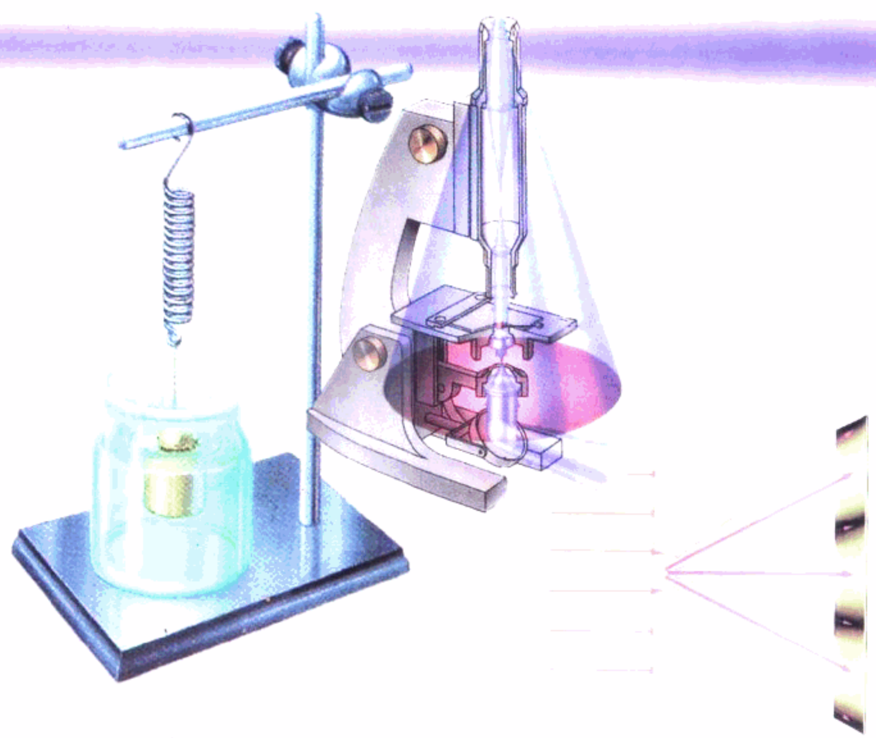
全国高等农林院校基础类课程教材

大学物理实验

陈晓春 韩学孟 郑泽清 主编



中国林业出版社

前　言

本书以我们历届使用过的物理实验指导书为基础，结合编者近二十年的实验教学经验编写而成。

全书内容共分七章。第一章讲述实验误差的基本理论与数据处理；第二章介绍物理实验的典型测量技术与方法；第三章至第七章包括力学、热学、电磁学、光学和近代物理实验，共编入41个实验。此外还选编了部分阅读材料，附于相关章节之后，供读者参考。编写时，我们力求做到叙述准确，简明扼要。对实验仪器的描述注重其结构原理而尽量不涉及具体的型号，以提高学生使用仪器的能力。在许多实验项目中，对其意义、各种实验（测量）方法和相关的背景知识作了简要的说明。在编写体例上，与传统实验教材相比更具有可读性。所编入的实验都经过长期教学实践的锤炼，内容比较成熟，能够使学生在基本实验方法、基本实验技术和常用实验仪器的使用等方面得到比较全面而系统的训练。实验项目和每个实验的内容都有较大的选择余地。可供农林、畜牧、水产院校各专业和农林院校中的农业机械、农业电气与自动控制、食品加工、林产品加工等工科专业使用，亦可做相关专业的参考书目。

本书由陈晓春副教授、韩学孟副教授、郑泽清副教授主编。

参加编写的有：陈晓春（绪论，第一、二、三章，实验1～6，阅读材料A、C，附录Ⅰ～Ⅲ）、韩学孟（第四章中“热学实验基础知识”及实验9，第五章中“电磁学实验基础知识”及实验13～26；阅读材料D、E）、郑泽清（第四章中实验11、12，第六、七章，阅读材料F、G、H）、武秀荣（第四章中实验7、8）、李耀维（第四章中实验10）、范铁林（第五章中实验27、28，阅读材料B）。

本书的完成，凝聚着教研室全体教师和实验技术人员长期努力的心血，许多实验教师为早期的实验教学和教材建设付出了巨大的劳动。本书的顺利出版得到了很多同志的大力支持，在此我们一并向他们表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中一定有不少缺点和错误，恳请读者批评指正。

编　者

2001年4月

目　　录

前　言
绪　论……(1)
第一章　实验误差与数据处理……(3)
第一节　测量与误差……(3)
第二节　直接测量的误差估算……(6)
第三节　间接测量的误差估算……(10)
第四节　实验数据处理……(12)
习　题……(21)
阅读材料 A　测量不确定度……(22)
第二章　物理实验测量技术与方法概述……(25)
第一节　基本测量方法……(25)
第二节　转换测量技术……(29)
第三节　模拟法和示踪法……(31)
第四节　计算机辅助实验的方法与技术……(32)
第五节　实验设计的基本方法……(34)
习　题……(36)
阅读材料 B　传感器技术……(37)
第三章　力学实验……(40)
力学实验基础知识……(40)
一、长度的测量……(40)
二、质量的测量……(46)
三、时间的测量……(49)
实验 1　长度测量练习……(51)
实验 2　物体密度的测量……(53)
2-1　用流体静力称衡法测定固体的密度……(53)
2-2　用比重瓶测定固体的密度……(54)
实验 3　重力加速度的测定……(56)
3-1　单摆法……(56)
3-2　落球法……(58)
实验 4　用三线摆法测定物体的转动惯量……(59)
实验 5　用拉伸法测金属丝的杨氏模量……(62)
实验 6　简谐振动的研究……(66)
阅读材料 C　实验应力分析……(68)
第四章　热学实验……(71)
热学实验基础知识……(71)

一、温度的测量 …… (71)
二、热学实验中的量热术 …… (74)
实验 7 液体温度计的使用 …… (75)
实验 8 用电流量热器法测液体的比热容 …… (77)
实验 9 用混合法测定冰的熔解热 …… (80)
实验 10 用落球法测定液体的粘度 …… (82)
实验 11 液体表面张力系数的测定 …… (85)
11-1 拉脱法 …… (85)
11-2 毛细管法 …… (87)
实验 12 固体线膨胀系数的测定 …… (89)
阅读材料 D 差热分析技术 …… (91)
第五章 电磁学实验 …… (94)
电磁学实验基础知识 …… (94)
一、电流的测量 …… (94)
二、电压的测量 …… (97)
三、电阻的测量 …… (97)
四、常用电学仪器简介 …… (98)
五、电学实验的一般操作规程 …… (100)
实验 13 用伏安法测量未知电阻 …… (101)
实验 14 磁电式电表的改装与校准 …… (103)
实验 15 万用表的使用 …… (104)
实验 16 电桥的原理和使用 …… (108)
16-1 惠斯通电桥的原理与使用 …… (108)
16-2 双臂电桥的原理与应用 …… (111)
实验 17 电位差计的原理与使用 …… (115)
实验 18 灵敏电流计的研究 …… (120)
实验 19 用模拟法测绘静电场 …… (124)
实验 20 用霍尔元件测磁场 …… (127)
实验 21 示波器的使用 …… (131)
实验 22 用示波器测绘铁磁材料的磁化曲线 …… (137)
实验 23 RC 电路的充放电过程 …… (142)
实验 24 热敏电阻 R-t 关系的研究与应用 …… (147)
24-1 热敏电阻的电阻温度关系的研究与应用 …… (147)
24-2 热敏电阻在温度测量中的应用 …… (151)
实验 25 恒温控制技术 …… (154)
实验 26 提高功率因数的研究 …… (158)
实验 27 电动机的原理和特性测试 …… (160)
实验 28 变压器的原理与变比测试 …… (164)
阅读材料 E 电生理技术 …… (167)
第六章 光学实验 …… (169)

光学实验基础知识 …… (169)
一、光学实验中常用的光源 …… (169)
二、光学实验的一般操作规程 …… (170)
实验 29　薄透镜焦距的测定 …… (171)
实验 30　用分光计测量三棱镜的折射率 …… (174)
30-1　分光计的调节 …… (174)
30-2　最小偏向角法测三棱镜折射率 …… (177)
实验 31　液体折射率的测定 …… (180)
实验 32　光的等厚干涉现象与应用 …… (183)
实验 33　衍射光栅及其应用 …… (187)
实验 34　偏振光的实验研究 …… (189)
实验 35　旋光溶液的旋光率和浓度的测定 …… (194)
实验 36　光的吸收效应的研究 …… (197)
实验 37　黑白摄影及扩印技术 …… (200)
37-1　摄　影 …… (200)
37-2　印相和放相 …… (204)
阅读材料 F　光学遥感 …… (206)
第七章　近代物理实验 …… (208)
实验 38　迈克尔逊干涉仪的调整与使用 …… (208)
实验 39　光电效应及普朗克常数的测定 …… (212)
实验 40　用棱镜摄谱仪研究氢光谱 …… (217)
实验 41　全息照相的基本技术 …… (221)
阅读材料 G　激光的应用 …… (225)
阅读材料 H　X 射线 …… (227)
附　录 …… (230)
附录 Ⅰ　国际单位制（SI） …… (230)
附录 Ⅱ　常用的物理常数 …… (231)
附录 Ⅲ　科学型计算器统计功能简介 …… (233)

参考文献 …… (235)

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

绪　　论

一、大学物理实验的地位和作用

物理学是一门实验科学。物理规律的发现和物理理论的建立，都必须以严格的物理实验为基础，并受到实验的检验。例如，落体运动是人们司空见惯的物理现象。但在 16 世纪以前，由于缺乏实验手段而被亚里士多德的错误论点(即物体越重下落速度越快)统治了 1800 多年。直到伽里略作了科学史上著名的斜面实验，才发现了落体运动的规律；又如，电磁感应现象是法拉第在实验中发现并经过无数次实验才于 1831 年提出了著名的电磁感应定律，为现代大规模的电力工程奠定了基础；再如，人们通过杨氏的干涉实验认识到光的波动性，而通过赫兹的电磁波实验，进一步认识到了光是一种电磁波，使麦克斯韦的电磁场理论获得普遍的承认。之后又通过对黑体辐射和光电效应等实验的研究，发现了光具有粒子性。从而得出了光具有波、粒二象性的结论等。因此，物理实验在物理学的创立和发展，乃至自然科学及技术的发展中占有十分重要的地位。

作为一门系统地进行实验技术基础训练的实验课——大学物理实验，有着丰富而广泛的内容，在培养学生科学实验能力的全过程中，起着重要的基础作用。本课程的教学目的和任务是：

(1) 培养学生严肃认真的工作作风，实事求是的科学态度，爱护国家财产，遵守纪律的优良品德。

(2) 在一定的物理知识和中学物理实验的基础上，对学生进行科学实验方法和实验技能的基础训练。通过对本课程的学习，要求学生掌握研究各种不同自然现象的基本实验方法和理解物理思想；了解并掌握一些常用物理量的测量方法；熟悉并掌握常用实验仪器的基本原理、性能和使用方法；学会正确记录、处理实验数据，分析判断实验结果和撰写比较完整的实验报告。

(3) 初步培养学生独立进行科学实验研究的能力。即培养学生全面、细致和深入观察实验现象及定性或定量分析，判断实验误差和实验结果的能力；动手操作、调节仪器和精确测量的独立工作能力；具备初步设计、拟定实验方案，研究简单物理现象的实验能力。

二、大学物理实验课的基本程序

实验教学的过程实际上是在教师指导下由学生通过阅读实验教材及必要的参考书，独立思考，独立操作而完成的。根据这一特点，实验课的教学程序可分为以下 3 个阶段：

1. 课前预习

课前预习是做好实验的前提。通过预习，要求搞清本次实验的目的、要求、原理和实验过程的基本思路。如观察什么现象，测量哪些物理量，用什么仪器，怎样测量等等。在此基础上写出预习报告（可作为实验报告的前半部分)。预习报告的内容包括：实验名称、目的、所用仪器、原理、实验的大致步骤，并设计好测量数据表格。实验原理要用自己的语言扼要说明实验所依据的原理和必要的公式以及电路图、光路图等，切不可简单照抄实验讲义。

2. 课堂实验

进入实验室后，要自觉遵守实验室的规则，认真听取教师的指导和提出的要求。操作前必须先认识和熟悉仪器，了解仪器的使用方法及注意事项，然后再进行正确的调整和使用。实验时要按步骤进行，能较好地控制实验的物理过程和物理现象，认真观察现象，正确记录数据。实验中若有仪器损坏或出现故障，要及时请教教师，不得随意处理。测量完毕，将测量结果请教师审阅认可后才能结束实验。最后将仪器整理复原，养成良好的实验习惯。

3. 写实验报告

写实验报告是学生对实验进行总结、巩固和深化的过程，要独立完成，不得涂改数据。实验报告力求简单明了，用语确切，字迹清楚，图表正确以逐步培养综合分析和总结的能力。

实验报告包括以下内容：

(1) 实验名称、日期、实验者姓名。

(2) 实验目的。

(3) 实验器材：仪器的名称、规格和型号，主要材料。

(4) 实验原理：简明扼要地写明实验的原理和有关公式（光学实验要画出光路图，电学实验要画出电路图）。

(5) 实验步骤：根据实验内容和仪器的操作规程，写出实验操作的简要步骤。

(6) 实验数据记录：包括与实验有关的环境条件（如大气压力、环境温度、电磁场分布等）和原始数据表格。具体要求见本书第一章第四节中的“实验记录与数据列表”。

(7) 实验数据处理：包括对平均值、误差的计算（要求写出主要的计算公式和必要的计算步骤）、实验图线及实验结果的正确表达。

(8) 误差分析：找出影响实验结果的主要因素，从而采取相应的措施以减小误差。对于不同的实验，因所用实验仪器、实验方法或所测量的物理量不同，误差分析的方法也不尽相同。当误差过大时，分析原因后，要对误差作出合理的解释。

(9) 问题讨论：包括回答思考题，实验过程中观察到的异常现象及其可能的解释，对实验装置和实验方法的改进意见及实验的心得体会等。该项内容不要求每个实验都写，有则写，无则不要勉强。

第一章　实验误差与数据处理

实验得到的数据由误差理论进行分析，可科学地评价测量结果的优劣，正确的处理方法可使实验结果最大限度的接近于客观实际。误差理论和实验数据的处理是一门专门的学科，深入的讨论需要有丰富的实践经验与较多的数学知识。本章简单介绍误差理论的一些基本知识（包括误差的基本概念，随机误差的统计规律及其估算）和实验数据的一般处理方法。

第一节　测量与误差

一、测　量

在科学实验中，一切物理量都是通过测量得到的。所谓测量，就是将待测的物理量直接或间接地与另一个同类的，被选作为标准的量进行比较，其倍数即为该物理量的量值，而被选定的标准量则为该物理量的单位。因此，对一个物理量测量的结果，总是由数值和单位组成，两者缺一不可。

测量可分为直接测量和间接测量两种。凡使用测量仪器能直接测得结果的测量，如用米尺测量物体的长度，用秒表测量时间等，就是直接测量。但对大多数的物理量来说，是不能用仪器直接测得的，而是需要先直接测量一些与之相关的物理量，然后由待测量与这些量之间的数学关系，经运算后才能得到结果，这种测量叫做间接测量。如测量某物体的运动速率，总是先测量路程及通过这段路程所用得时间，然后由 $v=s/t$ 计算而得到。显然，直接测量是间接测量的基础。

二、测量误差

任何测量都不可能做到绝对准确，这是由于仪器结构都不可能做到完美无缺；实验者的操作、调整和读数，不可能完全准确；环境条件的变化，诸如温度的波动、机械的振动、电磁辐射的随机变化等，也将不可避免地会造成各种干扰。因此，无论选择怎样良好的实验方法，选择最精密的仪器，测量的结果总有一定的不正确性。

我们用 x_0表示被测物理量在一定客观条件下的真实大小，称为该物理量的“真值”。如果用 x 表示实际测量得到的测量值，那么 x 与 x_0间的差，就称为“测量误差”。我们把绝对差值

$$\delta_x = |x - x_0| \tag{1-1}$$

定义为测量的**绝对误差**，而把相对差值

$$E_r = \frac{\delta_x}{x_0} \times 100\% \tag{1-2}$$

定义为测量的**相对误差**。显然，绝对误差与相对误差的大小，反映了测量结果的准确程度。

在比较两个误差结果的优劣时，如果被测量相同，则绝对误差的大小即可说明测量准确度

的高低。但对于不同的被测量,不仅要看绝对误差的大小,而且还要看被测量本身的大小,即用相对误差来评价更确切。例如,在测量两个物体的长度时,假设两个物体的真实长度分别为23.50cm和2.35cm,测量得到的结果分别为23.53cm和2.32cm,单从绝对误差看,一个测得值大了0.03cm,一个测得值小了0.03cm,好像两个测量的准确度相同。其实不然,因为第一个测量的相对误差为$E_r=\frac{0.03}{23.50}\times100\%=0.2\%$,而第二个测量的相对误差为$E_r=\frac{0.03}{2.35}\times100\%=2\%$,这就很明显地说明,第一个测量要比第二个测量的准确度高。可见,在表示一个测量结果的准确度时,不仅要写出测量的绝对误差,而且还要写出测量的相对误差。

三、误差的种类

根据误差的性质和产生原因的不同,可将误差分为系统误差,随机误差和粗大误差3类。

1. *系统误差*

在同一条件下多次测量同一物理量时,测量结果出现固定的偏差,即误差的大小和符号始终保持恒定,或者随着条件的改变按一定的规律变化,这种误差就称为**系统误差**。系统误差按产生的原因不同可分为:

(1) 仪器误差　由于测量所用仪器本身的缺陷造成的误差。如仪器零点未校准,刻度尺分度不均匀,标尺的热胀冷缩,天平不等臂等。

(2) 方法误差　由于实验所依据的原理不够完善;或者测量所依据的理论公式带有近似性;或者实验条件达不到理论公式所规定的要求而产生的误差。例如,单摆的周期公式$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$成立的条件是摆角趋于零,这在实验中是达不到的。又如在热学实验的理论公式中没有把散热问题考虑在内,在电学实验的理论公式中没有把接线电阻和接触电阻考虑在内等。

(3) 个人误差　由于实验者感觉器官的不完善或者个人不正确的习惯所造成的误差。如有的人按秒表时总是提前,而有的人总是落后。这种误差往往因人而异,并与实验者当时的心理、生理因素有关。

(4) 环境误差　由于外界环境因素发生变化,或者测量仪器规定的使用条件没有得到满足所造成的误差。例如,规定应该水平放置的电表却直立着进行测量读数;在20℃下标定的标准电阻在30℃下使用等。

由此可见,系统误差产生的原因往往是可知的,它的出现一般也是有规律的。有些系统误差是定值的,如仪器的零点不准;有些是积累性的,如用受热膨胀的钢质米尺进行测量,其指示值就小于真实长度,误差值随待测长度成比例地增加;还有些是周期性变化的,如仪器的转动中心与刻度盘的几何中心不重合造成的偏心差就是一种随仪器转动而发生周期性变化的系统误差。因此,在实验前应该对测量中可能产生的系统误差进行充分的分析和估计,并采取必要的措施或选择一定的实验方法尽量消除其影响。例如,对定值误差一般采用校正仪器零点或引入修正量;对一些规律已知的积累性系统误差则引入修正系数,如米尺的膨胀系数;对一些具有特定规律的系统误差,则可作出其校准曲线,如温度计的校准曲线;对方法误差,大多采用修正理论公式的方法,如为消除单摆摆角对周期产生的系统误差,将周期公式修正为$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$后,可减小$\theta$对$T$的影响等。总之,发现和消除系统误差是一项复杂的工作,这就要求实验工作者必须经常总结,掌握各种不同原理的测量仪器,各种实验方法,各种

环境因素引起的系统误差的规律，以提高实验技术素养。

2. *随机误差*

在相同的条件下测量同一物理量时，如果已经精心排除了系统误差产生的因素，仍然发现每次测量的结果并不一样，测量误差时大时小，时正时负，完全是随机的，这种误差称为**随机误差**(亦称偶然误差、统计误差)。

随机误差主要是由于测量过程中一些随机的或不确定的因素引起的。例如，仪器仪表中传动部件的间隙和摩擦，连接件的变形等引起的示值不稳定；观测时电源电压的波动，外界电磁场的干扰，气流扰动或无规则的振动以及实验者个人感官的随机起伏等。这些因素无法预知，难以控制。所以，测量过程中随机误差的出现带有某种必然性和不可避免性。

3. *粗大误差*

明显歪曲实验结果的误差称为粗大误差，也就是说不能用测量时的客观条件合理解释的那些突出的误差。这是实验者在测量时对错了标志，读错了数，记错了数以及在测量时因操作不小心而引起的过失性误差。当确认含有粗大误差时，该测量结果应舍弃不用。显然，粗大误差是一种可以避免的误差。

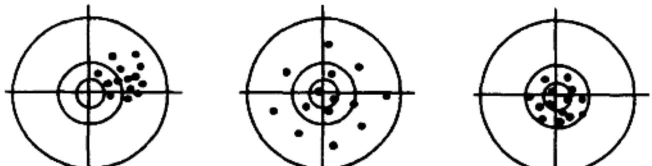
最后，我们应该指出，在实际测量中系统误差，随机误差和粗大误差在一定的条件下可以互相转化。例如，用两端已经严重磨损的米尺测量某一长度时，如果用尺子的同一起点(端点除外)进行多次测量，则由刻度不均匀引入的误差是系统误差。如果选用不同的起点进行多次测量，则由于尺子在不同位置处的不均匀性是随机的，因而，由此引入的误差可作为随机误差来处理。如果用尺子的端点作为起点进行测量，则引入的误差就可能是粗大误差。可见，实验者在进行实际的测量前，必须对测量中可能产生的各种误差做出合理的判断，采取必要的措施，使测量误差对测量结果的影响减到最小。

四、测量的精确度

精确度也称为精度，是评价测量结果好坏程度的一种量度。显然，精确度的高低与测量误差的大小相对应。

1. *精密度与准确度*

如果一组测量数据互相差异较小，数据比较集中，它的随机误差就小，则我们说它的精密度高，即随机误差的大小反映了测量精密度的高低。如果一组测量数据的平均值偏离真值较小，它的系统误差就小，因而我们说它的准确度高，即系统误差的大小反映了测量准确度的高低。如以射击打靶的结果与某次测量的结果进行类比的话，图 1-1(a)的弹着点明显偏离靶心，存在着明显的系统误差，因此准确度不高。但是弹着点比较集中，弥散程度不大，因此说它的精密度还是很高的。图 1-1(b)则相反，弹着点比较分散，存在着明显的随机误差，因此精密度不



(a)　　(b)　　(c)

图 1-1　精密度、准确度、精确度与射击打靶的类比

高，但是从弹着点的分布情况来看，并没有明显的固定偏向，因而可以认为它的准确度还是比较高的。图 1-1(c)则不仅精密度高，而且准确度也高，我们就称这一测量结果的精确度高。可见，精确度是对测量结果的随机误差与系统误差的综合评定。

此外，在表示测量仪器的性能时，也经常用到精密度与准确度的概念。对于仪器的精密度，是指仪器的最小读数值(或最小测量单位)，比如米尺的最小分度值是 1mm，人的眼睛可以判断 0.1mm 的差异，即米尺的最小读数值可以达到 0.1mm，那么，米尺的精密度就是 0.1mm。可见，最小读数值越小，表示仪器的精密度越高。

仪器的准确度是指仪器鉴定合格，使用正确而不引进附加误差时，用该仪器进行测量所能达到的准确程度。一般说来仪器的准确度是低于仪器的精密度的。比如说米尺的精密度是 0.1mm，但米尺的准确度则由米尺的刻度均匀性以及制作材料来决定。所以，仪器的准确度通常在仪器的铭牌上标出，或在检验书上说明。

2. 等精度测量和不等精度测量

对某一物理量 x，我们重复测量 n 次，它的值分别为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$。如果每次测量的条件都是相同的，则我们没有理由认为所测量的值中某一个值更精确些，或不精确些，这就是等精度测量。比如，我们在完全相同的条件下，用米尺测量某铜棒的直径若干次，这就是**等精度测量**。

如果每次测量的条件是不同的，如实验者、仪器、方法、环境等不同，那么各次测量值的精确度是不同的，这就是不等精度测量。比如用游标卡尺和螺旋测微计测量同一铜棒的直径，显然两种仪器测量得到的值，其精确度是不同的，这就是**不等精度测量**。

等精度测量结果，数据处理比较容易，所以绝大部分实验都采用等精度测量。对于不等精度测量，除非非用不可，一般情况下不采用不等精度测量。

第二节　直接测量的误差估算

综上所述，对一个物理量直接进行测量，其系统误差我们可采用适当的实验方法加以消除，而随机误差则是不可避免的。因此，误差估算实际上是对随机误差的估算。下面我们从随机误差的统计规律出发来讨论测量误差的估算。

一、随机误差的统计规律

随机误差就单次测量来说，没有任何规律，但当测量次数足够多时，就可以发现，误差的大小以及正负的出现，都服从一定的统计分布规律。

假定在系统误差已消除的情况下，等精度的对某一物理量 x 进行多次重复测量。由于随机误差的存在，测量结果 $x_1,x_2,\cdots,x_n$一般都存在着一定的差异。如果该物理量的真值为 x_0，则根据误差的定义，各次测量的误差

$$\delta_{x_i} = x_i - x_0 \tag{1-3}$$

大量的实验事实证明，在测量次数足够多时，随机误差 δ_{x_i}的出现是服从一定的统计规律——正态分布(Gauss 分布)规律的。这种统计规律具有以下特性：

(1)单峰性。绝对值小的误差出现的机会(概率)大，绝对值大的误差出现的机会(概率)小。

(2)对称性。大小相等，符号相反的误差出现的概率相等。

(3)有界性。绝对值很大的误差出现的概率趋于零。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(4)抵偿性。当误差次数非常多时,由于正负误差互相抵消,各个误差的代数和为零。

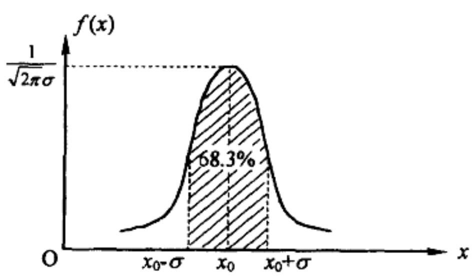


图 1-2 正态分布曲线

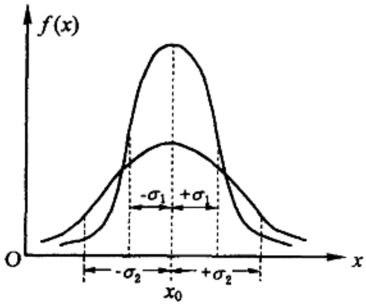


图 1-3 标准差与精密度的关系

随机误差正态分布的这些性质可在图 1-2 正态分布曲线上看得非常清楚。该曲线横坐标为测量数据 x,纵坐标为测量数据的概率密度函数 $f(x)$ 。它表示某测量值出现在 x 附近,单位测量值区间内的概率。

根据统计理论可以证明,当测量次数 $n\to\infty$时,测量值的概率密度分布函数 $f(x)$为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}} \tag{1-4}$$

式中 x_0为测量的真值。σ 是一个取决于具体测量条件的常数,称为标准误差,其值为各个误差的方均根值,即

$$\sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)^2}$$

由分布曲线可见,测量值对称地分布在真值 x_0的两侧,曲线的中部曲率向下,曲线的两侧曲率向上,因此,在曲线上必有对称的两个转折点。容易证明,该转折点的横坐标值为 $x_0\pm\sigma$。由此可见,用标准误差 σ 表示测量误差,并不意味着任一测量数据的误差都等于$\pm\sigma$,或者都不会比$\pm\sigma$ 更大。按概率理论及(1-4)式,可以计算出任一测量数据 x 出现在范围$[x_0-\sigma,x_0+\sigma]$内的概率为 68.3%。

当 $x=x_0$时,由(1-4)式可得

$$f(x_0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \tag{1-5}$$

可见,某次测量若标准误差 σ 很小,必有 $f(x_0)$很大,则图(1-2)中曲线中部将上升较高,而两侧下降很快。表明测量离散性小,精密度高。相反,如果 σ 很大,则 $f(x_0)$就很小,误差分布的范围就较宽,说明测量的离散性大,精密度低,如图 1-3 所示。

二、算术平均值与标准差

由随机误差的正态分布理论可知,当测量次数无限多($n\to\infty$)时,测量数据的算术平均值无限接近于真值 x_0。但在实际测量中,由于测量次数不可能达到无限多,因而真值实际上是无法测定的。可以证明,如果我们对某物理量 x 等精度地进行 n 次测量,得到一列测量值 x_1,x_2,…,x_n。则该测量列的算术平均值

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{1-6}$$

是测量结果的最佳估计值。

由此可见，我们在实验中实际测得的算术平均值 $\bar{x}$ 只是真值 x_0的最佳近似值。那么，$\bar{x}$ 的可靠程度如何呢？我们先对 x 测量 n 次后，取算术平均得 $\bar{x}_1$，然后再测量 n 次得 $\bar{x}_2$，…，如此可得到无穷多个 $\bar{x}$。显然 $\bar{x}$ 本身也应该是一个随机变量。因而，$\bar{x}$ 围绕 x_0的分布也是一个正态分布。在计算平均值的误差时，由于真值 x_0无法得到(因测量次数 n 有限)，因此在实际中用偏差

$$v_i = x_i - \bar{x}$$

来计算每次测量的误差。可以证明，用偏差表示每次测量的误差时，算术平均值的误差可由

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{1-7}$$

来计算，$\sigma_{\bar{x}}$称为算术平均值的**标准偏差**，简称**标准差**。由上式计算出的 $\sigma_{\bar{x}}$，反映了一组测量数据的算术平均值 $\bar{x}$ 接近真值 x_0的程度，$\sigma_{\bar{x}}$越小，说明 $\bar{x}$ 越接近于 x_0。由概率理论可以推得，任何一组测量数据的算术平均值 $\bar{x}$，落在 $x_0-\sigma_{\bar{x}}$到 $x_0+\sigma_{\bar{x}}$范围内的概率为 68.3%。或者说，在 $\bar{x}-\sigma_{\bar{x}}$到 $\bar{x}+\sigma_{\bar{x}}$范围内包含真值 x_0的概率为 68.3%。

三、一次测量的标准差估计　仪器误差

在有些实验中，常常由于条件不许可，测量不能重复多次；有些实验精度要求不高，或某一量的误差对整体影响较小，不需要重复多次，在这些情况下便可进行一次测量。那么，对于一次测量的标准差又如何估计呢？根据误差理论，一次测量的标准差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\delta_{仪}}{\sqrt{3}} \tag{1-8}$$

式中 $\delta_{仪}$称为**仪器误差**。所谓仪器误差是指在正确使用仪器的条件下测量值和被测物理量之间可能产生的最大误差。其值由仪器出厂检验书、仪器标牌或校准证书上直接注明，有些则以某一特定的形式给出，如数字式仪表用“±(读数值×a%＋几个字)”表示，磁电式电表的仪器误差用“量程×a%”来计算得到。

如果仪器误差未注明，则可由仪器的最小分度值推算。对于游标读数系统，取最小分度值作为 $\delta_{仪}$，其余能够估读的读数系统取最小分度值的一半作为 $\delta_{仪}$。例如，最小分度值为 0.02mm 的游标卡尺，其仪器误差即为 0.02mm，所以对某物体进行一次测量的标准差为 $\sigma_{\bar{x}}=\frac{0.02}{\sqrt{3}}=0.02\text{mm}$；而最小分度值为 0.01mm 的螺旋测微计，其 $\delta_{仪}=\frac{0.01}{2}=0.005\text{mm}$，即标准差的估计值为 $\sigma_{\bar{x}}=\frac{0.005}{\sqrt{3}}=0.003\text{mm}$。

此外，当重复测量所得数据相同时，并不意味着误差为零，而是随机误差较小，仪器的精密度不足以反映微小的差异。这时，亦可按一次测量的方法估算误差。

四、测量结果的表达形式

根据以上讨论，等精度测量的最后结果应写成

$$x = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}} \tag{1-9}$$

的形式，此式表示被测量的最佳估计值为 $\bar{x}$，测量误差为 $\sigma_{\bar{x}}$。即在系统误差已消除的情况下，在 $\bar{x}-\sigma_{\bar{x}}$至 $\bar{x}+\sigma_{\bar{x}}$的范围内包含真值的概率为 68.3%。

例题 1-1 用天平称一物体的质量 m 进行了 11 次,测得数据列于下表中,试估算其测量结果。

测量次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m_i(g)	187.9	187.2	187.5	187.1	187.3	187.8	187.0	187.6	187.7	187.0	187.1
v_i(g)	0.5	−0.2	0.1	−0.3	−0.1	0.4	−0.4	0.2	0.3	−0.4	−0.3

解 算术平均值为

$$\overline{m} = \frac{1}{11}\sum_{i=1}^{11} m_i = 187.4(\mathrm{g})$$

算术平均值的标准差为

$$\sigma_{\overline{m}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(m_i - \overline{m})^2} = 0.1(\mathrm{g})$$

测量结果的相对误差为

$$E_r = \frac{0.1}{187.4} \times 100\% = 0.06\%$$

测量结果为

$$m = (187.4 \pm 0.1)\mathrm{g} \qquad E_r = 0.06\%$$

即该物体质量的最佳估计值为187.4g,真值在187.3～187.5g 范围内的可能性为68.3%,测量的精度为0.06%。

五、测量结果的置信概率

1. 正态分布的置信概率

用标准误差 σ 表示测量误差,并不意味着任一测量数据的误差都等于$\pm\sigma$,或者都不会比$\pm\sigma$更大。按概率理论及(1-4)式,可以计算出任一测量数据出现在范围$[x_0-\sigma, x_0+\sigma]$内的概率

$$P(\sigma) = \int_{x_0-\sigma}^{x_0+\sigma} f(x)\mathrm{d}x = 0.683$$

通常,我们把 P 称为置信概率(亦称置信度、置信水准),而与 P 对应的测量数据范围$[x_0-\delta, x_0+\delta]$称为置信区间,对应的误差范围$[-\delta, \delta]$称为误差限。即上式表明误差限为$[-\delta, \delta]$时的置信概率为68.3%,或者说,测量值落在区间$[x_0-\sigma, x_0+\sigma]$内的置信概率为68.3%,如图1-2所示。显然,对应于不同的置信区间,测量值 x 落在该区间的概率也不同。由式(1-4)可以推得,当测量值 x 落在区间$[x_0-k_p\sigma, x_0+k_p\sigma]$时,概率 P 与置信因子 k_p的关系如表1-1。由表中数据可知,当 k_p取2时,测量值 x 落在区间$[x_0-2\sigma, x_0+2\sigma]$的概率为95.4%,当 k_p取2.58时,x 落在区间$[x_0-2.58\sigma, x_0+2.58\sigma]$的概率为99%。

表1-1 正态分布的置信因子

P(%)	50	68.3	90	95	95.4	99	99.7
k_p	0.674	1	1.64	1.96	2	2.58	3

2. t 分布(Student 分布)的置信系数

当测量次数 n 较小时,随机误差的分布将偏离正态分布而服从与正态分布相近的另一种分布——t 分布(Student 分布),使分布曲线变得平坦,因而 $\sigma_{\bar{x}}$对应的置信概率将小于68.3%。

这时为对应于同样的置信概率，就必须乘上一个校正因子——置信系数 $t_p(\nu)$，即测量结果的表达式应变为

$$x = \bar{x} \pm t_p(\nu)\sigma_{\bar{x}} \quad (p = ?)$$

上式中 $\nu=n-1$称为自由度（n 为测量次数），p 称为置信概率。$t_p(\nu)$的值列于表1-2中。

表1-2　t 分布的置信系数

p \ ν	2	3	4	5	6	7	8	9	14	19
0.683	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03
0.950	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.14	2.09
0.990	9.92	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	2.98	2.86

第三节　间接测量的误差估算

在间接测量中，测量结果是通过与直接测量值之间的函数关系计算出来的。由于直接测量值本身总是有一定的误差，因此必然导致间接测量结果中也有误差，这就是误差的传递。

一、误差传递公式

1. *标准差传递公式*

设被测量 y 和各直测量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，有下列函数关系

$$y = f(x_1,x_2,\cdots,x_n) \tag{1-10}$$

若 n 个直测量的最佳估计值分别为 $\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n$。各量的标准差分别为 $\sigma_{\bar{x}_1},\sigma_{\bar{x}_2},\cdots,\sigma_{\bar{x}_n}$。则可由误差理论证明，被测量 y 的最佳估计值为

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n) \tag{1-11}$$

被测量 y 的标准差为

$$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2\sigma_{\bar{x}_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2\sigma_{\bar{x}_2}^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2\sigma_{\bar{x}_n}^2} \tag{1-12}$$

上式即为标准差的传递公式。即间接测量结果的标准差等于各独立直测量[①]的标准差与相应偏导数（误差传递系数）的方和根。其中各 x_i的标准差可得自多次测量或一次测量。标准差的传递公式也可表示为相对误差的形式

$$\frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)^2\sigma_{\bar{x}_1}^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right)^2\sigma_{\bar{x}_2}^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\right)^2\sigma_{\bar{x}_n}^2} \tag{1-13}$$

为应用方便，一些常用函数的标准差传递公式列于表1-3中，以便查阅。

由表1-3可见，求测量结果的误差时，如果函数关系式是和、差关系，则用(1-12)式方便。如果函数关系式是积、商关系，则用(1-13)式方便，即先求相对误差，再求绝对误差。

2. *最大误差传递公式*

将(1-10)式求全微分，得

① 独立直测量是指任一量的变化与其它量的变化无关。如果不是独立量，误差传递公式将很复杂。

$$\mathrm{d}y=\frac{\partial f}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_n}\mathrm{d}x_n$$

表1-3　常用函数的标准差传递公式

函数表达式	标准偏差传递公式	函数表达式	标准偏差传递公式
$N=x+y$	$\sigma_{\bar{N}}=\sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2+\sigma_{\bar{y}}^2}$	$N=kx$	$\sigma_{\bar{N}}=k\sigma_{\bar{x}},\frac{\sigma_{\bar{N}}}{N}=\frac{\sigma_{\bar{x}}}{x}$
$N=x-y$	$\sigma_{\bar{N}}=\sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2+\sigma_{\bar{y}}^2}$	$N=x^{1/k}$	$\frac{\sigma_{\bar{N}}}{N}=\frac{1}{k}\frac{\sigma_{\bar{x}}}{x}$
$N=xy$	$\frac{\sigma_{\bar{N}}}{N}=\sqrt{\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{x}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{\bar{y}}}{y}\right)^2}$	$N=\sin x$	$\sigma_{\bar{N}}=\lvert\cos\bar{x}\rvert\sigma_{\bar{x}}$
$N=x/y$	$\frac{\sigma_{\bar{N}}}{N}=\sqrt{\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{x}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{\bar{y}}}{y}\right)^2}$	$N=\ln x$	$\sigma_{\bar{N}}=\frac{\sigma_{\bar{x}}}{x}$
$N=x^k/y^m$	$\frac{\sigma_{\bar{N}}}{N}=\sqrt{k^2\left(\frac{\sigma_{\bar{x}}}{x}\right)^2+m^2\left(\frac{\sigma_{\bar{y}}}{y}\right)^2}$		

上式表示，当 $x_1,x_2,\cdots$，有微小变化 $\mathrm{d}x_1,\mathrm{d}x_2,\cdots$时，$y$ 也将改变 $\mathrm{d}y$。通常误差远小于测量值，故可把微小量 $\mathrm{d}x_1,\mathrm{d}x_2,\cdots$和 $\mathrm{d}y$ 看作误差，即分别用 $\sigma_{\bar{x}_1},\sigma_{\bar{x}_2},\cdots$及 $\sigma_{\bar{y}}$代替，则

$$\sigma_{\bar{y}}=\frac{\partial f}{\partial x_1}\sigma_{\bar{x}_1}+\frac{\partial f}{\partial x_2}\sigma_{\bar{x}_2}+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_n}\sigma_{\bar{x}_n}$$

式中右端各项是正负不定的，为了保证计算得到的 $\sigma_{\bar{y}}$是间接测量可能具有的最大误差，上式中各项均应取其绝对值，即

$$\sigma_{\bar{y}}=\left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\sigma_{\bar{x}_1}\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\sigma_{\bar{x}_2}\right|+\cdots+\left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\sigma_{\bar{x}_n}\right| \tag{1-14}$$

如果把(1-10)式取对数，再求全微分，可得

$$\frac{\mathrm{d}y}{y}=\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2+\cdots+\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\mathrm{d}x_n$$

亦即

$$\frac{\sigma_{\bar{y}}}{y}=\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\sigma_{\bar{x}_1}\right|+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\sigma_{\bar{x}_2}\right|+\cdots+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\sigma_{\bar{x}_n}\right| \tag{1-15}$$

以上两式则分别为最大误差传递公式的绝对误差和相对误差形式。最大误差传递公式常用在误差分析、实验设计和粗略的误差估算中。

二、误差传递公式的应用

误差传递公式主要应用在间接测量中对测量结果的误差估算和在实验设计中选择测量仪器或对预期的实验结果进行误差估计。下面我们只讨论对间接测量结果的误差估算，对实验设计中的应用留待下一章中介绍。

在对间接测量结果进行误差估算时，一般应根据下列步骤进行：

(1)分别计算各直测量的平均值 $\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots$和标准差 $\sigma_{\bar{x}_1},\sigma_{\bar{x}_2},\cdots$填入表格。

(2)由函数关系计算测量结果的平均值，即

$$\bar{y}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots)$$

(3)由函数关系推出误差公式，并计算结果的标准差 $\sigma_{\bar{y}}$和相对误差 E_r。

(4)最后，将结果表示为

$$y=\bar{y}\pm\sigma_{\bar{y}}\quad E_r=\frac{\sigma_{\bar{y}}}{y}\times 100\%$$

例题1-2　用流体静力称衡法测量固体密度的公式为

$$\rho = \frac{m_1}{m_1 - m_2}\rho_0$$

式中 ρ 为待测固体的密度，ρ_0 为液体的密度(假设 $\rho_0 = 1.000\times10^3\text{kg/m}^3$，并可视为常数)，$m_1$ 和 m_2 分别为待测固体在空气中和浸没于水中称得的质量。实验数据如下表，试估算其测量结果。

测量次数	1	2	3	4	5	平均值 $\overline{m_i}$	$\sigma_{\overline{m}_i}$
m_1(g)	27.03	27.08	27.07	27.01	27.05	27.05	0.02
m_2(g)	17.05	17.10	17.01	17.11	17.08	17.07	0.02

解　计算各直测量的平均值和标准差，填入上表。且结果的平均值为

$$\bar{\rho} = \frac{\overline{m_1}}{\overline{m_1} - \overline{m_2}}\rho_0 = 2.710 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$$

密度公式为乘除形式，因而先计算相对误差。将两边取对数，得

$$\ln\rho = \ln m_1 + \ln\rho_0 - \ln(m_1 - m_2)$$

对上式求全微分，得各量的误差传递系数为

$$\frac{\partial\ln\rho}{\partial m_1} = \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_1 - m_2} = -\frac{m_2}{m_1(m_1 - m_2)}$$

$$\frac{\partial\ln\rho}{\partial m_2} = \frac{1}{m_1 - m_2}$$

$$\frac{\partial\ln\rho}{\partial\rho_0} = 0$$

则由(1-13)可得

$$\frac{\sigma_{\bar\rho}}{\rho} = \sqrt{\frac{m_2^2}{m_1^2(m_1 - m_2)^2}\sigma_{\overline{m}_1}^2 + \frac{1}{(m_1 - m_2)^2}\sigma_{\overline{m}_2}^2}$$

代入表中数据，得

$$E_r = \frac{\sigma_{\bar\rho}}{\rho} = 0.0024 \quad 及 \quad \sigma_{\bar\rho} = \bar\rho\cdot E_r = 0.0065\times10^3\text{kg/m}^3$$

被测固体的密度为

$$\rho = (2.710 \pm 0.007)\times10^3\text{kg/m}^3 \quad E_r = 0.3\%$$

第四节　实验数据处理

一、有效数字及数字的舍入规则

由前面的讨论可知，测量必然伴随着误差。因此，由测量得到的任何数据都是带有一定误差的近似数。为能由数据本身粗略表达测量或计算结果的精确程度，我们引入有效数字的概念。

1. 有效数字的一般概念

在物理实验中，我们定义有效数字由数位可靠数字和最后一位具有误差的所谓可疑数字组成①。例如，米尺的最小分度是毫米，用它测量某物体 A 的长度，若发现 A 比143mm 长约半

① 有效数字的另一种定义是凡绝对误差不超过末位一个单位的0.5的数字，即从误差的角度来定义有效数字。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com