

高級中学課本立体几何 教学参考書

第一分册

人民教育出版社

高級中学課本立体几何教学参考書

第一分册 書号: 参0286

編者: 刘 牧 吕 学 礼
校訂者: 刘 羣 宇
繪圖者: 于 金 陵

北京市書刊出版業營業許可証出字第 二 号

出版者: 人 民 教 育 出 版 社
北 京 景 山 东 街

發行者: 新 華 書 店

印刷者: (見 正 文 最 后 頁)

开本: 787×1092 1/32 1955年11月第一版

印張: 4 1955年 月第一版北京第一次印刷

字数: 77千 1—0,000册

定价: 0.26元

河 北 教 育 厅 重 印

1—1352册

出版者的話

本書是根据中華人民共和國教育部編訂的中学數學教學大綱(修訂草案)的基本精神和本社出版的高級中学課本立体幾何的具体內容編寫的。第一分冊供教師教學高中二年級下學期立体幾何時參考之用。

本書的主要內容是：說明教學目的，指出教材編排的系統和教學的進度，並且提供一些在教學時應注意的事項。目的在於幫助高中立体幾何教師更好地使用高中立体幾何課本。

在編寫本書的過程中，曾經參考了下列各書：

1. 高中立体幾何授課計劃綱要(北京市中小學教學參考資料編輯委員會編)。

2. 中学數學教學法(伯拉基斯著，人民教育出版社出版)。

初稿編出之後，得到了北京師範大學附屬中學、附屬女子中學和北京市第三女子中學三個學校的行政領導和數學教師的大力支持和幫助，曾在這三個學校裏試用過一遍。諸位擔任試教的教師，根據他們的實際教學經驗，對於本書的初稿提供了許多寶貴的具體的意見。此外，通過書面徵求意見和座談會的方式，全國各地的數學教師，特別是北京市的幾位數學教師，也提供了許多寶貴的意見。

雖是這樣，本書一定還存在着一些缺點、錯誤和問題。同時，我國疆域廣大，各地、各校、各班的具体情况不盡相同，因

此希望高中立体幾何教師只把本書作为教学的参考,不要机械地搬用,应当深入地鑽研中学數學教学大綱(修訂草案),認真地學習苏联的先進教学經驗,結合具体情況,製訂出切实可行的教学工作計劃和教案來進行教学。

希望教師們在使用本書時,注意發現書中的缺點、錯誤与問題,多給我們提出具体的修改意見。更希望把在教学實踐中所得到的寶貴經驗告訴我們,以便修改時參考。

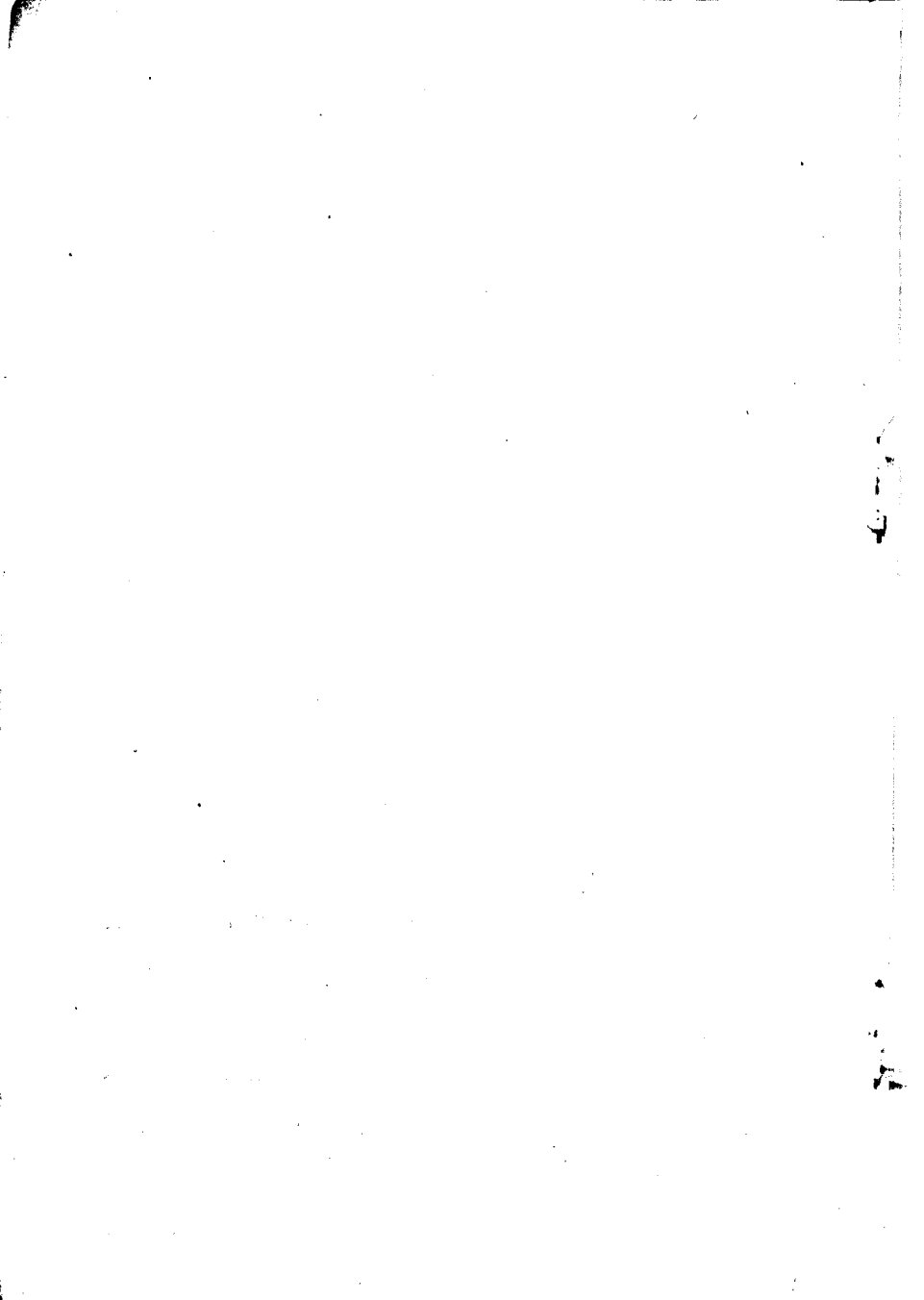
對於所有給本書提供意見的教師以及我們編寫本書時參考用的各書的原編者,致以衷心的感謝。

人民教育出版社

1955年10月31日

目 錄

總說明	5
第一章 直綫和平面	10
說 明	10
I 平面位置的確定	16
II 直綫与直綫、直綫与平面、平面与平面的 平行關係	29
III 平面的垂綫和斜綫	50
IV 直綫和平面的互相平行与互相垂直間的關係	74
V 二面角、平面与平面的垂直關係	83
附 錄	
参考材料 I 在平面內表示平面圖形的繪製方法	107
参考材料 II 課堂教學举例	111
参考材料 III 復習提綱举例(第一章中的 I 到 IV)	116
参考材料 IV 怎样確定空間的軌跡	118
参考材料 V 空間作圖題的基礎	124



總說明

I. 高中立体幾何的教学目的

立体幾何的教学,应当貫徹中学數學教学大綱(修訂草案)*中所規定的目的,即:“教給学生以數學的基礎知識,並且培养他們应用这种知識來解决各种实际問題所必需的技能和熟練技巧”;以及“教師在講授數學的过程中,要以社会主义思想教育学生,要充分联系我國社会主义建設中各方面的成就与情况,以培养他們成为積極参加社会主义建設和保衛祖國的全面發展的新人。注意培养学生的辯証唯物主义的世界觀,愛國主义思想和民族自尊心以及愛科学、愛勞動、愛集体、守紀律的美德,並且鍛鍊学生的坚强意志和性格。”

立体幾何的教学,除了上述中学數學教学的一般的教育目的与教养目的之外,由於它是數學中的一个分科,具有它自己的特性,所以还应当貫徹大綱中所規定的特殊任务,即:“幾何教学的目的,在於系統地研究平面上和空間物体圖形的性質,並且利用这些性質去解决計算題和作圖題;在於發展学生的邏輯的思維和對於空間的想像力;並且使他們能运用所学到的知識去解决实际問題:進行实地測量,測定各种建築物的表面積和容積等等。”

* 以下簡稱大綱。

II. 課本編排的系統和教學的進度

課本的系統，是根據大綱的精神編排的，全書共分三章。

第一章講直線和平面，在這裏系統地介紹有關直線和平面間的種種基礎知識，為學習以後各章做好準備。

第二章講多面體，在這裏介紹棱柱、棱錐和棱台以及它們的側面積、全面積和體積，正多面體的概念等知識。

第三章講旋轉體，在這裏介紹圓柱、圓錐和圓台以及它們的側面積、全面積和體積，球和它的表面積與體積的知識。

根據大綱的規定，各章的教學時間分配如下：

第一章	直線與平面	40 小時
第二章	多面體	30 小時
第三章	旋轉體	20 小時
復習	（包括學期和學年復習）	16 小時
總計		106 小時

III. 教學時應注意的事項

(1) 要貫徹以社會主義思想教育學生的任務

在講授立體幾何的過程中，教師必須以社會主義思想教育學生：注意樹立學生的社會主義的政治方向，培養學生的辯證唯物主義的世界觀以及培養學生的共產主義的道德品質。

課堂教學是貫徹以社會主義思想教育學生的任務的基本途徑，為了要貫徹以社會主義思想教育學生的任務，教師在課

堂上必須用辯證唯物主義的觀點闡述教材，其次在學生能夠接受的原則下，可以講授一些和教材有關的幾何歷史知識，尤其是我國歷代數學家在立體幾何學方面的貢獻，並且盡量選用和我國偉大建設有關的例題和習題。

此外在課外作業方面，必須使學生認識完成課外作業的必要性，使學生用正確的觀點來完成課外作業。特別要多讓學生做一些製作模型，進行實際測量等工作，以培養愛科學、愛勞動、愛集體、守紀律的美德和鍛鍊學生的堅強意志和性格。對學生的作業，必須要求他們合理地獨立地完成，並且要堅持按時完成，藉以培養他們善於作艱苦鬥爭和克服一切困難的精神。

(2) 要充分注意理論與實際的聯繫

理論結合實際，是數學教學的基本原則之一。大綱中指出：“在教學的過程中，應當充分注意理論與實際的聯繫。其方法，首先是作好練習，以便為解決實際問題做好準備；其次是應用數學知識去完成實際工作，但這些練習與工作應當與大綱中所規定的教材有機地聯繫起來，而不應當損害數學知識的系統性。”

解答立體幾何習題，對於理論和實際的聯繫具有很大的作用。大綱中指出：“所有各年級的幾何計算題、作圖題和證明題應當在學習該課程的每一章時，作有系統的演習。”這就是說，解答立體幾何習題應當有系統地經常地來進行，因此在每節課無論在課堂上或者在課外都應當按照教材的內容，

佈置適當的練習。

應用數學知識去完成實際工作，在立體幾何課程中主要是通過實際測量來計算各種形體（包括組合物）的表面積、體積或容積。它是防止教學流於形式主義的有效方法。大綱中指出：“必須指出幾何的實際應用，藉以提高學生對幾何的學習興趣，並且對於它的重要性深信不疑。這裏所說的實際應用是指各種測量，特別是實地測量、計算面積和容積等等。”因此，在立體幾何課程中對於實際測量工作，必須特別予以重視。

（3）要注意教學的直觀性

立體幾何中的直觀教具，對於培養學生的空間觀念，有很大的幫助。教師應當領導學生自製一些直觀教具*（竹籤或鐵絲製的、木板或厚紙板製的），並且在課堂上加以運用。這種工作做得愈多，所得的效果愈大。如果只在課堂上簡單地讓學生看一下，這樣得到的效果是不大的。

盡量利用圖形的直觀性來積累學生的空間觀念，以發展他們對空間的想像力，在立體幾何教學中是特別重要的。因此，在講授教材的過程中要儘可能多畫圖形，通過圖形來進行教學。對於學生則要求他們作出習題或定理中的圖形來。

但是注意教學的直觀性，並不是說不要逐步提高學生的抽象能力。在教學中隨着學生的空間想像力的發展可以逐漸減低直觀教具的作用，而不要使學生自始至終依賴於最初步的直觀。

講授系統的立體幾何課不应当和實際脫離，要儘可能引用生活中實際的例子來說明所講授的概念。

在注意教學直觀性的同時，還應當加強幾何教學的邏輯性。不要忘記發展學生智力的工作，特別是形成他們具有邏輯思維的工作。

* 可以參考人民教育出版社出版的“幾何直觀教具的製作”一書。

第一章 直線和平面

說明

一、教學目的

(1)使學生深刻地了解直線和直線、直線和平面、以及平面和平面間的相互位置關係和一般性質。

(2)使學生對於異面直線所成的角、直線和平面所成的角、二面角及多面角等等，獲得明確的概念。

(3)使學生了解空間作圖題的概念，學會作平行直線、平行平面、垂線以及垂面等的基本作圖。

(4)通過演示模型以及看圖和畫圖，逐漸培養學生的空間想像力。

(5)使學生能夠運用獲得的知識來解一般的計算題、證明題和作圖題。

二、教材編排的系統和教學的進度

這一章是有關立體幾何基礎知識的教材；是在學生已經獲得全部平面幾何的知識基礎上來闡述的。學生只有對這些基本概念和它們的主要性質牢固地掌握起來，並且能夠熟練地運用之後，才能着手學習多面體和旋轉體等教材。這一章教材共含六大節。各大節的主要內容是：第一，平面的基本性質和確定平面的公理及幾個推論。第二，直線和平面間的平行關係。第三，直線和平面間的垂直關係。第四，在前面的知

識基礎上進一步研究直線和平面間的互相平行及互相垂直的關係。第五和第六，明確二面角和多面角的概念和研究它們的主要性質。

根據大綱的規定，這一章教材的教學時間是 40 小時，各大節教材的教學時間可以分配如下：

I. 平面位置的確定	5 小時
II. 直線與直線、直線與平面、平面與平面的 平行關係	9 小時
III. 平面的垂線和斜線	8 小時
IV. 直線和平面互相平行與互相垂直間的關係	4 小時
V. 二面角、平面與平面的垂直關係	8 小時
VI. 多面角	6 小時

三、教學時應注意的事項

(1) 培養學生的空間想像力，是立體幾何教學的重要目的之一。為此，在教學這一章教材的過程中要有步驟地有意識地培養他們的空間想像力。

首先在教學中要着重向學生指出所研究的圖形是在空間的，同時為了使學生更好的樹立起空間圖形的概念，了解各元素在空間的位置關係，在教學中最初應當儘多地利用模型等直觀教具；其次，結合模型繪製圖形，以後逐漸有意識地減弱模型的作用，增強圖形的作用；再後不用模型，而完全利用圖形，以培養他們能夠通過圖形來想像實際上各種元素在空間的位置情況；最後再進一步要求不用模型，也不用圖形而能夠

解決較簡單的問題，藉以發展學生對空間的想像力。

(2)發展學生的邏輯思維和培養他們的獨立思考能力，同樣是立體幾何教學的重要目的之一。在這一章的學習中，要求學生能夠根據給出的條件，獨立地自覺地運用有關的理論知識，通過邏輯證明的方法得出結論，並能確知它的正確性。因此在講授定理或例題時，要教會學生一定的解題原則；要指導他們思考問題的方法；要使學生掌握邏輯性嚴密的解題步驟。再就是要注意立體幾何與平面幾何的聯繫，要求他們能把立體幾何中的問題歸結為平面幾何中的問題，從而使他們能夠有效而合理地運用平面幾何的知識來解決立體幾何中的問題。

另一方面，也要使學生注意空間圖形性質與平面圖形性質的區別，防止學生濫用平面幾何定理的現象。例如過直線上的一點作這直線的垂線，學生往往以為只有一條，以及未經證明便引用平面幾何中的定理“兩條直線如果同時平行於另外一條直線，這兩條直線互相平行”，又如在證明兩條直線互相平行時，學生只考慮它們不相交，而不注意它們是否在同一平面內等等。

(3)為了使學生自覺地掌握各個術語和概念，能夠正確地陳述出定義和定理的基本內容，並使他們獲得系統的有關立體幾何的基本知識，教師在實際教學過程中，尤其在講授概念時，務須清晰明確，多加綜合比較，以使他們熟悉各種不同情況；此外還須多作些有關實際應用方面的練習。例如，講直線和平面的垂直關係時，必須強調指出直線和平面垂直的定義：

就是一条直线要与平面内过交点的每一条直线垂直，才是与平面垂直。学习判定定理以后，就正方体、或教室内实际情形，指出直线垂直于平面的实例。这样才能更有效地保证学生自觉地掌握教材，提高他们学习立体几何的兴趣。

(4)解答足够数量的习题，是保证获得实际应用技能的必要步骤，而解题工作本身就具备着理论联系实际的重要意义。同时鉴于学生的年龄特征、以及他们的理解能力，在一堂课中，不必要的讲解，要尽量减少，而留出相当时间来进行巩固和练习工作。这样不仅可以使学生当堂能够把所学的知识巩固起来，以及获得实际应用它们的技能，而且还可以大大地减少课外作业的负担。

在课堂练习中，利用一些在后面才能正式讲到的立体模型，也是有好处的。这样可以使学生在实际观察中直接理解某些形体的各部分关系。在经常练习中所使用的模型，只是正方体、长方体、棱柱和棱锥；要依课时的进行循序渐进地用以解释各课时所学到的图形性质，并作简单的计算。另外在第一章学习中可以叫学生每人准备竹签四、五支，长方形小木板（或小纸板）两块，在学习和思考时，用来演示，使他们能更好地领会教材。

(5)在证明定理或解习题中，绘图来表示空间图形*，并且通过绘制的几何图来考虑空间图形的性质，在发展学生的空

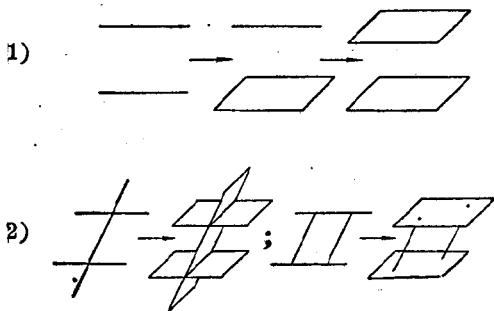
* 在立体几何里，是用直观图来表示空间图形的。这种直观图是根据前视斜透影的道理绘制的（参考人民教育出版社出版的制图学第一册第27页），在本书里我们把它叫做几何图。

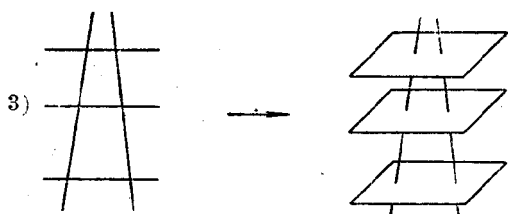
間觀念上是有極大幫助的。因此在教學第一章教材當中，要有步驟地指示學生繪製幾何圖的一般方法，以培養他們繪圖和看圖的能力，並且減輕他們學習上的困難。

用幾何圖表示空間圖形的繪製方法可以在教學中按下面步驟來進行：1)在水平平面內表示平面圖形的繪製方法；2)相交的若干平面的繪製方法；3)簡單的空間圖形（例如一條直線過正六邊形的中心而垂直於它所在的平面的圖形等等，可以在學會 1)的基礎上，隨需要陸續進行教學）；4)幾何體的繪製方法（包括截面的繪圖，在講授多面體時逐漸教學）。

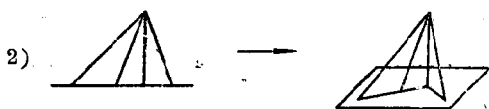
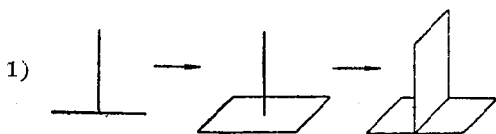
(6)最後還須指出：第一章教材中各種元素間的性質關係的教學，可以和学生所獲得的平面幾何知識密切地聯繫起來，讓學生掌握前後連貫的學習系統，這在學生理解和掌握教材上是有很大好處的，教師可以適當地考慮這個問題。例如，我們可以通过圖形來說明下列一些關係：

I. 直線、平面間的平行關係：

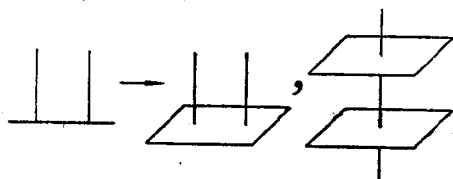




II. 直綫、平面間的垂直關係:



III. 直綫、平面的互相平行与互相垂直間的關係:



IV. 二面角:

