

名师精编教辅书 考场竞技掌中宝

专题突破

四所师大与中学名校联手打造

初中数学 三角形 相似形

袁志玲 孙法强 编著

立足专题 分层讲练
以法统题 以题说法
突出思维 注重综合



金盾出版社

JINDUN CHUBANSHE

专题突破

初中数学

三角形 相似形

袁志玲 孙法强 编著



金盾出版社

图书在版编目(CIP)数据

专题突破丛书·初中数学三角形 相似形/袁志玲等编著. —北京:金盾出版社,2003.6

ISBN 7-5082-2620-8

I. 专… II. 袁… III. 几何课-初中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 054630 号

金盾出版社出版、总发行

北京太平路 5 号(地铁万寿路站往南)

邮政编码:100036 电话:68214039 66882412

传真:68276683 电挂:0234

封面印刷:北京百花彩印有限公司

正文印刷:北京金星剑印刷有限公司

各地新华书店经销

开本:850×1168 1/32 印张:9.625 字数:318 千字

2004 年 4 月第 1 版第 2 次印刷

印数:25001—27000 册 定价:10.50 元

(凡购买金盾出版社的图书,如有缺页、
倒页、脱页者,本社发行部负责调换)

序 言

近年来,我国基础教育改革的步伐和素质教育进程明显加快,中学教材出现了“一纲多本”、“一标多本”的多元化格局。为了更好地适应这种不断改革发展的新形势,我们集多位教育专家、出版专家的聪明智慧,精心构思、设计了这套《专题突破》系列丛书的选题及编写框架。金盾出版社文化教育编辑室组织山东师范大学、天津师范大学、安徽师范大学、曲阜师范大学四所很有影响的大学,联合教所知名度很高的中学,一起编著了这套系列丛书。

提起“专题”,早在上世纪50年代我国就出版过这种形式的教学辅导用书。这些小册子当时深受中学师生的喜爱。“专题”论述灵活、深入,并具有一定的长效性。这些图书的出版,对我国人才的培养和成长起到了十分积极的作用。

“专题”之所以深受欢迎,其主要原因是:一、针对性强,可由专题讲练有效地实现知识和能力的升华和突破;二、内容讲述的空间大,并且很少受教材变动的影晌;三、读者可以根据自己的需要,灵活购买、阅读某些分册。

这套系列丛书的鲜明特色和深度魅力,主要体现在以下四个方面:

层次分明,讲练结合。按“专题”的知识板块,分多种层次,高效地进行讲与练,并搭建起读者探究的阶梯。

突出重点,注重方法。突出重点、难点与中高考热点,注重思维方法,努力构建知识体系和方法体系。注重启发,发掘潜能,教学互动。

深化主题,提高能力。精析、深化主题,注重难点、疑点、重点、易错点综合分析,对其相关内容适度涉猎,以便快速、有效地提高学生分析、解决实际问题的能力。

理念新颖,面向备考。锁定中考、高考,将素质教育与应试备考紧密结合,汲取近年来中、高考考题的精华,分析、跟踪、把握考题设计趋向,使学生及时参考,即学即会,成功迈进重点学校。

全套丛书每册内容分为三篇。第一篇“基础知能”是基础篇,对专题内容进行重点讲解和训练。突出重点,突破难点,消除疑点,矫正误点。第二篇“思维方法”是提高篇,以法统题,以题说法,从思维方法的角度精心设计和解析典型例题,使学生领略到思维方法是整个方法体系的核心,是从知识上升到能力的阶梯。第三篇“综合应用”是综合篇,按“热点”讲练,注重过程和方法,脉络清晰,条分缕析,非常便于读者提高综合应用能力。

鉴于《专题突破》系列的册数较多,我们拟分两批出版。第一批先推出初、高中的数学、物理、化学三科的各分册;第二批再推出初、高中的语文、英语等学科的各分册。

本册的编著者还有孔祥智、孔令军、刘艳丽等。

我们深信,这套系列丛书很好地体现了最新教改精神和新课标要求,具有很强的生命力,一定会成为广大中学师生的良师益友。

我们还衷心希望,各位老师和中学生朋友们在阅读、使用这套系列丛书时提出宝贵的修改意见,以便修订再版时改正,使其不断臻于完善。

《专题突破》丛书总策划 卢祥之 方明

目 录

第一篇 基础知能

一、三角形的概念和性质	(1)
三角形的有关概念	(1)
重点·难点与中考热点	(1)
知识点精析与应用拓展	(2)
典型题解析与释疑解惑	(4)
基础知能测试与答案提示	(7)
三角形三条边的关系	(9)
重点·难点与中考热点	(9)
知识点精析与应用拓展	(10)
典型题解析与释疑解惑	(11)
基础知能测试与答案提示	(14)
三角形的内角和	(15)
重点·难点与中考热点	(15)
知识点精析与应用拓展	(16)
典型题解析与释疑解惑	(18)
基础知能测试与答案提示	(21)
二、全等三角形	(23)
全等三角形的有关概念和性质	(24)
重点·难点与中考热点	(24)
知识点精析与应用拓展	(24)
典型题解析与释疑解惑	(26)
基础知能测试与答案提示	(28)
三角形全等的判定	(30)
重点·难点与中考热点	(30)
知识点精析与应用拓展	(30)

典型题解析与释疑解惑	(32)
基础知能测试与答案提示	(38)
三、等腰三角形	(40)
等腰三角形的性质	(41)
重点·难点与中考热点	(41)
知识点精析与应用拓展	(41)
典型题解析与释疑解惑	(43)
基础知能测试与答案提示	(46)
等腰三角形的判定	(48)
重点·难点与中考热点	(48)
知识点精析与应用拓展	(49)
典型题解析与释疑解惑	(50)
基础知能测试与答案提示	(53)
四、勾股定理、直角三角形	(55)
勾股定理	(55)
重点·难点与中考热点	(55)
知识点精析与应用拓展	(56)
典型题解析与释疑解惑	(57)
基础知能测试与答案提示	(60)
勾股定理的逆定理	(61)
重点·难点与中考热点	(61)
知识点精析与应用拓展	(62)
典型题解析与释疑解惑	(63)
基础知能测试与答案提示	(65)
直角三角形	(67)
重点·难点与中考热点	(67)
知识点精析与应用拓展	(67)
典型题解析与释疑解惑	(68)
基础知能测试与答案提示	(72)
五、轴对称和轴对称图形	(75)
角的平分线	(75)
重点·难点与中考热点	(75)

知识点精析与应用拓展	(76)
典型题解析与释疑解惑	(77)
基础知能测试与答案提示	(79)
线段的垂直平分线	(81)
重点·难点与中考热点	(81)
知识点精析与应用拓展	(82)
典型题解析与释疑解惑	(83)
基础知能测试与答案提示	(85)
轴对称和轴对称图形	(87)
重点·难点与中考热点	(87)
知识点精析与应用拓展	(87)
典型题解析与释疑解惑	(89)
基础知能测试与答案提示	(90)
六、尺规作图	(92)
基本作图	(93)
重点·难点与中考热点	(93)
知识点精析与应用拓展	(93)
典型题解析与释疑解惑	(94)
基础知能测试与答案提示	(96)
作图题举例	(98)
重点·难点与中考热点	(98)
知识点精析与应用拓展	(98)
典型题解析与释疑解惑	(99)
基础知能测试与答案提示	(102)
七、比例线段	(104)
比例线段	(104)
重点·难点与中考热点	(104)
知识点精析与应用拓展	(105)
典型题解析与释疑解惑	(107)
基础知能测试与答案提示	(109)
平行线分线段成比例定理	(111)
重点·难点与中考热点	(111)
知识点精析与应用拓展	(112)

典型题解析与释疑解惑	(113)
基础知能测试与答案提示	(118)
八、相似三角形	(120)
相似三角形的有关概念	(121)
重点·难点与中考热点	(121)
知识点精析与应用拓展	(121)
典型题解析与释疑解惑	(123)
基础知能测试与答案提示	(125)
三角形相似的判定	(127)
重点·难点与中考热点	(127)
知识点精析与应用拓展	(127)
典型题解析与释疑解惑	(129)
基础知能测试与答案提示	(134)
相似三角形的性质	(136)
重点·难点与中考热点	(136)
知识点精析与应用拓展	(137)
典型题解析与释疑解惑	(139)
基础知能测试与答案提示	(144)
九、相似多边形	(147)
相似多边形	(147)
重点·难点与中考热点	(147)
知识点精析与应用拓展	(148)
典型题解析与释疑解惑	(148)
基础知能测试与答案提示	(150)

第二篇 思维方法

一、综合法与分析法	(152)
方法点击与重要应用	(152)
范例精析与思维技巧	(152)
思维能力测试与答案提示	(156)
二、全等法	(157)

方法点击与重要应用	(157)
范例精析与思维技巧	(158)
思维能力测试与答案提示	(162)
三、计算法	(164)
方法点击与重要应用	(164)
范例精析与思维技巧	(165)
思维能力测试与答案提示	(168)
四、比例法	(170)
方法点击与重要应用	(170)
范例精析与思维技巧	(170)
思维能力测试与答案提示	(174)
五、面积法	(176)
方法点击与重要应用	(176)
范例精析与思维技巧	(176)
思维能力测试与答案提示	(179)
六、构造法	(182)
方法点击与重要应用	(182)
范例精析与思维技巧	(182)
思维能力测试与答案提示	(185)
七、几何变换法	(186)
方法点击与重要应用	(186)
范例精析与思维技巧	(187)
思维能力测试与答案提示	(189)
八、线段、角相等的证明方法	(191)
方法点击与重要应用	(191)
范例精析与思维技巧	(192)
思维能力测试与答案提示	(197)
九、线段、角的和、差、倍、分问题的证明方法	(199)
方法点击与重要应用	(199)
范例精析与思维技巧	(200)
思维能力测试与答案提示	(208)
十、两直线平行、垂直问题的证明方法	(209)

方法点击与重要应用	(209)
范例精析与思维技巧	(210)
思维能力测试与答案提示	(213)
十一、线段比例式或等积式的证明方法	(215)
方法点击与重要应用	(215)
范例精析与思维技巧	(216)
思维能力测试与答案提示	(219)
十二、形如 $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c}{d}$ 型问题的证明方法	(220)
方法点击与重要应用	(220)
范例精析与思维技巧	(221)
思维能力测试与答案提示	(226)
十三、形如 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ 型问题的证明方法	(227)
方法点击与重要应用	(227)
范例精析与思维技巧	(227)
思维能力测试与答案提示	(230)
十四、形如 $ab = cd \pm ef$ 型问题的证明方法	(231)
方法点击与重要应用	(231)
范例精析与思维技巧	(232)
思维能力测试与答案提示	(235)
十五、三角形问题中的常用辅助线	(236)
方法点击与重要应用	(236)
范例精析与思维技巧	(238)
思维能力测试与答案提示	(243)

第三篇 综合应用

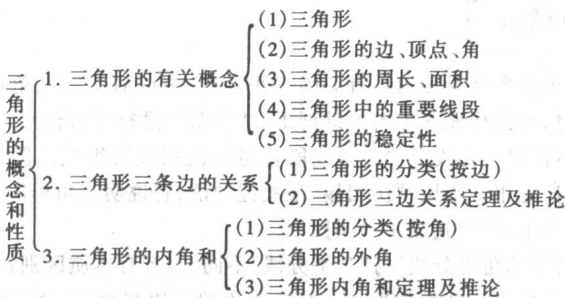
热点专题 1 三角形与多边形	(245)
热点提要与知识背景	(245)
范例解析与思维发散	(245)
综合知能测试与答案提示	(252)

热点专题 2 三角形与圆	(255)
热点提要与知识背景	(255)
范例解析与思维发散	(257)
综合知能测试与答案提示	(265)
热点专题 3 三角形与方程	(270)
热点提要与知识背景	(270)
范例解析与思维发散	(271)
综合知能测试与答案提示	(275)
热点专题 4 三角形与函数	(276)
热点提要与知识背景	(276)
范例解析与思维发散	(278)
综合知能测试与答案提示	(284)
热点专题 5 与三角形有关的开放题	(285)
热点提要与知识背景	(285)
范例解析与思维发散	(286)
综合知能测试与答案提示	(292)

第一篇 基础知能

一、三角形的概念和性质

知识网络



三角形的有关概念

重点·难点与中考热点

本节知识的重点是正确理解三角形、三角形的边、顶点、角、周长、面积及三角形的角平分线、中线和高等概念,三角形的稳定性在生产实践和日常生活中的实际应用.三角形的有关概念是进一步研究三角形性质的基础,也是以后进行判断和推理的依据.特别是三角形的角平分线、中线和高等,应用非常广泛,所以是本节知识的重点.另外,三角形的稳定性在日常生活和生产实践中有着广泛的应用,因而了解三角形在这一方面的应用也是本节知识的重点.

正确画出三角形的角平分线、中线和高等,并会用符号语言表示一个三角形的角平分线、中线、高等是本节知识的难点,特别是钝角三角形高的画法,这是因为学生对三种数学语言(文字语言、符号语言、图形语言)的相互转化还不熟练,对三角形的有关概念缺乏正确理解.突破这一难点的关键是正确理解概念,结合图形进行理解、记忆.

在中考命题中,本节知识通常以判断题、选择题、填空题、作图题等形式出现,考查学生能否正确理解概念,应用概念进行简单的计算和作图;能否正确运用符号语言表示一个三角形的角平分线、中线和高三;正确举例说明或识别三角形的稳定性在生产实践和日常生活中的实际应用.几乎每年各地、市的中考题中都会出现对三角形有关概念及三角形的稳定性的实际应用进行考查的试题,如1998年甘肃省中考题一、3、1999年山东省济南市中考题22、2001年荆州市中考题、2002年吉林省中考题一、4等等.

知识点精析与应用拓展

知识点精析

本节知识主要是与三角形有关的一些概念,为以后研究三角形的性质作准备.学习时,要抓住概念中的关键词语,结合图形进行理解记忆.

1)“由不在同一直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形.”在这个概念中,“首尾顺次相接”是关键词语,它说明三角形的三条边不但不在一条直线上,而且构成了封闭图形.

2)“三角形的角平分线”与“角平分线”不同,二者有本质区别:三角形的角平分线是指三角形一个角的平分线与此角的对边相交,这个角的顶点和交点之间的线段,而角平分线则是把一个角分成两个相等的角的一条射线.如图

1.1所示, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,则有 $\angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC$.

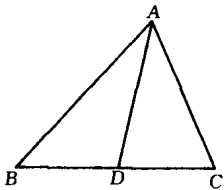


图 1.1

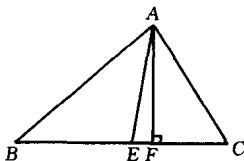


图 1.2

在三角形中,连结一个顶点和它的对边中点的线段叫做三角形的中线.从三角形的一个顶点向它的对边画垂线,顶点和垂点间的线段叫做三角形的高线,简称三角形的高.如图1.2所示, AE 是 $\triangle ABC$ 的中线,则有 $BE = CE = \frac{1}{2} BC$; AF 是 $\triangle ABC$ 的高,则有 $\angle AFB = \angle AFC = 90^\circ$.

3) 每个三角形都有三条角平分线、三条中线和三条高. 锐角三角形的三条高都落在三角形的内部; 直角三角形中, 有两条高恰好是它的两条边; 钝角三角形中, 有两条高在三角形的外部. 两个垂足落在边的延长线上.

4) 三角形高的画法是一个难点. 在画三角形的高时, 要注意锐角三角形的三条高都在三角形的内部, 钝角三角形有两条高在三角形的外部, 直角三角形有两条高恰好是它的两条直角边. 所以, 如果画直角三角形的三条高, 只需作斜边上的高; 在画钝角三角形的高时, 要注意应过哪一点作哪条边或其延长线的垂线.

如图 1.3 所示, 由于 $\angle ACB$ 是钝角, 画 AB 边上的高是过点 C 画 AB 的垂线, 垂足为 D , 线段 CD 是 AB 边上的高; 画 AC 边上的高, 应过点 B 画 AC 的垂线交 AC 的延长线于点 E , 线段 BE 是 AC 边上的高; 画 BC 边上的高, 应过点 A 画 BC 的垂线交 BC 的延长线于点 F , 线段 AF 是 BC 边上的高.

画钝角三角形的高时, 最易出错, 可结合图 1.3 加强理解记忆.

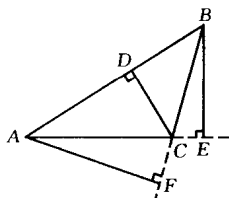


图 1.3

应用拓展

1) 三角形的三条角平分线相交于一点, 这个点叫做三角形的内心, 三角形的内心在三角形内部, 它到三角形每条边的距离相等.

三角形的三条中线相交于一点, 这个点叫做三角形的重心. 三角形的重心在三角形内部, 它是每条中线的的一个三等分点.

锐角三角形的三条高相交于一点, 钝角三角形的三条高延长后相交于一点, 直角三角形的三条高也相交于一点, 这个点分别叫锐角三角形、钝角三角形、直角三角形的垂心. 锐角三角形的垂心在其内部, 钝角三角形的垂心在其外部, 直角三角形的垂心恰好是它的直角顶点.

2) 三角形的周长是指三角形的三条边长的和, 三角形的面积等于它的一条边与这边上的高的乘积的一半.

三角形的周长和面积是生产、生活中经常用到的两个概念, 也是中考命题中的热点问题之一. 在计算三角形的面积时, 要注意三角形的边和高的对应关

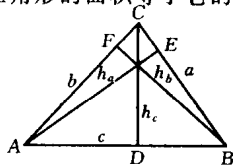


图 1.4

系,如图 1.4 所示, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ch_c = \frac{1}{2} bh_b = \frac{1}{2} ah_a$.

3) 三角形的稳定性在生产实践和日常生活中的应用很多,如在栅栏门上斜钉一条或两条木板,构成一些三角形,就可以使栅栏门不变形;房屋的人字梁具有三角形的结构,坚固又稳定等等.

典型题解析与释疑解惑

例 1 如图 1.5, (1) 图中有几个三角形? 并把它们表示出来.

(2) $\angle B$ 是哪个三角形的内角? 线段 AD 是哪个三角形的边?

(3) 若 $CD \perp AB$, 垂足为 D , 则 CD 是哪些三角形的高?

(4) 若 F 是 AE 的中点, 则 CF 是哪个三角形的中线?

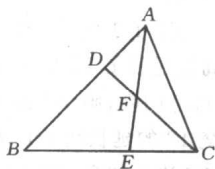


图 1.5

思路分析 本题考查三角形的定义及三角

形的边、角、中线、高等概念. 在较复杂的图形中找出全部三角形的关键, 是通过仔细观察图安排一种合理的找图顺序, 做到既不重复, 又不遗漏. 如对于 (1), 可先固定顶点 A , 然后变换另外两个顶点, 得 $\triangle ABC$, $\triangle ABE$, $\triangle AEC$, $\triangle ADC$, $\triangle ADF$, $\triangle AFC$; 再固定顶点 B , 得 $\triangle BDC$; 固定顶点 C , 得 $\triangle CEF$.

对于 (2), 因为 $\angle B$ 既在 $\triangle ABC$ 中, 又在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BDC$ 中, 所以 $\angle B$ 是这三个三角形公共的内角. 类似地, AD 是 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ADC$ 的公共边.

对于 (3), 因为 $CD \perp AB$, 所以 CD 是 $\triangle ABC$ 的高. 由 $CD \perp AB$ 易知 $CD \perp AD$, $CD \perp BD$, 所以 CD 也是 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 的高.

对于 (4), 因为 F 是 AE 的中点, 所以 CF 是 $\triangle ACE$ 的中线.

解 (1) 图中共有八个三角形, 它们是: $\triangle ABC$ 、 $\triangle ABE$ 、 $\triangle AEC$ 、 $\triangle ADC$ 、 $\triangle ADF$ 、 $\triangle AFC$ 、 $\triangle BDC$ 和 $\triangle CEF$.

(2) $\angle B$ 是 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ABE$ 、 $\triangle BDC$ 的内角; 线段 AD 是 $\triangle ADF$ 、 $\triangle ADC$ 的边.

(3) CD 是 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高, 也是 $\triangle ACD$ 中 AD 边上的高, 还是 $\triangle BCD$ 中 BD 边上的高.

(4) CF 是 $\triangle ACE$ 中 AE 边上的中线.

释疑解惑 (1) 数一个图形中三角形的个数, 通常固定一个顶点, 变换

另两个顶点,以免重复和遗漏.

(2)一个三角形的元素(边或角)也可能是另外一个或几个三角形的元素,通常称这些元素为这些三角形的公共元素(公共边或公共角);一个三角形的高也可能是另外一个或几个三角形的高,通常称这些三角形的高相同.

例 2 一个三角形的三边之比为 $2:3:4$, 周长为 36cm . 求这个三角形的三边长.

思路分析 由三边之比为 $2:3:4$, 可设这个三角形的三边长分别为 $2x, 3x, 4x$, 根据三角形周长的意义, 有 $2x + 3x + 4x = 36$, 从而得到解法 1. 另一方面, 也可直接设三边长分别为 a, b, c , 则由题设三边之比为 $2:3:4$, 得 $a:b:c = 2:3:4$ ①, 又由三角形周长的意义及题设周长为 36cm , 得 $a + b + c = 36$ ②, ①、②联立得方程组求出 a, b, c , 于是得解法 2.

解法 1: 设三角形的三边长分别为 $2x, 3x, 4x$, 根据题意得

$$2x + 3x + 4x = 36 \quad \therefore x = 4\text{cm}.$$

$$\therefore 2x = 8\text{cm}, 3x = 12\text{cm}, 4x = 16\text{cm}.$$

答: 这个三角形的三边长分别为 $8\text{cm}, 12\text{cm}, 16\text{cm}$.

解法 2: 设这个三角形的三边长分别为 a, b, c , 根据题意得

$$\begin{cases} a:b:c = 2:3:4 & \text{①} \\ a+b+c = 36 & \text{②} \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} a = 8(\text{cm}) \\ b = 12(\text{cm}) \\ c = 16(\text{cm}) \end{cases}$$

答: 这个三角形的三边长分别为 $8\text{cm}, 12\text{cm}, 16\text{cm}$.

释疑解惑 (1) 本题考查三角形的周长的意义, 三角形的周长等于三角形的三边之和.

(2) 运用方程思想求解几何问题是解决几何计算问题的一种常用方法, 其关键是恰当地选取未知数, 根据题意列出正确的方程或方程组.

例 3 如图 1.6, AD, AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和中线, 且 $AB = 5\text{cm}, AC = 3\text{cm}$, 则 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACE$ 的周长之差为 _____, $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACE$ 的面积关系为 _____.

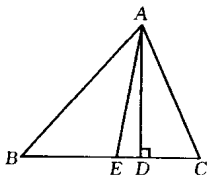


图 1.6