高等学校金融保险系列教材

寿险精算学

Life Insurance Actuarial Science

■ 沈治中 熊福生 主编

武汉大学出版社

全国优秀出版社

高等学校金融保险系列教材

寿险精算学

Life Insurance Actuarial Science

武汉大学出版社

全国优秀出版社

图书在版编目(CIP)数据

寿险精算学/沈治中，熊福生主编. —武汉：武汉大学出版社，2003.11
(高等学校金融保险系列教材)
ISBN 7-307-04037-9

Ⅰ.寿… Ⅱ.①沈… ②熊… Ⅲ.人寿保险—精算学—高等学校—教材 Ⅳ.F840.62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 083615 号

责任编辑：柴 艺 **责任校对：刘 欣** 版式设计：支 笛

出版发行：**武汉大学出版社** (430072 武昌 珞珈山)
(电子邮件：wdp4@whu.edu.cn 网址：www.wdp.whu.edu.cn)
印刷：湖北省孝感日报社印刷厂
开本：787×980 1/16 印张：15.75 字数：278 千字
版次：2003 年 11 月第 1 版 2003 年 11 月第 1 次印刷
ISBN 7-307-04037-9/F·833 定价：23.00 元

前　言

寿险精算学是以概率论和数理统计为基础,研究人寿保险的寿命分布规律、风险分布规律、保费、责任准备金、现金价值等问题的一门学科。随着中国加入WTO,保险业将面临更大的发展,保险市场对精算专业人才和懂精算的保险从业人员的需求将大大增加,不仅如此,精算技术还广泛应用于金融、投资、社会保障等方面。为适应市场发展的需要,我们特编写此书。

本书共十一章。第一章、第二章为精算的基础部分,主要介绍单生命分布函数和生命表、积累函数和年金的计算;第三章、第四章主要介绍寿险和生存年金趸缴纯保费的精算方法;第五章介绍均衡纯保费和毛保费的精算方法;第六章、第七章介绍理论责任准备金、修正责任准备金的精算方法;第八章介绍现金价值、资产份额等的精算方法;第九章介绍多个生命体组成的多元生命状态模型及保费的精算方法;第十章介绍多重减因影响下的生命分布模型及保费的精算方法;第十一章介绍养老金计划的精算方法。

本书在阐述保险精算原理的同时,力求深入浅出、循序渐进、通俗易懂,并且每章节均有课后练习题,并附有参考答案。本书可作为大专院校金融保险专业及其他相关专业的教材和参考书,也可作为保险从业人员自学的参考书。

本书由沈治中撰写第二章至第七章,由熊福生撰写第九章、第十章、第十一章,由刘怀珍撰写第一章、第八章,因水平有限,书中定有遗漏甚至错误之处,敬请读者批评指正。

沈治中

2003 年 7 月

目　录

第一章　生命函数

第一节　生命的一般分布函数

因为保险金的给付是以被保险人的死亡或生存为给付条件,寿险精算学中通常把人的生命状态分为两种:一种是死亡状态,一种是生存状态。研究和分析人的生命分布是寿险精算学的基础内容,也是保费计算的基础之一。

一、X 分布函数

设一个人从出生到死亡的时间为 X,X 即人的寿命,一个人死亡的时间(寿命)是不确定的,因此我们称 X 是一个随机变量,用 $F(x)$表示其分布函数,则:

$$F(x) = Pr(X \leqslant x) \qquad (x \geqslant 0) \tag{1-1}$$

$F(x)$又称为 0 岁的人在 x 岁之前死亡的概率,通常假定 $F(0)=0$,且是一个连续型随机变量。

用 $f(x)$表示随机变量 X 的密度函数,则:

$$f(x) = F'(x) \qquad (x \geqslant 0) \tag{1-2}$$

用 $E(x)$表示随机变量 X 的期望值,则:

$$E(x) = \int_0^{+\infty} x f(x) \mathrm{d}x \tag{1-3}$$

除了要知道 0 岁的人在 x 岁前死亡的概率外,还要知道 0 岁的人在 x 岁还活着的概率,用 $s(x)$表示 0 岁的人在 x 岁还活着的概率,则:

$$s(x) = Pr(X > x) \qquad (x \geqslant 0) \tag{1-4}$$

$s(x)$又称为一个人的生存概率或生存函数,通常假设 $s(0)=1$,显然:

$$s(x) = 1 - F(x)$$

例【1-1】 用 X 分布函数表示:

(1) 0 岁的人活过 75 岁的概率。

(2) 0 岁的人在 80 岁内死亡的概率。

(3) 0 岁的人活过 60 岁在 70 岁内死亡的概率。

解:(1) $Pr(X>75)=s(75)$

(2) $Pr(X\leqslant 80)=F(80)$

(3) $Pr(60<X\leqslant 70)=F(70)-F(60)$

例【1-2】 已知生存函数 $s(x)=1-\frac{x}{105}$ $(0\leqslant x<105)$,求:

(1) 0 岁的人在 35 岁内死亡的概率。

(2) 0 岁的人活过 35 岁的概率。

解:(1) $F(x)=1-s(x)=\frac{x}{105}$

$$F(35)=\frac{35}{105}=0.333$$

(2) $s(35)=0.667$

二、T 分布函数

保险实务中,大多数被保险人在投保时的年龄不是 0 岁,假设投保时,被保险人的年龄为 x 岁,我们还须讨论 x 岁的人的剩余寿命。

在此,用(x)表示 x 岁的人,$T(x)$表示 x 岁的人的剩余寿命,简称余命,简记为 T,是一个连续型随机变量,用 $F_x(t)$表示 $T(x)$的分布函数,则:

$$F_x(t)=Pr(T\leqslant t)\qquad(t\geqslant 0)\tag{1-5}$$

$F_x(t)$又称(x)的余命函数,表示(x)在 t 年内死亡的概率,显然,$F_x(t)$是 $X>x$ 时的 x 的条件概率,且是一个连续函数。

由概率运算知:

$$\begin{aligned}F_x(t)&=Pr(x<X\leqslant x+t\mid X>x)=\frac{F(x+t)-F(x)}{1-F(x)}\\&=\frac{s(x)-s(x+t)}{s(x)}\end{aligned}\tag{1-6}$$

设 T 的概率密度函数为$f_x(t)$,则:

$$f_x(t)=F'_x(t)=-\frac{s'(x+t)}{s(x)}\tag{1-7}$$

用$\mathring{e}_x$表示 T 的平均余命,则:

$$\mathring{e}_x=E[T(x)]=\int_0^{\infty}tf_x(t)\mathrm{d}t\tag{1-8}$$

用 $s_x(t)$表示(x)活过 t 年的概率,则:

$$s_x(t)=1-F_x(t)=\frac{s(x+t)}{s(x)}\tag{1-9}$$

根据式(1-9)：

$$s_x(t+u)=\frac{s(x+t+u)}{s(x)}=\frac{s(x+t)}{s(x)}\cdot\frac{s(x+t+u)}{s(x+t)} \tag{1-10}$$

上式表示(x)活过 $t+u$ 年的概率等于(x)活过 t 年的概率与$(x+t)$活过 u 年的概率的乘积。表明(x)要想活过 $t+u$ 年，必须首先活过 t 年，再从$(x+t)$岁活过 u 年。

例【1-3】 已知：生存函数 $s(x)=1-\frac{x}{100}(0\leqslant x<100)$，求：

(1)x 岁的人活过t 年的概率。

(2)(30)在 60 岁内死亡的概率。

(3)(30)活过 60 岁在 80 岁内死亡的概率。

(4)(0)的平均余寿。

(5)(30)的平均余寿。

解：

(1)$s_x(t)=\frac{s(x+t)}{s(x)}=\frac{100-x-t}{100-x}$

(2)$F_{30}(30)=1-s_{30}(30)=1-\frac{4}{7}=0.43$

(3)$Pr(30<T<50)=F_{30}(50)-F_{30}(30)=\frac{5}{7}-\frac{3}{7}=0.29$

(4) $\dot{e}_x=\int_0^{\infty}xf(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{100}\cdot\frac{1}{2}x^2\Big|_0^{100}=50$

(5) $F_{30}(t)=1-s_{30}(t)=1-\frac{70-t}{70}=\frac{t}{70}$

$$f_{30}(t)=\frac{1}{70}$$

$$\dot{e}_x=\int_0^{\infty}tf_x(t)\mathrm{d}t$$

$$\dot{e}_{30}=\int_0^{70}t\cdot\frac{1}{70}\mathrm{d}t=\frac{1}{70}\cdot\frac{1}{2}t^2\Big|_0^{70}=35$$

三、K 分布函数

前面讨论的是关于生命的连续分布函数，现实中，生命的连续性分布函数是很难找到的，但我们可以用统计的方法获得生命在整数年龄的分布情况，如我们可以得到 30 岁的人在 1 年内死亡的概率（我们很难找到 30 岁的人在每时每刻死亡的概率），30 岁的人活过 60 岁的概率等，现在我们要讨论的是(x)的取整余命分布函数。

用 $K(x)$表示(x)的取整余命，简写为 K，则：

$$K(x) = [T(x)]$$

显然，$K(x)$是一个不大于 $T(x)$的最大整数(取 $K=0,1,2,\cdots$)，是一个离散型随机变量。$K(x)$也表示是(x)活过的整数年。如(30)在 70.25 岁时死亡，则 $T(30)=40.25$，$K(30)=40$，表示(30)活过的整数年为 40 年。

用 $Pr[K(x)=k]$表示 $K(x)$的分布，则：

$$\begin{aligned} Pr[K(x) = k] &= Pr(k \leqslant T(x) < k + 1) \\ &= Pr(k < T(x) \leqslant k + 1) \\ &= F_x(k + 1) - F_x(k) \qquad (1\text{-}11) \\ &= \frac{F(x + k + 1) - F(x)}{1 - F(x)} - \frac{F(x + k) - F(x)}{1 - F(x)} \\ &= \frac{F(x + k + 1) - F(x + k)}{1 - F(x)} \\ &= \frac{s(x + k) - s(x + k + 1)}{s(x)} \qquad (1\text{-}12) \end{aligned}$$

四、国际通用的精算符号

在国际上通用的寿险精算符号有：${}_tq_x$，${}_tp_x$，${}_{t|u}q_x$ 等，下面我们介绍这些符号的含义及其相互关系。

用${}_tq_x$ 表示(x)在 t 年内死亡的概率。

$${}_tq_x = F_x(t) = \frac{s(x) - s(x + t)}{s(x)} \quad (x \geqslant 0) \qquad (1\text{-}13)$$

用${}_tp_x$ 表示(x)活过 t 年的概率。

$${}_tp_x = s_x(t) = \frac{s(x + t)}{s(x)} \quad (x \geqslant 0) \qquad (1\text{-}14)$$

显然${}_tp_x = 1 - {}_tq_x$。

用${}_{t|u}q_x$ 表示(x)活过 t 年在其后 u 年内死亡的概率。

$$\begin{aligned} {}_{t|u}q_x &= Pr(t < T(x) \leqslant t + u) \\ &= F_x(t + u) - F_x(t) \\ &= {}_{t+u}q_x - {}_tq_x \qquad (1\text{-}15) \\ &= {}_tp_x - {}_{t+u}p_x \qquad (1\text{-}16) \\ &= \frac{s(x + t)}{s(x)} - \frac{s(x + t + u)}{s(x)} \\ &= \frac{s(x + t) - s(x + t + u)}{s(x + t)} \cdot \frac{s(x + t)}{s(x)} \\ &= {}_tp_x \cdot {}_uq_{x+t} \qquad (1\text{-}17) \end{aligned}$$

${}_{t|u}q_x$ 也表示(x)活过 $x+t$ 岁在$x+t+u$ 岁内死亡的概率。

特别地：

当 $t=1$ 时，有：

(1)p_x 表示(x)活过 1 年的概率，或(x)活过 $x+1$ 岁的概率。

(2)q_x 表示(x)在 1 年内死亡的概率，或(x)在 $x+1$ 岁内死亡的概率。

当 $u=1$ 时，有：${}_{t|}q_x$ 表示(x)活过 t 年，在其后 1 年内死亡的概率。

对于 K 分布：

$$\begin{aligned} Pr[K(x)=k] &= F_x(k+1)-F_x(k) \\ &= {}_{k+1}q_x - {}_kq_x = {}_{k|}q_x \end{aligned} \tag{1-18}$$

公式表明：(x)的取整余命的概率为(x)活过 k 年后在 1 年内死亡的概率。

例【1-4】　证明：${}_{t+u}p_x = {}_tp_x \cdot {}_up_{x+t}$

证：${}_{t+u}p_x = \dfrac{s(x+t+u)}{s(x)} = \dfrac{s(x+t)}{s(x)} \cdot \dfrac{s(x+t+u)}{s(x+t)} = {}_tp_x \cdot {}_up_{x+t}$

例【1-5】　证明：${}_kp_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdot p_{x+2} \cdots p_{x+k-1}$

证：右边 $= \dfrac{s(x+1)}{s(x)} \cdot \dfrac{s(x+2)}{s(x+1)} \cdot \dfrac{s(x+3)}{s(x+2)} \cdots \dfrac{s(x+k)}{s(x+k-1)}$

$= \dfrac{s(x+k)}{s(x)} = {}_kp_x$

注意：两个例题证明的等式，是生命函数运算的两个重要公式，在后面的推导中常常用到。

例【1-6】　用精算符号表示以下概率：

(1)20 岁的人活过 60 岁的概率。

(2)31 岁的人在 32 岁之前死亡的概率。

(3)40 岁的人活过 70 岁在 80 岁内死亡的概率。

解：以上概率分别表示为：${}_{40}p_{20}$，q_{31}，${}_{30|10}q_{40}$。

五、生存函数的解析表达式

尽管生存函数的连续分布函数很难找到，但人们还是在不断地研究寿命的分布规律，并且得到一些近似公式，应用于理论分析和实践，下面是几种常见的生存函数的解析表达式。

De Moivre 解析式：

$$s(x) = 1-\frac{x}{\omega} \qquad (0 \leqslant x < \omega)$$

其中：ω 表示人的极限年龄。

Gompertz 解析式：

$$s(x) = \exp\left[-\frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right] \qquad (B > 0, c > 1, x \geqslant 0)$$

Markham 解析式：

$$s(x) = \exp\left[-Ax - \frac{B}{\ln c}(c^x - 1)\right] \qquad (B > 0, A \geqslant -B, c > 1, x \geqslant 0)$$

Weibull 解析式：

$$s(x) = \exp\left(-\frac{kx^{n+1}}{n+1}\right) \qquad (k > 0, n > 0, x \geqslant 0)$$

上述近似公式中的 A, B, c, k, n 可通过统计方法确定取值。

第二节　生命表函数

生命表是用表格的形式来反映生命的变化规律，它又称死亡表，是一定时期、一定数量的人口从生存到死亡的统计记录。它反映了整数年龄的人在整数年龄内生存或死亡的概率分布情况，是保费计算的基础之一。

生命表与人群的性别、种族等多种因素有关，不同的划分标准可以得到不同的生命表。生命表有如下类型：

(1)国民生命表和经验生命表。国民生命表是根据全体国民或特定地区的人口统计资料编制的统计表，经验生命表是寿险公司根据被保险人的死亡记录所编制的生命表。国民生命表的资料来源于人口普查和抽样调查，而经验生命表的资料来源于被保险人的统计记录。由于被保险人要经体检合格后才予承保，所以，国民生命表的死亡率与经验生命表的死亡率是有区别的，政府和企业可以根据国民生命表制定社会保险和退休金计划，而保险公司通常使用经验生命表。

(2)寿险生命表和年金生命表。由于逆选择，选择年金的人一般对身体健康状况较为乐观，而选择寿险的人对身体健康状况不太乐观，这两类人的死亡率是有明显区别的，寿险公司有必要对两类不同的人分别统计，从而得出寿险生命表和年金生命表。

(3)男性生命表和女性生命表。统计表明，女性的寿命要高于男性寿命，同龄的男性的死亡率高于女性，对不同性别的统计，就可得到男性生命表和女性生命表。保险实务中也有不分性别统计的男女混合表，一般男性的死亡率直接采用表中的统计数据，女性的死亡率则采用年龄倒退法来确定。但年龄很小的女性不能适用此方法。

(4)选择表和终极表。由选择期内的死亡率构成的生命表称为选择表。选择表是一个二维表，死亡率与选择的年龄和达到的年龄有关。经验告诉我们，相

同年龄的死亡率会随着选择时间的推移而增大，但达到一定年限后，这种区别会缩小，最后忽略不计，从选择年龄时期开始到选择效果消失的时间为选择期。选择期之后的死亡统计表为终极表。死亡率只与到达的年龄有关，是一种一维表。

一、生命表的构成要素

生命表考察的是一个确定的封闭式的生存群体，这个群体一旦选定，就不能有新成员进入。因此，生命表有如下性质：(1)设定了期初总人数；(2)随着年龄的增加，活着的人数减少，死亡人数增加，最后活着的人数为零，死亡的总人数等于期初总人数；(3)有极限年龄。现实中，人群的寿命不可能是无限的，理论上假设死亡的总人数等于期初总人数时所对应的年龄为极限年龄。

本节以中国人寿保险业经验生命表(1990～1993年)(混合表)为例(见附表4)，介绍生命表的构成要素及其相互函数关系。

生命表通常由下列要素构成：

(1)群体的年龄，用 x 表示。

生命表中的年龄取值为0岁、1岁、2岁……ω 岁，因此，生命表反映的是离散型的寿命规律，ω 为极限年龄。

(2)生存人数 l_x。

l_0 表示期初的总人数，或者0岁时的总人数，我国编制的1990～1993年中国人寿保险业经验生命表(混合表)中 $l_0 = 1\ 000\ 000$。

l_1 表示1岁还活着的人数。

l_2 表示2岁还活着的人数。

l_x 表示 x 岁还活着的人数。

$$l_\omega = 0$$

(3)死亡人数 d_x，表示 x 岁内死亡的人数，或 x 岁的人在1年内死亡的人数。

0岁的人在0岁内死亡的人数：$d_0 = l_0 - l_1$

1岁的人在1岁内死亡的人数：$d_1 = l_1 - l_2$

x 岁的人在 x 岁内死亡的人数：$d_x = l_x - l_{x+1}$

$$d_{\omega-1} = l_{\omega-1} - l_\omega = l_{\omega-1}$$

上式表明：在最后一年初活着的人数在这一年内全部死亡。

显然，由生命表的性质，有：

$$l_0 = d_0 + d_1 + d_2 + \cdots + d_{\omega-1} = \sum_{x=0}^{\omega-1} d_x \tag{1-19}$$

$$l_x = d_x + d_{x+1} + \cdots + d_{\omega-1} = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} d_{x+k} \tag{1-20}$$

用${}_kd_x$ 表示 x 岁的人在 k 年内死亡的人数，则：

$${}_kd_x = l_x - l_{x+k} \tag{1-21}$$

(4)死亡概率 q_x，表示 x 岁的人在 1 年内死亡的概率。

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} \tag{1-22}$$

上式表明：已知各年龄内死亡的人数和年初的人数，就可以计算年龄内死亡的概率。

(5)生存概率 p_x，表示(x)活过 $x+1$ 岁的概率。

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

显然：$p_x + q_x = 1$ 且 $p_{\omega-1} = 0, q_{\omega-1} = 1$。

用${}_kq_x$ 表示(x)在 k 年内死亡的概率，则：

$${}_kq_x = \frac{{}_kd_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+k}}{l_x} \tag{1-23}$$

用${}_kp_x$ 表示(x)活过 k 年的概率，则：

$${}_kp_x = \frac{l_{x+k}}{l_x} \tag{1-24}$$

一般地：

$${}_{t|u}q_x = \frac{l_{x+t} - l_{x+t+u}}{l_x} \tag{1-25}$$

(6)其他生命函数：

L_x 表示(x)在 x 岁到 $x+1$ 岁内所活的人年数。一人年表示一个人活过了一年。

在$[x, x+1]$内，有：

$$L_x = \int_0^1 l_{x+t}\mathrm{d}t \tag{1-26}$$

假设死亡在$[x, x+1]$内均匀分布，有：

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2} \tag{1-27}$$

T_x 表示(x)在将来活过的累计生存人年数：

$$T_x = L_x + L_{x+1} + \cdots + L_{\omega-1} = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} L_{x+k} \tag{1-28}$$

$\mathring{e}_x$表示(x)的平均余寿：

$$\mathring{e}_x = \frac{T_x}{l_x} = \int_0^\infty t f_x(t)\mathrm{d}t = (-t\,{}_tp_x)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty {}_tp_x\mathrm{d}t$$

$$= \int_0^\infty {}_tp_x\mathrm{d}t = \int_0^\infty \frac{l_{x+t}}{l_x}\mathrm{d}t$$

由上式可得：

$$T_x = \int_0^\infty l_{x+t}\mathrm{d}t \tag{1-29}$$

e_x 表示离散型平均余寿：

$$e_x = E[K(x) = k] = \sum_{k=0}^{\infty} k_{k|}q_x \tag{1-30}$$

e_x 又称取整平均余寿。

例【1-7】 用中国人寿保险业经验生命表(1990～1993 年)(混合表)计算下列概率：

(1)(30)活过 20 年的概率；

(2)(35)在 45 岁前死亡的概率；

(3)(40)活过 10 年在其后 1 年内死亡的概率；

(4)(40)活过 55 岁在 60 岁前死亡的概率。

解：(1) $_{20}p_{30} = \dfrac{l_{50}}{l_{30}} = \dfrac{941\ 095}{976\ 611} = 0.963\ 6$

(2) $_{10}q_{35} = \dfrac{l_{35} - l_{45}}{l_{35}} = \dfrac{972\ 396 - 956\ 592}{972\ 396} = 0.016\ 2$

(3) $_{10|}q_{40} = \dfrac{l_{50} - l_{51}}{l_{40}} = \dfrac{941\ 095 - 937\ 028}{966\ 271} = 0.004\ 2$

(4) $_{15|5}q_{40} = \dfrac{l_{55} - l_{60}}{l_{40}} = \dfrac{916\ 407 - 877\ 671}{966\ 271} = 0.040\ 0$

二、选择-终极生命表

投保时，保险公司将对被保险人的健康状况进行检查，符合健康标准的人才能签订保险合同，而非健康体将排除在外。经过选择的群体的死亡率与未经过选择的群体的死亡率相比存在差异，选择期内，相同年龄的人，被选择的人的死亡率要低于未被选择的人的死亡率。

反映选择群体在选择期内生命分布规律的表叫选择生命表，也就是选择期内的死亡率构成的生命表(表 1-1)。

表 1-1 部分选择-终极生命表

$[x]$	$q_{[x]}$	$q_{[x]+1}$	$q_{[x]+2}$	q_{x+3}	$x+3$
20	0.001 32	0.001 56	0.001 77	0.001 91	23
21	0.001 35	0.001 61	0.001 82	0.001 96	24
22	0.001 37	0.001 64	0.001 86	0.002 00	25
23	0.001 39	0.001 67	0.001 90	0.002 04	26
24	0.001 40	0.001 69	0.001 93	0.002 08	27
25	0.001 40	0.001 71	0.001 96	0.002 12	28
	选择表			终极表	
$[x]$	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	$l_{[x]+2}$	l_{x+3}	$x+3$
20	946 394	945 145	943 671	942 001	23
21	944 710	943 435	941 916	940 202	24
22	942 944	941 652	940 108	938 359	25
23	941 143	939 835	938 265	936 482	26
24	939 279	937 964	936 379	934 572	27
25	937 373	936 061	934 460	932 628	28

选择生命表有如下要素：

$[x]$:被选择人的年龄。

$[x]+k$:被选择的人达到的年龄。

k:选择期，从选择到选择效果消失的时间。

$q_{[x]}$:被选择的人在 1 年内死亡的概率。

通常有：

$$q_{[x]} < q_{[x-1]+1} < q_{[x-2]+2} < \cdots$$

不等式表明相同年龄的人，选择期越长，死亡率越大。

实践表明随着时间的推移，当达到某一年限时，上述现象消失：

$$q_{[x]+j} = q_{x+j} \qquad (j \text{ 为最大选择期})$$

选择期之后的死亡统计表为终极表，在终极表中，相同的年龄的人死亡概率相同。

$d_{[x]}$表示选择年龄为 x 岁的人在一年内死亡的人数：

$$d_{[x]} = l_{[x]} - l_{[x]+1}$$