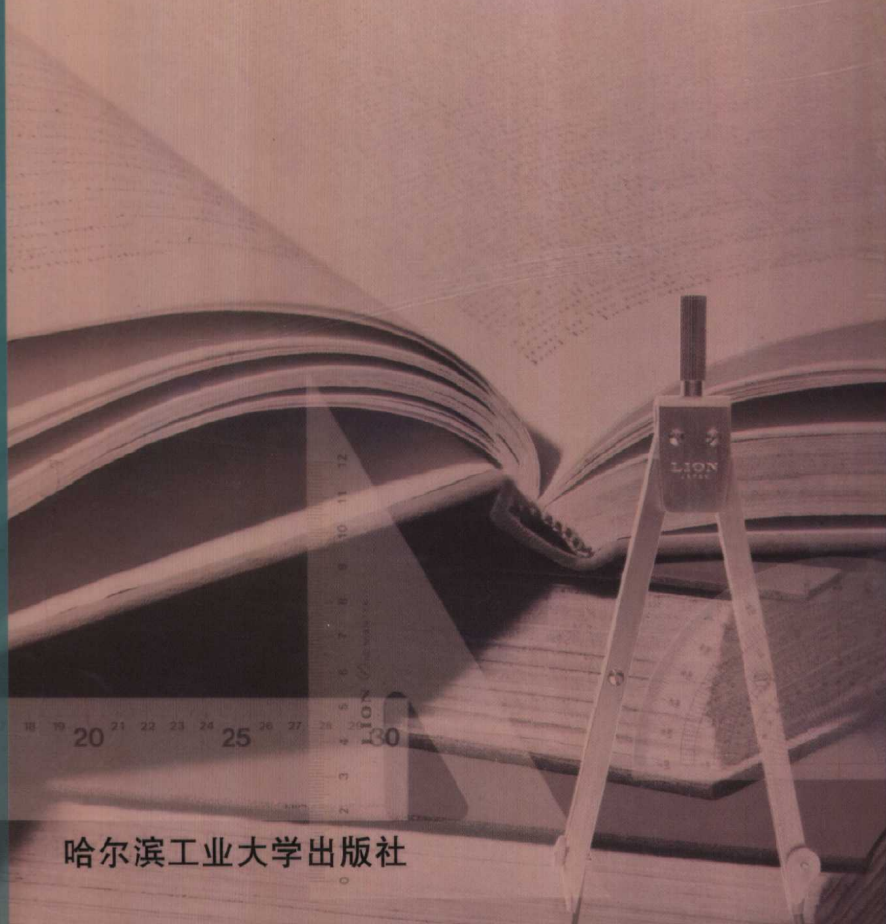


高等师范院校数学系列教材

数学实验 (上册)

——Math CAD、几何画板在数学教学中的应用

濮安山 柳成行 吕同富 梁文明 编著



哈尔滨工业大学出版社

高等师范院校数学系列教材

数 学 实 验 (上册)

——Math CAD、几何画板在数学教学中的应用

濮安山 柳成行 吕同富 梁文明 编著

哈尔滨工业大学出版社

· 哈尔滨 ·

内 容 简 介

主要内容有：绪论：数学实验与中学数学教学；MathCAD 的功能介绍；MathCAD 的计算功能；符号运算；二维图形绘制；MathCAD 的二维动画制作；几何画板；数学实验范例。本书的特点是在介绍数学实验工具的基础上，较系统地论述了数学实验的理论基础，同时做了大量的实验范例，以和中学数学教学实际紧密联系。本书可作为师范院校数学系数学实验课的教材，也适合非数学专业作为教学参考书，特别适用于中学数学教师开展多媒体教学。

图书在版编目（CIP）数据

数学实验.上册，Math CAD、几何画板在数学教学中的应用/濮安山，柳成行，吕同富，梁文明编著. —哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2003.10

ISBN 7-5603-1778-2

I.数… II.①濮… ②柳… ③吕… ④梁… III.数学课-计算机辅助教学-应用软件-中学 IV.G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 088666 号

出版发行	哈尔滨工业大学出版社
社 址	哈尔滨市南岗区教化街 21 号 邮编 150006
传 真	0451-86414749
印 刷	肇东粮食印刷厂
开 本	850×1168 1/32 印张 8.375 字数 216 千字
版 次	2003 年 10 月第 1 版 2003 年 10 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 7-5603-1778-2/O·137
印 数	1~5 000
总 定 价	30.00 元

序

随着科学技术的发展,数学的应用范围日益广泛,不但在自然科学的各个分支中应用,而且在社会科学的很多分支中也有应用。毋庸置疑,数学自身的发展水平深刻地影响着人们的思维方式。

众所周知,数学创新、数学应用、数学传播是数学教育工作者的三大基本任务。为了适应现代教育发展的需要,我国高等师范院校的数学教育专业改为数学与应用数学专业(师范类),由此导致课程设置必将发生根本的变化。如何开设应用数学课,如何应用计算机进行数学教学,如何改革数学教育的传统课程,都是有待进一步探讨的问题;相应的数学教材,更有待改革和完善。为此,黑龙江省高等师范院校数学教育研究会,组织哈尔滨师范大学、齐齐哈尔大学理学院、牡丹江师范学院、佳木斯大学理学院四所本科师范院校的数学教育工作者,在多年教学实践基础上,集中对应用数学、计算机数学及数学教育等课程进行研讨,编写了“高等师范院校数学系列教材”,以适应高等师范教育发展的需要。

这套教材主要包括:形成体系的教材,如《数学建模(上、下册)》、《数学实验(上、下册)》、《离散数学》;具有师范特色的教材,如《中学数学教学论》、《中学数学方法论》、《中学数学解题方法》;融入教师教学体会和教学成果的专著性的教材,如《教学过程动力学》。这套教材,力求在保持师范特色的同时,突出应用数学和计算机数学的特点,以期成为高等师范院校本科数学教育专业一套实用的教材,这是我们的主要目的。

我们清楚地知道,我们追求的目标不易达到,不过,通过我们的努力,引起共鸣,经过同仁的一起努力,目标总会到得早些。

**黑龙江省高等师范院校
数学教育研究会理事长**

王玉文
2002 年 3 月

前 言

美国著名数学家和数学教育家 G·玻利亚指出：“数学有两个侧面：一方面，它是欧几里得式的严谨科学，从这方面看，数学像是一门系统的演绎科学；但另一方面，创造过程中的数学，看起来却像实验性的归纳科学。”这就要求数学教师不仅要教演绎推理，同时也要使学生学会使用归纳推理、“合情推理”等非演绎手段，让学生体验数学的创造过程——从观察、归纳、概括、猜想到分析与证明的全过程。而数学教学的实际中却存在偏重于演绎推理的技巧，忽视归纳推理能力培养的现象。一方面，与我们数学教师的观念有关，另一方面，与教育技术的发展有关。随着计算机技术的发展，20 世纪 80 年代后期出现的用计算机作为工具解决一些数学问题的“数学实验”，会影响和改变我们教授数学与学习数学的方式。

我国著名数学教育家张奠宙先生指出：“知识系统有两种形态：学术形态和教育形态。综合性大学的数学教育，只要使学生掌握知识的学术形态就可以了。但师范大学的数学教学不仅要求学生掌握知识的学术形态，而且应帮助学生掌握知识的教育形态。这种转换是一种特殊的能力，需要加以培养。”所以，师范院校数学系的课程设置的模块中有一类数学教育模块。目的就是让

学生掌握数学教育形态的理论和技能。而这些课程多是讲述数学教学目的、内容、教学方式、学习方式、怎样解题等。随着计算机技术的发展,数学实验软件的不产生。它能提供学生在“做数学”中学习数学的工具。对师范院校数学系的学生——未来的数学教师来说,在接受学术形态的数学实验训练的同时,也要接受足够充分的教育形态的数学实验训练。

实验是为了检验某种科学理论或假设而进行的某种操作,是科学研究和发现的重要方法。读者大多熟悉物理实验与化学实验。那什么是数学实验呢?所谓数学实验,就是人们为了发现数学结论或验证某一数学猜想,以计算机或现实的材料为工具而展开的实验活动。通过实验,能给出刻画数学结论的现象或重要的数据,再对得出的现象和数据进行分析,从而验证某些数学结论和猜想。我们常用的计算机软件的数学实验工具有很多,如几何画板、Mathematic、Math CAD、Maple、Matlab等。本书选择的实验工具软件是Math CAD和几何画板。

最近两年,本书的作者们在中学、大学的数学课堂上利用实验工具软件对数学实验教学进行了有益的尝试,对中学数学的一些重要结论给予了实验验证,在探索数学实验及其教学方面积累了一些经验。本书的理论部分是濮安山、梁文明的硕士论文课题研究的内容。其他部分是开设数学实验课的部分讲义。具体分工为:哈尔滨师范大学濮安山编写第一、二、三、四、九、附录,哈尔滨学院柳成行编写第六、八章,佳木斯大学吕同富

第五章，深圳市外国语学校梁文明编写第七章。

在本书的编写过程中，哈尔滨师范大学、哈尔滨学院、牡丹江师范学院、佳木斯大学有关领导给予了大力支持；在出版过程中，哈尔滨工业大学出版社黄菊英编审付出了辛勤劳动。我们在这里，向他们表示衷心的感谢。

庄子曰：“始生之物，其形必丑。”我们深知：本书对数学实验来说只是做了初步的探索，一定存在不足和疏漏，恳请同行批评指正。

作者

2003年5月

目 录

第一章 绪论.....	(1)
1.1 数学实验的由来	(1)
1.2 数学实验与计算机辅助数学教学.....	(4)
1.3 数学实验的课程论的地位	(9)
第二章 数学实验与中学数学教学	(15)
2.1 数学实验的作用	(15)
2.2 数学实验在中学数学教学中的应用	(18)
第三章 MathCAD 功能介绍	(26)
3.1 MathCAD 的工作界面	(26)
3.2 MathCAD 中的三种“区”(Region)	(33)
第四章 MathCAD 的计算功能	(38)
4.1 数值计算	(38)
4.2 函数值运算	(42)
4.3 微积分运算	(44)
4.4 复数运算	(49)
第五章 符号运算	(53)
5.1 符号运算基础	(54)
5.2 符号代数运算	(57)
5.3 微积分与极限运算.....	(62)
5.4 矩阵符号运算	(65)
第六章 二维图形绘制	(69)
6.1 直角坐标图形绘制.....	(69)
6.2 极坐标图	(82)
6.3 图形缩放与坐标追踪.....	(84)

6.4 数学图形的保存	(90)
第七章 MathCAD 的二维动画制作	(93)
7.1 动画制作方法	(93)
7.2 动画实例	(99)
第八章 几何画板	(103)
8.1 几何画板的基本功能	(105)
8.2 几何画板的特殊功能	(131)
8.3 系列按钮	(152)
8.4 主从型多重运动	(164)
8.5 参数方程和极坐标方程曲线	(169)
8.6 立体图形的直观图	(176)
8.7 几何画板的快捷键功能	(182)
8.8 几何画板功能范例	(183)
第九章 数学实验范例	(200)
9.1 连接四边形各边的中点所组成的图形是平行四边形	(201)
9.2 勾股定理	(202)
9.3 同弧上的圆周角相等	(204)
9.4 根据定义绘制抛物线	(207)
9.5 相交弦定理	(208)
9.6 切割线定理	(209)
9.7 三角形全等判定定理——边角边	(211)
9.8 相似多边形面积比等于相似比的平方	(212)
9.9 三角形内角平分线定理	(214)
9.10 指数函数的图象与性质	(215)
9.11 函数 $f(x) = x + \frac{k}{x} (k > 0)$ 的单调性	(217)
9.12 三角函数 $y = A \sin(ax + \phi)$ 的图象	(218)
9.13 原函数和其反函数图象间的关系	(223)
9.14 离心率对椭圆、双曲线形状的影响	(225)

9.15 一些特殊三角函数的周期性	(227)
9.16 函数图象的变换	(230)
附录	(235)
附录 1 开设数学实验课的几点思考	(235)
附录 2 数学实验课数学软件的选择	(250)
参考文献	(256)

第一章 绪 论

- 教学实验的由来
- 教学实验与计算机辅助数学教学
- 教学实验的课程论的地位

1.1 数学实验的由来

美国著名数学家和数学教育家 G·玻利亚指出：“数学有两个侧面，一方面它是欧几里得式的严谨科学，从这方面看，数学像是一门系统的演绎科学；但另一方面，创造过程中的数学，看起来却像试验性的归纳科学。”^[4]在中学数学教学中，要全面提高学生的数学素质，不仅要重视数学内容形式化、抽象化、严谨性的一面，更要重视数学发现、数学创造过程中归纳和实验的方法。我们既然知道数学知识有发生、发展的实验阶段，为什么不像物理和化学那样，安排一些实验呢？从而使数学实验成为学生掌握知识的手段，解决实际问题的方法，发现真理的思想，形成创造能力的活动。而目前实际的数学教学情况是：数学教学往往是片面强调形式化的逻辑推导和形式化的结果，教师在传授数学知识时，不注重数学知识发生发展过程；不注重数学中蕴涵的数学思想方法；较少运用归纳和实验的方法。教师把大量的精力都用在讲评练习题上。学生学习数学的方法更是从公理出发，沿着定义、定理、证明、推论的道路进行的，结果是，数学变成了枯燥无味的公理、定理、公式和习题的堆积，而充满美感和生机勃勃的数

学丧失了他的本来面目。无论是教师还是学生,更注重演绎逻辑思维能力的提高,忽视归纳、类比和猜想等重要的数学方法,更没有像研究物理或化学科学那样进行实验验证或发现。人类科学技术的迅猛发展,尤其是计算机的发现和计算机应用的日益广泛,促使数学教育工作者把计算机和数学教育紧密结合起来,让计算机为数学教育服务。事实上,计算机发展史在相当长的时间内是数学发展史的一部分,无论是过去、现在,还是将来,计算机与数学的关系比计算机与其他学科的联系都紧密,因此,计算机在数学教学中有着广泛的应用。

随着现代电子计算机影响的不断深入,它对教育的作用日益明显,尤其对数学教育有着广泛而深刻的影响。特别是对数学教学内容的影响,用计算机数学软件可以进行各种代数计算,如数值的代数运算、复数运算、矢量和矩阵运算、解方程与方程组、微分和积分的数值解、插值运算、微分方程求解等。由此,将计算机应用在数学教学和学习中,既可改变教师讲授数学的方式,更可改变学生学习数学的方式。计算机数学软件的开发和功能越来越强大,如几何画板可以刻画平面几何图形中几何要素间的关系,可以对现在平面几何中很多结论加以验证。Math CAD 不仅可以刻画由函数和方程确定的曲线,而且可以对有些数学内容进行代数运算,如数值的代数运算、复数运算、矢量和矩阵运算、解方程与方程组、微分和积分的数值解、插值运算、微分方程求解等。人们提出:我们对数学的研究能否像研究物理和化学那样采用实验的手段获得一些重要的数据,通过分析实验的结果,得出数学的结论,从而加以严格的证明。其实,用计算机来解决数学的问题已有几十年的历史了。如著名的“四色问题”,即把平面(或球面)像画地图似地划分为许多区域,每个区域各标一种颜色,并要求每两个相邻区域所标颜色不能相同,问至少需要几种颜色?

1976 年,美国伊利诺伊大学的阿佩尔(K. Appel)、哈肯(W. Haken)借助计算机对“四色问题”进行了研究,结果是“只

要四种颜色就够了”，他们设计了十分巧妙的程序，用计算机进行了复杂的证明。他们在伊利诺斯大学的 IBM 360 机上对所设计的 1 482 种情形进行机器证明，花了 1 200 h，终于证明了“四色问题”。这就是效果的“数学实验”用计算机证明数学问题。我国著名数学家吴文俊认为，如果考察数千年的数学发展史，不难发现，数学多次重大突破都与数学机械化有关。他理解的机械化是指算法化和规范化。20 世纪 70 年代，他用代数的方法证明了欧氏几何已知的一切定理，还发现了一些新的定理。既然计算机能解决复杂的数学证明问题，那么对于只传授初等数学知识的中学数学教学可否引入计算机，这就是现在人们常说的数学 CAI。计算机用于中学数学辅助教学在中学已非常普及，但存在一些问题，如把计算机当成文本和图像的输出工具；用多媒体平台开发的课件多注重演示功能，在帮助学生理解、掌握数学知识方面开发的较少，能否把学生要学习的数学内容作为实验课题，数学教师用数学工具软件设计出实验程序，让学生上机亲自动手做实验，写出实验报告。分析实验结果，从对数据的分析中发现某些现象，由发现的某些现象猜测某些性质，对猜测的性质进行证明或反证，对证明所得的性质加以推广或一般化或特殊化。这样就可以使学生通过自身的探索，相对独立地从事数学的发现和数学学习，更深刻地理解数学概念的含义，掌握数学思想和方法。

那么，什么是数学实验呢？实验是为了检验某种科学理论或假设而进行的某种操作或从事某种活动，是科学研究和发现的重要方法，人们对物理实验、化学实验比较熟悉，但很少听说数学实验。在人类没有计算机的时代或有计算机的初期，人们并没有注意到计算机在数学方面的应用价值。研究数学、学习数学都是借助笔、纸进行画图、计算、推理、证明。更注重演绎逻辑思维能力。自从 1976 年美国伊利诺伊大学的阿佩尔、哈肯借助计算机

成功地解决了著名的“四色问题”之后，人们开始注意到计算机不仅能用在数学的学习上，而且可以像人脑一样能证明数学问题，从而有了数学实验的名词。所谓的数学实验，就是人们为了研究数学的理论，用计算机作为处理数学对象的工具，给出我们所需要的数据，进而完成对某些数学问题的猜想或证明。

1.2 数学实验与计算机辅助数学教学

一、数学实验与计算机辅助教学的理论基础

计算机辅助教学始于 20 世纪 50 年代中期，美国哈佛大学实验心理学教授斯金纳(B. F. Skinner)设计了用教学机器进行的“程序教学”，以取教师代教师的语言功能。这种教学机器虽然取代了教师的主要功能——语言功能，指导学生的学习程序，能对学生的回答做出正确与否的判定，但没有从根本上改变教师与学生的关系，教师的主导作用仍然存在。目前为止，一些中小学校的计算机辅助数学教学只是取代了教师传递信息的功能（如用计算机传递数学内容，包括文字、数学符号、图片、动画等），和较先进的学习理论的要求有很大的差距。那么数学实验能否深入到中小学数学课堂，改变传统的落后的数学教学方式，被广大数学教师和学生所采纳。首先应看这种数学实验方式是否符合先进的学习理论？其次，应分析这种方式对学生在哪些方面产生有益影响，起到什么作用？

布鲁纳(Bruner)是认知派的代表人物之一，是一位研究知觉与认知发展的心理学家。他的学习理论对我国 20 世纪 70 年代的教育有很大的影响。他对学习本质的看法是：学习的目的在于形成和发展认知结构；在认知发展过程中，人们通过动作、表象和符

号三种表征将新知识融合于认知结构中；对于人类学习而言，重要的是符号表征；动作、表象和符号三种表征系统互存互补。而数学实验就是在原有的认知结构基础上，对学习内容进行编程加工，由学生在计算机上实验，获得新的认知结构。这符合布鲁纳对学习本质的认识，它是形成和发展认知结构的主动的过程。

另外，数学实验是发现学习的重要方式。发现学习是指在教师极少指导的条件下，学生通过大量探索来学习和掌握原理、规律及解决问题的方法。发现学习包括两个含义：一是学习者通过发现的方法进行了学习；二是可以发展发现能力，即使学生会发现而进行的学习。下面举例说明通过数学实验进行发现学习。在初中二年级的平面几何中，关于三角形内角和为 180° 定理的学习，教师在讲授时不告诉学生这一结论，而是让学生在《几何画板》上任意画三角形，然后用几何画板中度量的功能把三角形的三个角度量出来，并利用计算功能对三个角求和，在验证大量的、不同形状的三角形之后得出的数据都是三角形的三个内角之和，是 180° ，学生就会发现三角形三个内角和是 180° 的规律。学生在此基础上再给出理论证明。学生自己动手实验，主动参与探索知识的形成过程，通过实验来学习某些数学知识，而不是教师把数学知识传授给学生，学生被动地接受知识。

罗杰斯(R.Ggers)是美国著名的心理学家，他提出的“以学生为中心”的非指导性教学思想，对六七十年代西方的教育改革有很大的影响。他在《学习自由》(1969)一书中关于人本主义的十条原则，其中的两条是：多数意义的学习是从做中学到的，即让学生直接面临实际问题，做错了也会有利于学生学习；当学生主动参与学习过程时，学习才能进行。只有当学生自己确定学习方向、寻找学习资源、阐述问题、计划行动方案、获得结果时，才

是真正意义的学习,而数学实验作为学生学习数学的新的方式是完全符合这两条原则的。我们也把数学实验看做数学,学生通过自己做数学而获得某些概念、公式、法则、定理、问题的解。

二、数学实验与计算机辅助教学的区别和联系

1. 计算机辅助数学教学

计算机辅助数学教学在中学已经比较普及,我们首先研究计算机辅助数学教学方面的理论。从信息论的理论看,中学数学教学活动本质上是一个信息传递和信息处理系统。计算机辅助数学教学就是以计算机的各种特性和功能对教学信息进行传递和处理,从而可以利用计算机来实现教师在教学过程中的下述功能:信息传递、信息处理、判断评价与反馈。教师在用计算机辅助教学之前,要在计算机上编写教学内容。这种在计算机上实现的教材称为教学软件(Instructional Software)或课件(Courseware),然后,根据教学计划,教师选择教学内容进行计算机的辅助数学教学,图 1.1 给出了计算机辅助教学中计算机与学生之间的交互活动^[10]。

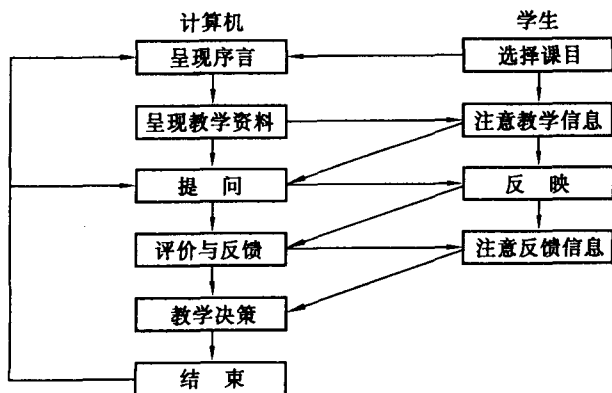


图 1.1