



初中代数升学复习题解

兰州铁路职工子弟中学编

甘肃人民出版社

初中代数升学复习题解
兰州铁路职工子弟中学編

*

甘肃人民出版社出版
(兰州市第一新村)

甘肃省书刊出版业营业许可证出字第001号
甘肃日报社印刷厂印刷 甘肃省新华书店发行

*

开本：787×1092毫米1/32·5 $\frac{1}{2}$ 印張
1960年4月第一版 1962年4月第二版
1963年4月第三版第四次印刷
印数：164,321—264,358

出版說明

这套初中各科升学复习指导（题解），是我社约請兰州铁路职工子弟中学各有关教研组编写的，包括语文、代数、物理、化学共四种，目的是为了帮助初中毕业学生升学时的复习参考和辅导在校初中学生以及具有初中程度的社会青年自学之用。

“初中代数升学复习题解”的编写，基本上是按照中学数学教学大纲（修订草案）的顺序进行的，内容以计算题为重点，包括有关复习资料中具有代表性的题目和一些较好的习题。为使读者获得较全面的复习，熟练地掌握习题解法，还编选了兰州市近两年初中升学试题和较难的习题。

本书由兰州铁路职工子弟中学数学教研组集体编写，由兰州市第二中学数学教研组校订，于1960年出版，受到广大读者的热情关怀。这次应广大读者的要求，修订再版，作者对书中的内容曾作了较大的修改，补充了许多新的内容。读者如有批评和意见，請能及时函告我们。

1961年12月

目 录

一	有理数	1
二	整 式	17
三	乘法公式	26
四	多项式的因式分解	38
五	分 式	55
六	根 式	63
七	方 程	82
八	不等式	125
九	应用题	130
	附：兰州市1958—1962年高中新生入学试题解答	160

一 有理数

I. 有理数

7. 检查下列各式是不是相等 ($a \neq 0$):

(i) $-a^2$ 和 $(-a)^2$; (ii) $(-a)^3$ 和 $-a^3$;

(iii) a^2 和 $(-a)^2$; (iv) a^3 和 $(-a)^3$.

解: (i) $-a^2 \neq (-a)^2$ (ii) $(-a)^3 = -a^3$

(iii) $a^2 = (-a)^2$ (iv) $a^3 \neq (-a)^3$

2. (1) 不论 a 是什么数值, a^2 永远是正值, 这句话对吗? 为什么?

(2) 不论 a 是什么数值, a^2 永远不是负值, 这句话对吗? 为什么?

(3) 代数式 $3 + a^2$ 的值最小可能是多少?

(4) 代数式 $2 - a^2$ 的值最大可能是多少?

(5) 代数式 $\frac{1}{1+x^2}$ 的值能够大于 1 吗? 为什么?

解: (1) 不论 a 是什么数值, a^2 永远是正值, 这句话不对. 因为, 如果 $a=0$, 那末 $a^2=0$, 0 并不是正值.

(2) 不论 a 是什么数值, a^2 永远不是负值, 这句话是对的. 因为, 如果 $a=0$, 那末 $a^2=0$, 0 永远不是负值. 如果 $a \neq 0$, 那末 $a^2 > 0$, 大于 0 的数值永远不是负值.

(3) 代数式 $3 + a^2$ 的值最小可能是 3.

(4) 代数式 $2 - a^2$ 的值最小可能是 2.

(5) 代数式 $\frac{1}{1+x^2}$ 的值不能够大于 1, 因为分母中的 x^2 的值永远不是负值, 因此分式中的分母不会小于分子的数值, 分式的值不会大于 1.

3. (1) x 乘以什么数就得到和它相反的数? 举出例子来.
(2) a 除以什么数就得到和它相反的数? 举出例子来.
(3) x 减去什么数就得到和它相反的数? 举出例子来.

答: (1) x 乘以 -1 就得到和它相反的数 (例如) $x=2$,
 $2 \times (-1) = -2$. -2 就是 2 的相反数.

(2) a 除以 -1 就得到和它相反的数 (例如) $a=3$,
 $\frac{a}{-1} = \frac{3}{-1} = -3$. -3 就是 3 的相反数.

(3) x 减去 $2x$ 就得到和它相反的数 (例如) $x=4$,
 $x-2x=4-2 \times 4 = -4$, -4 就是 4 的相反数.

4. (1) 如果 a 和 b 是任意的自然数, 能否断定方程 $x-a=b$ 的解永远是自然数? 举出例子来说明.
(2) 如果 a 和 b 是任意的自然数, 下列各方程里哪几个在自然数范围不是永远有解?

(i) $x+a=b$; (ii) $x-a=b$; (iii) $ax=b$; (iv) $\frac{x}{a}=b$.

- (3) 如果 a 和 b 都是自然数, 要使方程 $ax=b$ 永远有解, 应当引入哪种数?
(4) 如果 a 和 b 都是正数, 要使方程 $x+a=b$ 永远有解, 应当引入哪种数?
(5) 如果 a 和 b 都是有理数, 那末 (2) 里的四个方程在有理数范围里是不是永远有解? (在方程 $ax=b$ 和 $\frac{x}{a}=b$ 里, 假定 $a \neq 0$)

(6) 用不等号“ $>$ ”或者“ $<$ ”连结下列各两个式子:

(i) $|8|$ 和 $|6|$; (ii) $|-8|$ 和 $|-6|$;

(iii) $|-8|$ 和 6 ; (iv) -8 和 $|-6|$;

(v) $|-8| + |6|$ 和 $|-8+6|$;

(vi) $|-8| - |6|$ 和 $|-8-6|$.

答: (1) 如果 a 和 b 是任意的自然数, 能够断定方程 $x - a = b$ 的解永远是自然数.

(例如) $x - 2 = 3$

$$x = 5$$

(2) 如果 a 和 b 是任意的自然数, 下列方程:

(i) $x + a = b$ 在自然数范围中不一定有解.

例如 $a > b$ 时.

(ii) $x - a = b$ 在自然数范围内永远有解.

(iii) $ax = b$ 在自然数范围内不一定有解.

必须 b 为 a 的整数倍时才有解.

(iv) $\frac{x}{a} = b$ 在自然数范围内永远有解.

(3) 如果 a 和 b 都是自然数, 要使方程 $ax = b$ 永远有解, 应当引入分数 (包括小数).

(4) 如果 a 和 b 都是正数, 要使方程 $x + a = b$ 永远有解, 应当引入负数.

(5) 如果 a 和 b 都是自然数, 那末 (2) 里的四个方程在有理数范围里是永远有解 (方程中 $a \neq 0$).

(6) 用不等号“ $>$ ”或者“ $<$ ”连结各式如下:

(i) $|8| > |6|$; (ii) $|-8| > |6|$;

(iii) $|-8| > 6$; (iv) $-8 < |6|$;

(v) $|-8| + |6| > |-8+6|$;

$$(vi) |-8| - |6| < |-8-6|.$$

5. 两个数中绝对值大的就是较大的数,这句话对不对?并指出在怎样的范围内才是对的,在怎样的范围内是不对的.

答:两个数中绝对值大的就是较大的数,这句话不对.

如果这两个数都是正数,这句话是对的,如果一个是正数,一个是负数,而正数的绝对值小时或两个都是负数,都不对.

6. 有没有一个数的平方反而比这个数小的?什么时候?有没有一个数的算术平方根反而比这个数大的?什么时候?

答:有,因为任何真分数的平方都比它小,例如:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

有,因为任何正的真分数的算术平方根会比它本身大,例如:

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

7. 如果一个数的相反数比它大,这个数该是怎样的数?比它小呢?和它相等呢?

答:如果一个数的相反数比它大,那末这个数一定是负数,如果比它小,那末这个数必定是一个正数,如果与它相等,那末这个数就是0.

8. 如果一个数的倒数比它大,这个数该是怎样的数?比它小呢?和它相等呢?它的倒数无意义呢?

答:如果一个数的倒数比它大,那末这个数有三种情况:

(1)是一个正的真分数,例如: $\frac{2}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{2}$.

(2)是一个负整数,例如:-2的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

(3)是一个负的假分数,例如: $-\frac{3}{2}$ 的倒数是 $-\frac{2}{3}$.

如果一个数的倒数比它小,那末这个数有三种情况:

(1)是一个正整数；(2)是一个正的假分数；(3)是一个负的真分数。

如果一个数的倒数和它相等，那末这个数等于1。

如果一个数的倒数是无意义的，那么这数必定是0。

9. 比较下面三个数的大小： $\sqrt{0.7}$ 、 0.7 、 $\frac{92}{11}$ 。

解： $\because \sqrt{0.7} = 0.83\dots\dots, \therefore 0.7 < \sqrt{0.7} < \frac{92}{11}$ 。

$$\frac{92}{11} = 8.3\dots\dots$$

10. “相反的数的绝对值相等，但正负号相反”这句话对不对？能否把“绝对值相等，但符号相反的数叫做相反的数”作为相反的数的定义？

答：“相反的数的绝对值相等，但正负号相反”这句话是对的，但把“绝对值相等，但符号相反的数叫做相反的数”作为相反数的定义是不可能的。因为零本身不是正数也不是负数，因此不能说它的符号相反。

I. 有关绝对值问题：

1. 求 $|+8|$ ， $|-8|$ ， $|+\frac{3}{10}|$ ， $|-4.8|$ ， $|0|$ 的值。

解： $|+8|=8$ ， $|-8|=8$ ， $|+\frac{3}{10}|=\frac{3}{10}$ ， $|-4.8|=4.8$ ， $|0|=0$ 。

2. 已知 $v=|x|$ ，求 x 等于下列各数的时候， v 的值：

x	-2	$-1\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2
v	2	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2

3. (1) 写出绝对值大于4的三个正数和三个负数。

解：三个正数：5，6，7。（分数也可以）

三个负数：-5，-6，-7。（分数也可以）

(2) 写出绝对值小于3的三个正数和三个负数。

解：三个正数：2，2.5，1。

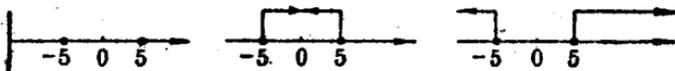
三个负数：-2，-2.5，-1。

(3) 写出绝对值等于2的一个正数和一个负数。

解：2和-2的绝对值都等于2。

4. 如果 $|x|=5$ ， $|x|<5$ ， $|x|>5$ ，那末，表示数的点在数轴上的什么地方？

解： $|x|=5$ $|x|<5$ $|x|>5$



5. (1) 已知 $|m|=|n|$ ，能够断定 $m=n$ 吗？举出例来说明。

答：已知 $|m|=|n|$ ，不能断定 $m=n$ ，例如： $m=+2$ ，

$n=-2$ ，那末 $|+2|=|-2|$ ，但 $+2 \neq -2$ 。

(2) 已知 $|m|>|n|$ ，能够断定 $m>n$ 吗？举出例子来说明。

答：已知 $|m|>|n|$ ，不能断定 $m>n$ ，例如： $m=-5$ ，

$n=+2$ 。那末 $|-5|>|+2|$ ，但 $-5 < +2$ 。

(3) 已知 $|m|<|n|$ ，能够断定 $m<n$ 吗？举出例子来说明。

答：已知 $|m|<|n|$ 不能断定 $m<n$ ，例如： $m=+0.1$ ，

$n=-8$ 。那末 $|+0.1|<|-8|$ ，但 $+0.1 > -8$ 。

II. 有理数的四则混合运算：

1. 有理数四则运算：

$$(1) \left[\left(-\frac{7}{8} \right) + \left(+\frac{3}{4} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right) \right] \times (-8).$$

$$\begin{aligned}
 \text{解法一: } & \left[\left(-\frac{7}{8} \right) + \left(+\frac{3}{4} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right) \right] \times (-8) \\
 & = \left[\left(-\frac{7}{8} \right) + \left(+\frac{6}{8} \right) + \left(-\frac{4}{8} \right) \right] \times (-8) \\
 & = \left(-\frac{5}{8} \right) \times (-8) \\
 & = 5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{解法二: } & \left[\left(-\frac{7}{8} \right) + \left(+\frac{3}{4} \right) + \left(-\frac{1}{2} \right) \right] \times (-8) \\
 & = \left(-\frac{7}{8} \right) \times (-8) + \left(+\frac{3}{4} \right) \times (-8) + \left(-\frac{1}{2} \right) \\
 & \quad \times (-8) \\
 & = (+7) + (-6) + (+4) \\
 & = 5.
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad (-100) \times \left(0.7 + 0.03 - \frac{4}{5} - \frac{3}{10} \right).$$

$$\begin{aligned}
 \text{解法一: } & (-100) \times \left(0.7 + 0.03 - \frac{4}{5} - \frac{3}{10} \right) \\
 & = (-100) \times \left(\frac{7}{10} + \frac{3}{100} - \frac{4}{5} - \frac{3}{10} \right) \\
 & = (-100) \times \frac{70 + 3 - 20 \times 4 - 3 \times 10}{100} \\
 & = (-100) \times \left(-\frac{37}{100} \right) \\
 & = 37.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{解法二: } & (-100) \times \left(0.7 + 0.03 - \frac{4}{5} - \frac{3}{10} \right) \\
 & = (-100) \times 0.7 + (-100) \times 0.03 - (-100) \times \\
 & \quad \frac{4}{5} - (-100) \times \frac{3}{10} \\
 & = (-70) + (-3) - (-20) - (-30)
 \end{aligned}$$

$$= -70 - 3 + 80 + 30$$

$$= 37.$$

$$(3) \quad (-7.5) \times (-11\frac{1}{9}) + (-7.5) \times 1\frac{1}{9} - (-7.5) \times 6.$$

解法一： $(-7.5) \times (-11\frac{1}{9}) + (-7.5) \times 1\frac{1}{9} - (-7.5) \times 6$

$$\times 6$$

$$= (-\frac{15}{2}) \times (-\frac{100}{9}) + (-\frac{15}{2}) \times \frac{10}{9} - (-\frac{15}{2}) \times 6$$

$$= 83\frac{1}{3} + (-8\frac{1}{3}) - (-45)$$

$$= 120.$$

解法二： $(-7.5) \times (-11\frac{1}{9}) + (-7.5) \times 1\frac{1}{9} -$

$$(-7.5) \times 6$$

$$= (-7.5) \times [(-11\frac{1}{9}) + 1\frac{1}{9} - 6]$$

$$= (-7.5) \times (-16)$$

$$= 120.$$

$$(4) \quad 12 \times (-\frac{3}{4}) - (-15) \times 1\frac{1}{5}.$$

解： $12 \times (-\frac{3}{4}) - (-15) \times 1\frac{1}{5}$

$$= (-9) - (-18)$$

$$= 9.$$

$$(5) \quad (-\frac{3}{8}) \times (-16) + 0.5 \times (-5) \times (-4).$$

解： $(-\frac{3}{8}) \times (-16) + 0.5 \times (-5) \times (-4)$

$$= (-\frac{3}{8}) \times (-16) + \frac{1}{2} \times (-5) \times (-4)$$

$$= 6 + 10$$

$$= 16.$$

$$(6) [(-3) \times (-4) - 5] \times [(-8) - 2 \times (-6)].$$

$$\text{解: } [(-3) \times (-4) - 5] \times [(-8) - 2 \times (-6)]$$

$$= [12 - 5] \times [(-8) - (-12)]$$

$$= 7 \times 4$$

$$= 28.$$

$$(7) (-8) \div [(-3) + 5].$$

$$\text{解: } (-8) \div [(-3) + 5]$$

$$= (-8) \div (+2)$$

$$= -4.$$

$$(8) (-8) \div (-3) + 5.$$

$$\text{解: } (-8) \div (-3) + 5$$

$$= 2\frac{2}{3} + 5$$

$$= 7\frac{2}{3}.$$

$$(9) [(-1\frac{1}{2}) + (-2\frac{1}{2})] \div (-2).$$

$$\text{解: } [(-1\frac{1}{2}) + (-2\frac{1}{2})] \div (-2)$$

$$= (-4) \div (-2)$$

$$= 2.$$

$$(10) (-12) \div [(-3) + (-15)] \div 5.$$

$$\text{解: } (-12) \div [(-3) + (-15)] \div 5$$

$$= (-12) \div (-18) \div 5$$

$$= (+\frac{2}{3}) \div 5$$

$$= \frac{2}{15}$$

$$(11) \quad (-12) \div [(-3) + (-15) \div 5]$$

$$\begin{aligned} \text{解: } & (-12) \div [(-3) + (-15) \div 5] \\ & = (-12) \div [(-3) + (-3)] \\ & = (-12) \div (-6) \\ & = 2. \end{aligned}$$

$$(12) \quad \left(-\frac{5}{6}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{-0.04}{0.2} - (-1.25)(+0.34).$$

$$\begin{aligned} \text{解: } & \left(-\frac{5}{6}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{-0.04}{0.2} - (-1.25)(+0.34) \\ & = \left(+1\frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{17}{40}\right) \\ & = 1\frac{121}{360}. \end{aligned}$$

$$(13) \quad \left(-1\frac{1}{2}\right) + \left(-2\frac{1}{2}\right) \div (-2).$$

$$\begin{aligned} \text{解: } & \left(-1\frac{1}{2}\right) + \left(-2\frac{1}{2}\right) \div (-2) \\ & = \left(-1\frac{1}{2}\right) + \left(+1\frac{1}{4}\right) \\ & = -\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

$$(14) \quad (-12) \div (-3) + (-15) \div 5.$$

$$\begin{aligned} \text{解: } & (-12) \div (-3) + (-15) \div 5 \\ & = (+4) + (-3) \\ & = 1. \end{aligned}$$

$$(15) \quad \left(+2\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{0}{12}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) \times 0 - \left(-11\frac{1}{6}\right).$$

$$\text{解: } \left(+2\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{0}{12}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right) \times 0 - \left(-11\frac{1}{6}\right)$$

$$= (+2\frac{1}{3}) + 0 + 0 + 11\frac{1}{6}$$

$$= 13\frac{1}{2}.$$

$$(16) \frac{(-2)^2 \cdot (-1)^5 \cdot (+10)^3 - (+5)^2 \div (-10)}{(-12) \div (-6) + (-12) \cdot (-2) + (-28) + (-1)}.$$

解:
$$\frac{(-2)^2 \cdot (-1)^5 \cdot (+10)^3 - (+5)^2 \div (-10)}{(-12) \div (-6) + (-12) \cdot (-2) + (-28) + (-1)}$$
$$= \frac{(+4) \cdot (-1) \cdot (+1000) - (+25) \div (-10)}{(-12) \div (-6) + (-12) \cdot (-2) + (-28) + (-1)}$$
$$= \frac{(-4000) - (-2.5)}{(+2) + (+24) + (-28) + (-1)}$$
$$= \frac{-3997.5}{-3} = 1332.5.$$

2. 求下列代数式的值:

(1) $3K^2 - 2K - 4$, 其中 $K=0$.

解:
$$3K^2 - 2K - 4 = 3 \times 0^2 - 2 \times 0 - 4$$
$$= 0 - 0 - 4$$
$$= -4.$$

(2) $3a^2 - 2b^2$, 其中 $a=-1$, $b=-2$.

解:
$$3a^2 - 2b^2 = 3 \times (-1)^2 - 2 \times (-2)^2$$
$$= 3 \times 1 - 2 \times (-8)$$
$$= 3 + 16$$
$$= 19.$$

(3) $x^2 + 2xy + y^2$, 其中 $x=-5$, $y=14$.

解法一:
$$x^2 + 2xy + y^2 = (-5)^2 + 2 \times (-5) \times 14 + 14^2$$
$$= 25 + 2 \times (-5) \times 14 + 196$$
$$= 25 + (-140) + 196$$
$$= 81.$$

$$\text{解法二: } x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 = (-5+14)^2 = 9^2 \\ = 81.$$

$$(4) \quad 3(a^2 - b^2) - 4(a+b), \quad \text{其中 } a = -1, \quad b = -2.$$

$$\text{解法一: } 3(a^2 - b^2) - 4(a+b) = 3[(-1)^2 - (-2)^2] \\ - 4[(-1) + (-2)] \\ = 3 \times [1 - 4] - 4 \times (-3) \\ = 3 \times (-3) - (-12) \\ = (-9) + 12 \\ = 3.$$

$$\text{解法二: } 3(a^2 - b^2) - 4(a+b) = (a+b)(3a - 3b - 4) \\ = (-1-2)(-3+6-4) \\ = (-3)(-1) \\ = 3.$$

$$(5) \quad a^3 + b^3 + c^3 - 3abc, \quad \text{其中 } a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{1}{3}, c = \frac{5}{6}.$$

$$\text{解: } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 \\ - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{5}{6} \\ = \left(-\frac{1}{8}\right) + \left(-\frac{1}{27}\right) + \frac{125}{216} - \frac{5}{12} \\ = \frac{-27 - 8 + 125 - 90}{216} \\ = 0.$$

$$(6) \quad 5(t+u)^3 - (t+u)^2 + 3(t+u), \quad \text{其中 } t = -1.2, \\ u = 2.5.$$

$$\text{解: } 5(t+u)^3 - (t+u)^2 + 3(t+u)$$

$$\begin{aligned}
&= 5(-1.2+2.5)^3 - (-1.2+2.5)^2 + 3(-1.2+2.5) \\
&= 5 \times 1.3^3 - 1.3^2 + 3 \times 1.3 \\
&= 5 \times 2.197 - 1.69 + 3.9 \\
&= 10.985 - 1.69 + 3.9 \\
&= 13.195.
\end{aligned}$$

(7) $3[p - (-5)(-g)] - 2(p+g)$, 其中 $p = -0.3, g = 0.7$.

解: $3[p - (-5)(-g)] - 2(p+g)$

$$\begin{aligned}
&= 3[(-0.3) - (-5)(-0.7)] - 2[(-0.3) + 0.7] \\
&= 3[(-0.3) - 3.5] - 2 \times (+0.4) \\
&= 3 \times (-3.8) - 2 \times (+0.4) \\
&= (-11.4) - 0.8 \\
&= -12.2.
\end{aligned}$$

(8) $-4x \div (y-1) - [xy - (-3)] \div (-1)$,

其中 $x = -5, y = -2$.

解: $-4x \div (y-1) - [xy - (-3)] \div (-1)$

$$\begin{aligned}
&= -4 \times (-5) \div [(-2) - 1] - [(-5) \times (-2) - (-3)] \div (-1) \\
&= -4 \times (-5) \div (-3) - [10 + 3] \div (-1) \\
&= (-\frac{20}{3}) - (-13) \\
&= 6\frac{1}{3}.
\end{aligned}$$

(9) $\frac{2x^4 - 3y^3}{1 - x^2}$, 其中 $x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{1}{3}$.

解: $\frac{2x^4 - 3y^3}{1 - x^2} = \frac{2 \times (-\frac{1}{2})^4 - 3 \times (-\frac{1}{3})^3}{1 - (-\frac{1}{2})^2}$