高职高专教材
经济应用数学基础（三）

概率论与数理统计
学习指导
（经济类与管理类）

周誓达　编著

中国人民大学出版社

高职高专教材

经济应用数学基础(三)

概率论与数理统计
学习指导

(经济类与管理类)

周誓达 编著

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计学习指导/周誓达编著
北京：中国人民大学出版社，2004
高职高专教材．经济应用数学基础(三)．经济类与管理类

ISBN 7-300-05907-4/O・68
Ⅰ．概…
Ⅱ．周…
Ⅲ．①经济数学-高等学校：技术学校-教学参考资料
②概率论-高等学校：技术学校-教学参考资料
③数理统计-高等学校：技术学校-教学参考资料
Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 089657 号

高职高专教材
经济应用数学基础(三)
概率论与数理统计学习指导
(经济类与管理类)
周誓达　编著

出版发行	中国人民大学出版社		
社　址	北京中关村大街 31 号	邮政编码	100080
电　话	010－62511242(总编室)		010－62511239(出版部)
	010－82501766(邮购部)		010－62514148(门市部)
	010－62515195(发行公司)		010－62515275(盗版举报)
网　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经　销	新华书店		
印　刷	北京雅艺彩印有限公司		
开　本	787×965 毫米 1/16	版　次	2004 年 10 月第 1 版
印　张	8	印　次	2004 年 10 月第 1 次印刷
字　数	143 000	定　价	10.00 元

前　言

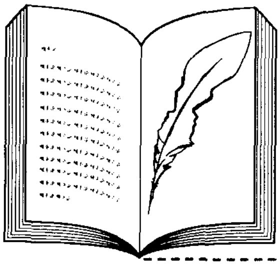
本套经济应用数学基础学习指导是为高职高专经济类与管理类各专业编著的辅导书，包括《微积分学习指导》、《线性代数与线性规划学习指导》及《概率论与数理统计学习指导》。其特点是：突出重点，深入浅出，举一反三，便于自学。

《概率论与数理统计学习指导》是高职高专教材经济应用数学基础（三）《概率论与数理统计（修订本）》的辅导书，包括两部分内容：各章学习要点与全部习题详细解答。本书引导读者在全面学习的基础上抓住重点，明确主要内容，深入理解主要概念与主要理论，熟练掌握主要运算方法，把好钢用在刀刃上，达到事半功倍的效果。

本着对读者高度负责的精神，整个书稿都经过再三验算，作者自始至终参与排版校对，尽量消灭差错。热烈欢迎各位教师与广大读者提出宝贵意见，本书将不断改进与完善，坚持不懈地的提高质量，突出自己的特色，更好地为科教兴国战略服务。

周誓达

2004 年 8 月 15 日于北京



目　　录

第一章

随机事件及其概率

一　学习要点

1. 事件之间的关系

包含关系　若事件 B 发生必然导致事件 A 发生，则称事件 A 包含 B，记作 $A \supset B$ 或 $B \subset A$.

相等关系　若事件 A 所包含的基本事件与事件 B 所包含的基本事件完全相同，则称事件 A 与 B 相等，记作 $A = B$.

互斥关系　若事件 A 与 B 不可能同时发生，则称事件 A 与 B 互斥，或称事件 A 与 B 互不相容.

2. 事件之间的运算

和事件　事件 A 与 B 中至少有一个事件发生，即事件 A 发生或事件 B 发生，这个事件称为事件 A 与 B 的和事件，记作 $A + B$.

积事件　事件 A 与 B 同时发生，即事件 A 发生且事件 B 发生，这个事件称为事件 A 与 B 的积事件，记作 AB.

差事件　事件 A 发生且事件 B 不发生，这个事件称为事件 A 与 B 的差事件，记作 $A - B$.

对立事件 事件 A 不发生，这个事件称为事件 A 的对立事件，记作 $\overline{A}$.

事件 A,B 互斥，有 $AB=\varnothing$；事件 $A,\overline{A}$ 对立，有 $A\overline{A}=\varnothing$ 且 $A+\overline{A}=\Omega$.

对于事件 A,B，有关系式 $A-B=A\overline{B}$.

如果事件 $A\supset B$，则和事件 $A+B=A$，积事件 $AB=B$.

完备事件组 若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 满足两两互斥且和事件

$$A_1+A_2+\cdots+A_n=\Omega$$

则称事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 构成一个完备事件组.

事件 $A,\overline{A}$ 构成最简单的完备事件组.

3. 古典概型

古典概型具有两个特点：

(1) 基本事件的总数为有限个；

(2) 每个基本事件发生的可能性是等同的.

设古典概型的一个试验共有 n 个基本事件，而事件 A 包含 m 个基本事件，则事件 A 发生的概率

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

在古典概型的一个试验中，如何计算所有基本事件的个数？如何计算事件 A 包含基本事件的个数？若试验属于元素不重复的排列问题，则归结为计算排列数；若试验属于元素可重复的排列问题，则归结为计算元素可重复排列的个数；若试验属于组合问题，则归结为计算组合数；对于一般情况，则根据基本原理计算相应方法的种数.

4. 条件概率

在事件 A 已经发生的条件下，事件 B 发生的概率称为事件 B 对 A 的条件概率，记作 $P(B|A)$. 相应地，也称概率 $P(B)$ 为无条件概率. 注意：在事件 A 已经发生的条件下，事件 A 就是必然事件.

5. 加法公式

加法公式 对于任意两个事件 A,B，都有概率

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

加法公式的特殊情况

(1) 如果事件 A,B 互斥，则有概率

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

(2) 对于任意事件 A，都有概率

$$P(A)=1-P(\overline{A})$$

加法公式特殊情况的推广 如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互斥，则有概率

$$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$$

判断两个事件是否互斥的方法是：考察在任何一次试验中，这两个事件有无可能同时发生. 若有可能同时发生，则这两个事件非互斥即相容；若无可能同时发生，则这两个事件互斥.

6. 事件相互独立

若事件 A 与 B 中一个事件对另外一个事件的条件概率不受另外一个事件发生与否的影响，即条件概率

$$P(B|A)=P(B)$$

或条件概率

$$P(A|B)=P(A)$$

则称事件 A 与 B 相互独立.

在四组事件 $A,B;A,\overline{B};\overline{A},B;\overline{A},\overline{B}$ 中，如果有一组事件相互独立，则其余三组事件也相互独立.

事件 A 与 B 相互独立，等价于概率

$$P(AB)=P(A)P(B)$$

当概率 $P(A)\neq 0,P(B)\neq 0$ 时，事件 A,B 相互独立与事件 A,B 互斥不能同时成立.

考虑 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$，若其中任何一个事件发生的可能性都不受其他一个或几个事件发生与否的影响，则称事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立. 如果 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立，则把其中任意一个或几个事件换成其对立事件后，所得到的 n 个事件仍然相互独立.

7. 乘法公式

乘法公式 对于任意两个事件 A,B 都有概率

$$\begin{aligned}P(AB)&=P(A)P(B|A)\\&=P(B)P(A|B)\end{aligned}$$

乘法公式的特殊情况 如果事件 A,B 相互独立，则有概率

$$P(AB)=P(A)P(B)$$

乘法公式特殊情况的推广 如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立，则有概率

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n)$$

8. 全概公式

全概公式 如果事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 构成一个完备事件组，则对于任意事件 B 都有概率

$$\begin{aligned}P(B) &= P(A_1B + A_2B + \cdots + A_nB)\\ &= P(A_1B) + P(A_2B) + \cdots + P(A_nB)\\ &= P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + \cdots + P(A_n)P(B|A_n)\end{aligned}$$

全概公式的特殊情况 对于任意两个事件 A,B,都有概率

$$\begin{aligned}P(B) &= P(AB + \overline{A}B) = P(AB) + P(\overline{A}B)\\ &= P(A)P(B|A) + P(\overline{A})P(B|\overline{A})\end{aligned}$$

二 习题一详细解答

1.01 口袋里装有若干个黑球与若干个白球,每次任取1个球,共抽取两次,设事件 A 表示第一次取到黑球,事件 B 表示第二次取到黑球,问:

(1) 和事件 $A+B$ 表示什么?

(2) 积事件 AB 表示什么?

(3) 差事件 $A-B$ 表示什么?

(4) 对立事件 $\overline{A}$ 表示什么?

(5) 第一次取到白球且第二次取到黑球应如何表示?

(6) 两次都取到白球应如何表示?

(7) 两次取到球的颜色不一致应如何表示?

(8) 两次取到球的颜色一致应如何表示?

解:(1) 和事件 $A+B$ 意味着事件 A 与 B 中至少有一个事件发生,即第一次取到黑球与第二次取到黑球两个试验结果中至少有一个试验结果发生,因此它表示两次抽取中至少有一次取到黑球.

(2) 积事件 AB 意味着事件 A 发生且事件 B 发生,即第一次取到黑球且第二次取到黑球,因此它表示两次都取到黑球.

(3) 差事件 $A-B$ 意味着事件 A 发生且事件 B 不发生,即第一次取到黑球且第二次不取到黑球,因此它表示第一次取到黑球且第二次取到白球.

(4) 对立事件 $\overline{A}$ 意味着事件 A 不发生,即第一次不取到黑球,因此它表示第一次取到白球.

(5) 第一次取到白球且第二次取到黑球,意味着第一次不取到黑球且第二次取到黑球,即事件 A 不发生且事件 B 发生,可用积事件 $\overline{A}B$ 表示.

(6) 两次都取到白球,意味着第一次取到白球且第二次也取到白球,即事件 A 与 B 同时不发生,可用积事件 $\overline{A}\,\overline{B}$ 表示.

(7) 两次取到球的颜色不一致，意味着第一次取到黑球且第二次取到白球，或者第一次取到白球且第二次取到黑球，即积事件 $A\overline{B}$ 发生或积事件 $\overline{A}B$ 发生，可用和事件 $A\overline{B}+\overline{A}B$ 表示.

(8) 两次取到球的颜色一致，意味着两次都取到黑球，或者两次都取到白球，即积事件 AB 发生或积事件 $\overline{A}\,\overline{B}$ 发生，可用和事件 $AB+\overline{A}\,\overline{B}$ 表示.

1.02　甲、乙、丙三门炮各向同一目标发射一发炮弹，设事件 A 表示甲炮击中目标，事件 B 表示乙炮击中目标，事件 C 表示丙炮击中目标，问：

(1) 和事件 $A+B+C$ 表示什么？

(2) 和事件 $AB+AC+BC$ 表示什么？

(3) 积事件 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ 表示什么？

(4) 和事件 $\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$ 表示什么？

(5) 恰好有一门炮击中目标应如何表示？

(6) 恰好有两门炮击中目标应如何表示？

(7) 三门炮都击中目标应如何表示？

(8) 目标被击中应如何表示？

解：(1) 和事件 $A+B+C$ 意味着事件 A,B,C 中至少有一个事件发生，即甲炮击中目标、乙炮击中目标及丙炮击中目标三个试验结果中至少有一个试验结果发生，因此它表示三门炮中至少有一门炮击中目标.

(2) 和事件 $AB+AC+BC$ 意味着积事件 AB,AC,BC 中至少有一个积事件发生，即甲炮乙炮同时击中目标、甲炮丙炮同时击中目标及乙炮丙炮同时击中目标三个试验结果中至少有一个试验结果发生，因此它表示三门炮中至少有两门炮击中目标.

(3) 积事件 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ 意味着事件 A 不发生且事件 B 不发生且事件 C 不发生，即甲炮不击中目标且乙炮不击中目标且丙炮不击中目标，因此它表示三门炮都不击中目标.

(4) 和事件 $\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$ 意味着事件 $\overline{A},\overline{B},\overline{C}$ 中至少有一个事件发生，即甲炮不击中目标、乙炮不击中目标及丙炮不击中目标三个试验结果中至少有一个试验结果发生，说明三门炮中至少有一门炮不击中目标，因此它表示三门炮中至多有两门炮击中目标.

(5) 恰好有一门炮击中目标，意味着恰好甲炮击中目标，或者恰好乙炮击中目标，或者恰好丙炮击中目标，即积事件 $A\,\overline{B}\,\overline{C}$ 发生或积事件 $\overline{A}\,B\,\overline{C}$ 发生或积事件 $\overline{A}\,\overline{B}\,C$ 发生，可用和事件 $A\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,C$ 表示.

(6) 恰好有两门炮击中目标，意味着恰好甲炮、乙炮击中目标，或者恰好甲炮、

丙炮击中目标，或者恰好乙炮、丙炮击中目标，即积事件 $AB\overline{C}$ 发生或积事件$A\overline{B}C$ 发生或积事件 $\overline{A}BC$ 发生，可用和事件 $AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}BC$ 表示.

(7) 三门炮都击中目标，意味着甲炮击中目标且乙炮击中目标且丙炮击中目标，即事件 A 发生且事件 B 发生且事件 C 发生，可用积事件 ABC 表示.

(8) 目标被击中，意味着甲、乙、丙三门炮中至少有一门炮击中目标，即事件 A，B，C 中至少有一个事件发生，可用和事件 $A+B+C$ 表示.

1.03 随机安排甲、乙、丙三人在一星期内各学习一天，求：

(1) 恰好有一人在星期一学习的概率；

(2) 三人学习日期不相重的概率.

解：注意到试验是随机安排甲、乙、丙三人在一星期内各学习一天，必须依次经过三个步骤：第 1 个步骤是安排甲学习，从星期一到星期日挑出一天作为甲的学习日期，有 7 种方法；第 2 个步骤是安排乙学习，从星期一到星期日挑出一天作为乙的学习日期，也有 7 种方法；第 3 个步骤是安排丙学习，从星期一到星期日挑出一天作为丙的学习日期，也有 7 种方法. 试验相当于从 7 个不同元素中每次取出 3 个元素的元素可重复排列，根据乘法原理，完成试验共有 $7\times7\times7=343$ 种方法，即试验共有 343 个基本事件. 又由于是随机安排，从而每个基本事件发生的可能性是等同的，说明这个问题属于古典概型.

(1) 设事件 A 表示恰好有一人在星期一学习，完成事件 A 必须依次经过两个步骤：第 1 个步骤是从三人中挑出一人，安排他在星期一学习，有 3 种方法；第 2 个步骤是安排剩下的两人分别在其余六天学习，有 $6\times6=36$ 种方法. 根据乘法原理，完成事件 A 有 $3\times36=108$ 种方法，即事件 A 包含 108 个基本事件. 根据古典概型计算概率的公式，得到概率

$$P(A)=\frac{108}{343}$$

所以恰好有一人在星期一学习的概率为$\frac{108}{343}$.

(2) 设事件 B 表示三人学习日期不相重，完成事件 B 意味着从星期一到星期日 7 天中挑出 3 天排队，不妨规定排在前面的是甲的学习日期，排在中间的是乙的学习日期，排在后面的是丙的学习日期，相当于从 7 个不同元素中每次取出 3 个不同元素的元素不重复选排列，有 P_7^3 种方法，即事件 B 包含 P_7^3 个基本事件. 根据古典概型计算概率的公式，得到概率

$$P(B)=\frac{\mathrm{P}_7^3}{343}=\frac{7\times6\times5}{343}=\frac{30}{49}$$

所以三人学习日期不相重的概率为$\frac{30}{49}$.

1.04 箱子里装有 4 个一级品与 6 个二级品，任取 5 个产品，求：

(1) 其中恰好有 2 个一级品的概率；

(2) 其中至多有 1 个一级品的概率.

解：注意到试验是从 10 个产品中任取 5 个产品，在取产品时并不计较这些产品的先后顺序，即不需要将它们排队，试验相当于从 10 个不同元素中每次取出 5 个不同元素的组合，完成试验共有 C_{10}^5 种取法，即试验共有 C_{10}^5 个基本事件. 又由于是任意抽取，从而每个基本事件发生的可能性是等同的，说明这个问题属于古典概型.

(1) 设事件 A 表示任取 5 个产品中恰好有 2 个一级品，即所取 5 个产品中有 2 个一级品与 3 个二级品，完成事件 A 必须依次经过两个步骤：第 1 个步骤是从 4 个一级品中取出 2 个一级品，有 C_4^2 种取法；第 2 个步骤是从 6 个二级品中取出 3 个二级品，有 C_6^3 种取法. 根据乘法原理，完成事件 A 有 $C_4^2C_6^3$ 种取法，即事件 A 包含 $C_4^2C_6^3$ 个基本事件. 根据古典概型计算概率的公式，得到概率

$$P(A)=\frac{C_4^2C_6^3}{C_{10}^5}=\frac{6\times 20}{252}=\frac{10}{21}$$

所以任取 5 个产品中恰好有 2 个一级品的概率为$\frac{10}{21}$.

(2) 设事件 B 表示任取 5 个产品中至多有 1 个一级品，包括恰好有 1 个一级品与没有一级品两类情况，完成事件 B 有两类方式：第 1 类方式是任取 5 个产品中恰好有 1 个一级品，即所取 5 个产品中有 1 个一级品与 4 个二级品，有 $C_4^1C_6^4$ 种取法；第 2 类方式是任取 5 个产品中没有一级品，即所取 5 个产品中有 0 个一级品与 5 个二级品，有 $C_4^0C_6^5$ 种取法. 根据加法原理，完成事件 B 有 $C_4^1C_6^4+C_4^0C_6^5$ 种取法，即事件 B 包含 $C_4^1C_6^4+C_4^0C_6^5$ 个基本事件. 根据古典概型计算概率的公式，得到概率

$$P(B)=\frac{C_4^1C_6^4+C_4^0C_6^5}{C_{10}^5}=\frac{4\times 15+1\times 6}{252}=\frac{11}{42}$$

所以任取 5 个产品中至多有 1 个一级品的概率为$\frac{11}{42}$.

1.05 某地区一年内刮风的概率为$\frac{4}{15}$，下雨的概率为$\frac{2}{15}$，既刮风又下雨的概率为$\frac{1}{10}$，求：

(1) 刮风或下雨的概率；

(2) 既不刮风又不下雨的概率.

解：设事件 A 表示刮风，事件 B 表示下雨，既刮风又下雨意味着事件 A 与 B 同时发生，可用积事件 AB 表示. 由题意得到概率

$$P(A)=\frac{4}{15}$$

$$P(B)=\frac{2}{15}$$

$$P(AB)=\frac{1}{10}$$

(1) 刮风或下雨，意味着事件 A 发生或事件 B 发生，可用和事件 $A+B$ 表示. 根据加法公式，得到概率

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{4}{15}+\frac{2}{15}-\frac{1}{10}=\frac{3}{10}$$

所以刮风或下雨的概率为$\frac{3}{10}$.

(2) 既不刮风又不下雨，意味着事件 A,B 都不发生，可用积事件 $\overline{A}\,\overline{B}$ 表示，而有关系式 $\overline{A}\,\overline{B}=\overline{A+B}$. 考虑到既不刮风又不下雨是刮风或下雨的对立事件，根据加法公式的特殊情况，得到概率

$$P(\overline{A}\,\overline{B})=1-P(A+B)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$$

所以既不刮风又不下雨的概率为$\frac{7}{10}$.

1.06 盒子里装有 5 张壹角邮票、3 张贰角邮票及 2 张叁角邮票，任取 3 张邮票，求：

(1) 其中恰好有 1 张壹角邮票、2 张贰角邮票的概率；

(2) 其中恰好有 2 张壹角邮票、1 张叁角邮票的概率；

(3) 邮票面值总和为伍角的概率；

(4) 其中至少有 2 张邮票面值相同的概率.

解：注意到试验是从 10 张邮票中任取 3 张邮票，共有 C_{10}^3 种取法，即共有 C_{10}^3 个基本事件.

(1) 设事件 A_1 表示任取 3 张邮票中恰好有 1 张壹角邮票、2 张贰角邮票，即所取 3 张邮票中有 1 张壹角邮票、2 张贰角邮票及 0 张叁角邮票，有 $C_5^1C_3^2C_2^0$ 种取法，即事件 A_1 包含 $C_5^1C_3^2C_2^0$ 个基本事件. 根据古典概型计算概率的公式，得到概率

$$P(A_1)=\frac{C_5^1C_3^2C_2^0}{C_{10}^3}=\frac{5\times 3\times 1}{120}=\frac{1}{8}$$

所以任取 3 张邮票中恰好有 1 张壹角邮票、2 张贰角邮票的概率为$\frac{1}{8}$.

(2) 设事件 A_2 表示任取 3 张邮票中恰好有 2 张壹角邮票、1 张叁角邮票，即所取 3 张邮票中有 2 张壹角邮票、0 张贰角邮票及 1 张叁角邮票，有 $C_5^2C_3^0C_2^1$ 种取法，

即事件 A_2 包含 $C_5^2C_3^0C_2^1$ 个基本事件. 根据古典概型计算概率的公式,得到概率

$$P(A_2)=\frac{C_5^2C_3^0C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{10\times1\times2}{120}=\frac{1}{6}$$

所以任取 3 张邮票中恰好有 2 张壹角邮票、1 张叁角邮票的概率为$\frac{1}{6}$.

(3) 设事件 A 表示任取 3 张邮票面值总和为伍角,包括恰好有 1 张壹角邮票、2 张贰角邮票与恰好有 2 张壹角邮票、1张叁角邮票两类情况. 由于事件 A 发生意味着事件 A_1发生或事件 A_2发生,从而事件 A 为事件 A_1与 A_2的和事件,即事件 $A=A_1+A_2$. 由于在任意一次抽取中所取到的 3 张邮票,不可能既是恰好有 1 张壹角邮票、2张贰角邮票,又同时是恰好有 2 张壹角邮票、1 张叁角邮票,说明事件 A_1与 A_2不可能同时发生,即事件 A_1与 A_2互斥. 根据加法公式的特殊情况,得到概率

$$P(A)=P(A_1+A_2)=P(A_1)+P(A_2)=\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{7}{24}$$

所以任取 3 张邮票面值总和为伍角的概率为$\frac{7}{24}$.

(4) 设事件 B 表示任取 3 张邮票中至少有 2 张邮票面值相同,包括恰好有 2 张邮票面值相同与恰好有 3 张邮票面值相同两类情况,由于直接计算其概率 $P(B)$ 比较麻烦,因此考虑事件 B 的对立事件 $\overline{B}$. 事件 $\overline{B}$ 表示任取 3 张邮票面值各不相同,即所取 3 张邮票中有 1 张壹角邮票、1 张贰角邮票及 1 张叁角邮票,有 $C_5^1C_3^1C_2^1$ 种取法,即事件 $\overline{B}$ 包含 $C_5^1C_3^1C_2^1$ 个基本事件. 根据加法公式的特殊情况与古典概型计算概率的公式,得到概率

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_5^1C_3^1C_2^1}{C_{10}^3}=1-\frac{5\times3\times2}{120}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

所以任取 3 张邮票中至少有 2 张邮票面值相同的概率为$\frac{3}{4}$.

1.07　市场上供应的某种商品只由甲厂与乙厂生产,甲厂占 60%,乙厂占 40%,甲厂产品的次品率为 7%,乙厂产品的次品率为 8%. 从市场上任买 1 件这种商品,求:

(1) 它是甲厂次品的概率;

(2) 它是乙厂次品的概率.

解:设事件 A 表示甲厂产品,从而事件 $\overline{A}$ 表示乙厂产品,再设事件 B 表示次品. 由题意得到概率

$$P(A)=60\%$$

$$P(\overline{A}) = 40\%$$
$$P(B|A) = 7\%$$
$$P(B|\overline{A}) = 8\%$$

(1) 甲厂次品意味着既是甲厂产品又是次品，即事件 A 与 B 同时发生，可用积事件 AB 表示. 根据乘法公式，得到概率

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = 60\% \times 7\% = 4.2\%$$

所以从市场上任买 1 件这种商品是甲厂次品的概率为 4.2%.

(2) 乙厂次品意味着既是乙厂产品又是次品，即事件 $\overline{A}$ 与 B 同时发生，可用积事件 $\overline{A}B$ 表示. 根据乘法公式，得到概率

$$P(\overline{A}B) = P(\overline{A})P(B|\overline{A}) = 40\% \times 8\% = 3.2\%$$

所以从市场上任买 1 件这种商品是乙厂次品的概率为 3.2%.

1.08 某单位同时装有两种报警系统 A 与 B，当报警系统 A 单独使用时，其有效的概率为 0.70，当报警系统 B 单独使用时，其有效的概率为 0.80，在报警系统 A 有效的条件下，报警系统 B 有效的概率为 0.84. 若发生意外时，求：

(1) 两种报警系统都有效的概率；

(2) 在报警系统 B 有效的条件下，报警系统 A 有效的概率；

(3) 两种报警系统中至少有一种报警系统有效的概率；

(4) 两种报警系统都失灵的概率.

解：设事件 A 表示报警系统 A 有效，事件 B 表示报警系统 B 有效，由题意得到概率

$$P(A) = 0.70$$
$$P(B) = 0.80$$
$$P(B|A) = 0.84$$

(1) 两种报警系统都有效，意味着报警系统 A 有效且报警系统 B 有效，即事件 A 发生且事件 B 发生，可用积事件 AB 表示. 根据乘法公式，得到概率

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = 0.70 \times 0.84 = 0.588$$

所以两种报警系统都有效的概率为 0.588.

(2) 所求在报警系统 B 有效的条件下，报警系统 A 有效的概率为条件概率 $P(A|B)$，根据乘法公式

$$P(AB) = P(B)P(A|B)$$

得到条件概率

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.588}{0.80} = 0.735$$

所以在报警系统B有效的条件下，报警系统A有效的概率为0.735.

(3) 两种报警系统中至少有一种报警系统有效，意味着报警系统A有效或报警系统B有效，即事件A发生或事件B发生，可用和事件$A+B$表示. 根据加法公式，得到概率

$$\begin{aligned}P(A+B) &= P(A)+P(B)-P(AB)\\ &= 0.70+0.80-0.588=0.912\end{aligned}$$

所以两种报警系统中至少有一种报警系统有效的概率为0.912.

(4) 两种报警系统都失灵，意味着报警系统A失灵且报警系统B失灵，即事件A不发生且事件B不发生，可用积事件$\overline{A}\,\overline{B}$表示. 它的对立事件是两种报警系统中至少有一种报警系统有效即和事件$A+B$. 根据加法公式的特殊情况，得到概率

$$P(\overline{A}\,\overline{B})=1-P(A+B)=1-0.912=0.088$$

所以两种报警系统都失灵的概率为0.088.

1.09 口袋里装有6个黑球与3个白球，每次任取1个球，不放回取两次，求：

(1) 第一次取到黑球且第二次取到白球的概率；

(2) 两次取到球的颜色一致的概率.

解：设事件A表示第一次取到黑球，事件B表示第二次取到黑球.

(1) 第一次取到黑球且第二次取到白球，意味着第一次取到黑球且第二次不取到黑球，即事件A发生且事件B不发生，可用积事件$A\overline{B}$表示. 根据乘法公式，得到概率

$$P(A\overline{B})=P(A)P(\overline{B}|A)=\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{4}$$

所以第一次取到黑球且第二次取到白球的概率为$\frac{1}{4}$.

(2) 两次取到球的颜色一致，意味着两次都取到黑球，或者两次都取到白球，即积事件AB发生或积事件$\overline{A}\,\overline{B}$发生，可用和事件$AB+\overline{A}\,\overline{B}$表示. 由于在任意两次抽取中，不可能既是两次都取到黑球，又同时是两次都取到白球，说明积事件AB与$\overline{A}\,\overline{B}$不可能同时发生，即积事件$AB$与$\overline{A}\,\overline{B}$互斥. 根据加法公式的特殊情况与乘法公式，得到概率

$$\begin{aligned}P(AB+\overline{A}\,\overline{B}) &= P(AB)+P(\overline{A}\,\overline{B})\\ &= P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(\overline{B}|\overline{A})\\ &= \frac{6}{9}\times\frac{5}{8}+\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

所以两次取到球的颜色一致的概率为$\frac{1}{2}$.

1.10 在一批产品中有80%是合格品，验收这批产品时规定，先从中任取1

个产品，若它是合格品就放回去，然后再任取 1 个产品，若仍为合格品，则接收这批产品，否则拒收. 求：

(1) 检验第一个产品为合格品且检验第二个产品为次品的概率；

(2) 这批产品被拒收的概率.

解：设事件 A_1 表示检验第一个产品为合格品，事件 A_2 表示检验第二个产品为合格品，由题意得到概率

$$P(A_1) = 80\%$$

$$P(A_2) = 80\%$$

(1) 检验第一个产品为合格品且检验第二个产品为次品，意味着检验第一个产品为合格品且检验第二个产品不为合格品，即事件 A_1 发生且事件 A_2 不发生，可用积事件 $A_1\overline{A}_2$ 表示. 由于放回抽取，说明事件 A_1 与 A_2 相互独立，因而事件 A_1 与 $\overline{A}_2$ 也相互独立. 根据乘法公式的特殊情况与加法公式的特殊情况，得到概率

$$\begin{aligned} P(A_1\overline{A}_2) &= P(A_1)P(\overline{A}_2) = P(A_1)(1 - P(A_2)) \\ &= 80\% \times (1 - 80\%) = 16\% \end{aligned}$$

所以检验第一个产品为合格品且检验第二个产品为次品的概率为 16%.

(2) 再设事件 A 表示这批产品被接收，从而事件 $\overline{A}$ 表示这批产品被拒收. 这批产品被接收，意味着检验第一个产品为合格品且检验第二个产品也为合格品，即事件 A_1 发生且事件 A_2 发生，于是事件 $A = A_1A_2$. 由于放回抽取，因而事件 A_1，A_2 相互独立. 根据乘法公式的特殊情况，有概率

$$P(A) = P(A_1A_2) = P(A_1)P(A_2) = 80\% \times 80\% = 64\%$$

再根据加法公式的特殊情况，得到概率

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 64\% = 36\%$$

所以这批产品被拒收的概率为 36%.

1.11 甲、乙两厂相互独立生产同一种产品，甲厂产品的次品率为 0.2，乙厂产品的次品率为 0.1. 从甲、乙两厂生产的这种产品中各任取 1 个产品，求：

(1) 这 2 个产品中恰好有 1 个正品的概率；

(2) 这 2 个产品中至少有 1 个正品的概率.

解：设事件 A 表示甲厂正品，事件 B 表示乙厂正品，从而事件 $\overline{A}$ 表示甲厂次品，事件 $\overline{B}$ 表示乙厂次品，由题意得到概率

$$P(\overline{A}) = 0.2$$

$$P(\overline{B}) = 0.1$$

(1) 抽取 2 个产品中恰好有 1 个正品，意味着所取 2 个产品为甲厂正品与乙厂次品，或者为甲厂次品与乙厂正品，即积事件 $A\overline{B}$ 发生或积事件 $\overline{A}B$ 发生，可用和事