極　限　與　導　數

函數的圖形與連續（題號 1～10）

一、函數的概念

1. 函數的定義

設 A, B 爲二非空集合，對 A 中任一元素 x 而言，在 B 中恰有一元素 y 與之對應，則此對應稱爲函數，若以 f 表此函數，則記爲

$$f: x \to y,\ x \in A$$

或 $\quad y = f(x)$。

2. 映成函數

若 $f: A \to B$ 爲一函數，且 $f(A) = B$，則稱 f 爲映成函數或蓋射函數。

定理　若 $f: A \to B$ 爲一函數，且滿足下列條件：

$\forall y \in B,\ \exists x \in A$，使得 $f(x) = y$

則 f 爲映成函數。

3. 一對一函數：

若 $f: A \to B$ 爲一函數，且滿足下列條件：

$$\forall x_1, x_2 \in A,\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

則稱 f 爲1對1函數（嵌射）。

定理　若 $f: A \to B$ 爲一函數，且滿足下列條件：

若對任意 $x_1, x_2 \in A$ 且 $f(x_1) = f(x_2)$，使得 $x_1 = x_2$

則 f 爲一對一函數。

4. 一對一而且映成函數

設 $f: A \to B$ 爲一函數，若 f 既是映成函數，又是一對一函數，則稱 f 爲一對一而且映成函數，或稱 f 是對射函數。

5. 奇函數與偶函數

設 $f: A \to B$ 爲一函數

① 若 $f(-x)=f(x),\ \forall x \in A$，則稱 f 是偶函數。

② 若 $f(-x)=-f(x),\ \forall x \in A$，則稱 f 是奇函數。

定理　設 f 既非奇函數也非偶函數，則 f 可用奇函數與偶函數的和表示之。

6. 週期函數

設 $f: A \to B$，p 是定數

① 若 $f(p+x)=f(x)$ 恆成立，$x \in A,\ p+x \in A$
則稱 f 是週期函數。

② 若 p 爲滿足 $f(p+x)=f(x)$ 的最小正數，
則稱 p 是函數 f 的週期。

定理　p 是函數 f 的週期，m 是任意整數，則
$f(mp+x)=f(x)$。

二、函數的種類及定義域

	函　　數	定　義　域
多項函數	$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$	R
指數函數	$f(x)=a^x\quad(a>0)$	R
對數函數	$f(x)=\log_a x\quad(a>0,\ a\neq 1)$	$R^+=\{x\in R \mid x>0\}$
三角函數	$f(x)=\sin x,\ \cos x$ $g(x)=\tan x,\ \sec x$ $h(x)=\cot x,\ \csc x$	R $A=\{x\in R \mid x\neq n\pi+\frac{\pi}{2},\ n\in Z\}$ $B=\{x\in R \mid x\neq n\pi,\ n\in Z\}$
有理函數	$f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$,其中$p(x)$, $q(x)$爲多項式	$\{x\in R \mid q(x)\neq 0\}$
高斯函數	$f(x)=[x]$（表不大於x之最大整數）	R
符號函數	$\mathrm{sgn}(x)=\begin{cases}1 & 若\ x>0\\ 0 & 若\ x=0\\ -1 & 若\ x<0\end{cases}$	R

三、函數的連續

1. 連續的定義

若函數 $f(x)$滿足下列條件

(1) $f(x)$在包含a之開區間內有定義

(2) $\lim\limits_{x\to a} f(x)$存在

(3) $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$

則稱函數 $f(x)$在$x=a$處連續。

2. 連續的性質

若函數 $f(x)$ 與 $g(x)$ 在 $x=a$ 處連續，則

(1) $f(x)+g(x)$

(2) $f(x)-g(x)$

(3) $f(x)g(x)$

(4) $\dfrac{g(x)}{f(x)}, f(a)\neq 0$

均在 $x=a$ 處連續。

3. 若函數連續則極限必定存在，但函數若存在極限卻不一定連續

說明例： 設 $f(x)=x\sin\dfrac{1}{x}$，則 $f(x)$在$x=0$ 處之極限值為

$$\lim_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}=0$$

但 $f(0)$並不存在，故 $f(x)$ 在 $x=0$ 處不連續。

◉ 函數的極限（題號 11～44）

1. 極限的定義

函數 f在含a之開區間有定義（但在a處不一定要有定義），且令L為一實數。若對任一 $\varepsilon>0$，均存在一 $\delta>0$，使得

當$0<|x-a|<\delta$時，$|f(x)-L|<\varepsilon$恆成立，

則稱$x\to a$時$f(x)$之極限值爲L，記爲

$$\lim_{x\to a} f(x)=L$$

註：(1) 開區間$(a, b)=\{x \mid a<x<b\}$

(2) 閉區間$[a, b]=\{x \mid a\le x\le b\}$

2. 極限的性質

若$\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$且$\lim\limits_{x\to a} g(x)=M$，則

(1) $\lim\limits_{x\to a} (f(x)+g(x))=L+M$

(2) $\lim\limits_{x\to a} (f(x)\cdot g(x))=L\cdot M$

(3) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{L}{M}$，但$M\neq 0$

(4) 若f是多項式函數，則對任意實數a均存在

$$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$$

(5) 若$f(x), g(x)$爲二多項式函數，a爲實數且$g(a)\neq 0$，則

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f(a)}{g(a)}$$

(6) 若$\lim\limits_{x\to a} f(x)=L>0$，則

$$\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}=\sqrt[n]{L}$$

但n爲正整數

3. 極限的定理

(1) 挾擠定理

若對任一x均存在$f(x)\le h(x)\le g(x)$，且若

$$\lim_{x\to a} f(x)=L=\lim_{x\to a} g(x)$$

則 $\lim\limits_{x\to a} h(x)=L$

挾擠定理說明例：

試證明 $\lim\limits_{x \to 0} x\sin\frac{1}{x} = 0$

【證明】 因 $-1 \leq \sin\frac{1}{x} \leq 1$，故

$$\left|x\sin\frac{1}{x}\right| = |x|\left|\sin\frac{1}{x}\right| \leq |x|,\ x \neq 0$$

又因 $\left|x\sin\frac{1}{x}\right| \geq 0$

$$\Rightarrow \quad 0 \leq \left|x\sin\frac{1}{x}\right| \leq |x|$$

但 $\lim\limits_{x \to 0} 0 = 0 = \lim\limits_{x \to 0} |x|$

故由挾擠定理得知 $\lim\limits_{x \to 0} x\sin\frac{1}{x} = 0$

(2) 若 $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L$ 且 $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = L$，則 $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ 成立。

(3) 羅必達法則

設 f, g 在區間 I 中除 a 外均可微，若

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \text{ 或 } \frac{\infty}{\infty}$$

則 $$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

(4) 羅必達法則之應用

① $\infty - \infty$ 時常通分成 $\frac{0}{0}$ 或 $\frac{\infty}{\infty}$

② $0 \cdot \infty$ 時常變爲 $\dfrac{0}{\frac{1}{\infty}} = \dfrac{0}{0}$ 或 $\dfrac{\infty}{\frac{1}{0}} = \dfrac{\infty}{\infty}$

③ $0^{\infty}, \infty^0$ 或 1^{∞} 時常將原式改爲自然指數型態。

羅必達法則說明例

1. 求 $\lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$

【詳解】 本題爲∞^0型

$$\text{原式}=\lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x}\ln x}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}}$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1/x}{1}}=e^0=1$$

2. 求 $\lim\limits_{x\to 0^+}(1+\sin x)^{\frac{1}{x}}$

【詳解】 本題爲1^∞型

$$\text{原式}=\lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}\ln(1+\sin x)}$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{x}\ln(1+\sin x)}$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\cos x}{1+\sin x}}=e$$

4. 重要的極限值

(1) 三角函數的極限值

① $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$

② $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}=1$

③ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x}=0$

(2) 指數函數與對數函數的極限值

① $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=e,\ \lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

② $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-1}{x}=\ln a$

③ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=1$

◉ 導函數與導數(題號 45～55)

1. 導函數之定義

若函數$f(x)$在某一開區間有定義，則$f(x)$的導函數$f'(x)$定義為

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

或 $$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

2. 導數之定義

若函數$f(x)$在某一包含a之開區間有定義，則$f(x)$在a處的導數$f'(a)$定義為

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

或 $$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

3. 導函數、導數、微分之辨別

(1) 一個函數經「微分」之後得到這個函數的導函數。

即「微分」是一種過程，而「導函數」則是其結果。

(2) 導函數是一個函數，而導數則是一個值，如

$g'(x)=x^2$ 是導函數

$g'(4)=4^2$ 是導數

4. 定理

(1) 可微分定理

若$f'(a)$存在，則稱f在a處為可微分(differentiable)；若f在a上可微分，則f在a上連續。

(2) 雖然函數f在a上連續，f在a上卻不一定可微分。

說明例：$f(x)=|x|$，在$x=0$處是否為連續？是否為可微分？

【詳解】 $f(x)=\begin{cases} x\ ,\ x>0 \\ 0\ ,\ x=0 \\ -x\ ,\ x<0 \end{cases}$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} x=0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-} (-x)=0$$

故 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0=f(0)$，知 f 在 $x=0$ 處連續。

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{|x|-|0|}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{|x|}{x}$$

但 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{|x|}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x}{x}=1$

$\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{|x|}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\dfrac{-x}{x}\right)=-1$

即 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|x|}{x}$ 不存在，故知 $f'(0)$ 不存在。

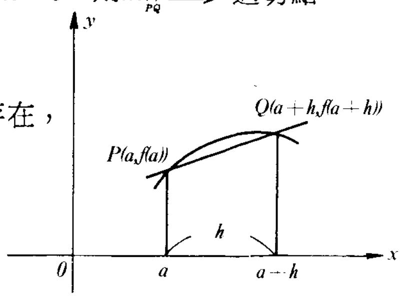
5. 導數的幾何意義

(1) 函數 $y=f(x)$ 之導數 $f'(a)$ 即是函數在點 $(a, f(a))$ 處之切線斜率。

(2) $m_{\overleftrightarrow{PQ}}=\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$，若 $h\to 0$，則 $m_{\overleftrightarrow{PQ}} \xRightarrow{\text{趨近}}$ 過切點 $(a, f(a))$ 之切線斜率

$\therefore\ \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ 存在，

則稱此極限為 $f(x)$ 在 $x=a$ 處之導數，以 $f'(a)$ 表示之。



(3) ① 切線方程式：$y-f(a)=f'(a)(x-a)$

② 法線方程式：$y-f(a)=\dfrac{-1}{f'(a)}(x-a)$

6. 高階導函數的定義

(1) $f(x)$ 之二階導函數定義為

$$f''(x)=\frac{d^2f(x)}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(f'(x)\right)$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f'(x+h)-f'(x)}{h}$$

(2) $f(x)$之三階導函數定義爲

$$f'''(x)=\frac{d^3f(x)}{dx^3}=\frac{d}{dx}\left(f''(x)\right)$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f''(x+h)-f''(x)}{h}$$

(3) $f(x)$之n階導函數定義爲

$$f^{(n)}(x)=\frac{d^nf(x)}{dx^n}=\frac{d}{dx}\left(f^{(n-1)}(x)\right)$$

◉ 微分公式（題號 56～92）

一、初等函數的微分公式

1. 代數函數之導函數

(1) $\frac{d}{dx}(c)=0$ （ c 爲常數 ）

(2) $\frac{d}{dx}(x)=1$

(3) $\frac{d}{dx}(x^n)=nx^{n-1}$

2. 三角函數之導函數

(1) $\frac{d}{dx}\sin x=\cos x$

(2) $\frac{d}{dx}\cos x=-\sin x$

(3) $\frac{d}{dx}\tan x=\sec^2 x$

(4) $\frac{d}{dx}\cot x=-\csc^2 x$

(5) $\frac{d}{dx}\sec x=\sec x\tan x$

(6) $\frac{d}{dx}\csc x=-\csc x\cot x$

3. 反三角函數之導函數(供讀者參考)

(1) $\dfrac{d}{dx}\sin^{-1}x=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　$\left(x\in[-1,1]\right)$

(2) $\dfrac{d}{dx}\cos^{-1}x=\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$　$\left(x\in[-1,1]\right)$

(3) $\dfrac{d}{dx}\tan^{-1}x=\dfrac{1}{1+x^2}$　$(x\in R)$

(4) $\dfrac{d}{dx}\cot^{-1}x=\dfrac{-1}{1+x^2}$　$(x\in R)$

(5) $\dfrac{d}{dx}\sec^{-1}x=\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$　($x>1$或$x<-1$)

(6) $\dfrac{d}{dx}\csc^{-1}x=\dfrac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$　($x>1$或$x<-1$)

4. 指數函數之導函數

(1) $\dfrac{d}{dx}e^x=e^x$　(2) $\dfrac{d}{dx}a^x=\ln a\cdot a^x$

5. 對數函數之導函數

(1) $\dfrac{d}{dx}\ln x=\dfrac{1}{x}$　(2) $\dfrac{d}{dx}\log_a x=\dfrac{1}{x}\dfrac{1}{\ln a}$

6. 雙曲線函數之導函數(供讀者參考)

(1) $\dfrac{d}{dx}\sinh x=\cosh x$　(2) $\dfrac{d}{dx}\cosh x=\sinh x$

(3) $\dfrac{d}{dx}\tanh x=\operatorname{sech}^2 x$　(4) $\dfrac{d}{dx}\coth x=-\operatorname{csch}^2 x$

(5) $\dfrac{d}{dx}\operatorname{sech} x=-\operatorname{sech} x\tanh x$

(6) $\dfrac{d}{dx}\operatorname{csch} x=-\operatorname{csch} x\coth x$

註：雙曲線函數之定義

(1) $\sinh x=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$, $-\infty<x<\infty$

(2) $\cosh x=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$, $-\infty<x<\infty$

(3) $\tanh x=\dfrac{\sinh x}{\cosh x}$, $-\infty<x<\infty$

(4) $\coth x=\dfrac{\cosh x}{\sinh x}$, $x\neq 0$

(5) $\operatorname{sech} x=\dfrac{1}{\cosh x}$, $-\infty<x<\infty$

(6) $\operatorname{csch} x=\dfrac{1}{\sinh x}$, $x\neq 0$

註：雙曲線函數恆等式

$\cosh^2 x-\sin^2 hx=1$

$\sinh(x\pm y)=\sinh x\cosh y\pm\cosh x\sinh y$

$\cosh(x\pm y)=\cosh x\cosh y\pm\sinh x\sinh y$

$\tanh(x\pm y)=\dfrac{\tanh x-\tanh y}{1\pm\tanh x\tanh y}$

$\cosh 2x=1+2\sinh^2 x=2\cosh^2 x-1$

二、微分的基本定理

1. 微分線性定理

$$\frac{d}{dx}\Big(f(x)\pm g(x)\Big)=f'(x)\pm g'(x)$$

2. 函數積的微分定理

(1) $\dfrac{d}{dx}\Big(f(x)\cdot g(x)\Big)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

(2) $\dfrac{d}{dx}\Big(f_1(x)\cdot f_2(x)\cdot\cdots\cdots f_n(x)\Big)$

$=f_1'(x)\cdot f_2(x)\cdot\cdots\cdots\cdot f_n(x)$

$+f_1(x)\cdot f_2'(x)\cdot\cdots\cdots\cdot f_n(x)+\cdots$

$+f_1(x)f_2(x)\cdot\cdots\cdots\cdot f_n'(x)$

3. 函數商的微分定理

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)=\frac{g(x)\cdot f'(x)-f(x)\cdot g'(x)}{\left(g'(x)\right)^2}$$

4. 合成函數之微分（鏈鎖律 chain rule）

(1) 若 $g(x)$ 在 a 上可微分，且 $f(x)$ 在 $b=g(a)$ 上可微分，則

$(f\circ g)'(a)=f'(g(a))\cdot g'(a)$

(2) 若 $y=y(u),\ u=u(x)$，則

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

(3) 若 $f(x)$ 爲可微分函數，則 $f^n(x)$ 亦爲可微分函數，且

$$\frac{d}{dx}\left(f^n(x)\right)=nf^{n-1}(x)\cdot f'(x)$$

(4) 鏈鎖律之推廣

若 y 爲 u 之可微分函數，u 爲 v 之可微分函數，v 爲 x 之可微分函數，則 y 爲 x 之可微分函數，且

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dv}\cdot\frac{dv}{dx}$$

5. 隱函數之微分法

隱函數 $F(x,\ y)=0$，若要求出 $\frac{dy}{dx}$，則 $F(x,\ y)=0$ 直接對 x 微分即可。

6. 參數式之微分法

設 $x=f(t),\ y=g(t)$，則

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy\,/\,dt}{dx\,/\,dt}=\frac{g'(t)}{f'(t)}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)\frac{dt}{dx}$$

7. 反函數之導函數

(1) 若函數 $f(x),\ g(x)$ 互爲反函數（inverse function）

且均可微分，則 $g'(x)=1\,/\,f'(g(x))$

(2) 若 $y=f(x)$，則

$$\frac{dx}{dy}=\frac{1}{dy/dx}$$

8. 萊布尼茲(Leibniz)高次微分法(供讀者參考)

$$\frac{d^n}{dx^n}\big(f(x)\cdot g(x)\big)=\sum_{k=0}^{n}C_k^n\left(\frac{d^k}{dx^k}f(x)\right)\left(\frac{d^{n-k}}{dx^{n-k}}g(x)\right)$$

說明例：若 $f(x)=x^4\sin x$，求 $f'''(x)=$ ？

【詳解】 $$f'''(x)=C_0^3\left(\frac{d^3}{dx^3}\sin x\right)x^4+C_1^3\left(\frac{d^2}{dx^2}\sin x\right)\cdot(4x^3)+C_2^3\left(\frac{d}{dx}\sin x\right)(12x^2)+C_3^3\sin x(24x)$$

$$=-x^4\cos x-12x^3\sin x+36x^2\cos x+24x\sin x$$

1 理上 一 ★★

判斷下列各函數的連續性：

(1) $f(x)=x^2$

(2) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$

(3) $f(x)=\sqrt{x}$

(4) $f(x)=[x]$

【詳解】 (1) $\because$ $f(x)=x^2$　$\forall x\in R$都有定義

而且 $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\lim\limits_{x\to a} x^2=a^2=f(a)$

$\therefore$ $\forall x\in R,\ f(x)=x^2$都連續

(2) $\because$ $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$除了$x=0$外都有定義

而且當$a\neq 0$

$$\lim_{x\to a} f(x)=\frac{1}{a^2}=f(a)$$

$\therefore$ 除了$x=0$外，$f(x)=\dfrac{1}{x^2}$都連續

(3) $\because$ $f(x)=\sqrt{x},\ \forall x\geq 0$都有定義，而且

(i) $a=0$ 時

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\sqrt{0}=0=f(0)$$

(ii) $a>0$ 時

$$\because\ \left|\sqrt{x}-\sqrt{a}\right|=\frac{|x-a|}{\sqrt{x}+\sqrt{a}}$$

$$\leq\frac{|x-a|}{\sqrt{a}}\to 0\ (\text{當}x\to a)$$

亦即 $\lim\limits_{x\to a}\left|\sqrt{x}-\sqrt{a}\right|=0$

$\Rightarrow \quad \lim\limits_{x \to a} \sqrt{x} = \sqrt{a}$

$\therefore \quad \lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

故 (1) 當$x>0$時，$f(x)=\sqrt{x}$ 爲連續

(2) 當$x=0$時，$f(x)=\sqrt{x}$ 爲右邊連續

(4) 當$n \leq x < n+1,\ n \in Z \Rightarrow f(x)=n$

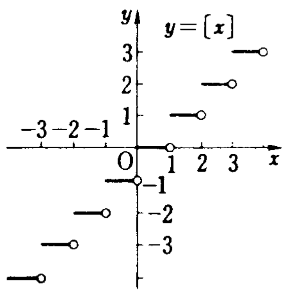
故 $f(x)=[x]$對任意實數均有定義

$\because \quad \lim\limits_{x \to n^-} f(x) = \lim\limits_{x \to n^-} [x] = n-1$

$\because \quad \lim\limits_{x \to n^+} f(x) = \lim\limits_{x \to n^+} [x] = n$

$\therefore \quad \lim\limits_{x \to n} f(x)$之極限值不存在

故當$x=n(0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \cdots\cdots)$時，$f(x)$爲不連續；而$x$爲其他非整數值時，$f(x)$ 爲連續（$x=n$時，$f(x)$爲右邊連續，參見附圖）



参 考 1. ① 若 $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)=f(a)$，則$f(x)$ 爲右邊連續。

② 若 $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)=f(a)$，則$f(x)$ 爲左邊連續。

③ $f(x)$在$x=a$ 時連續，若且唯若 $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = \lim\limits_{x \to a^-} f(x)$

④ 若$f(x),\ \forall x \in (a,\ b)$，都連續；則稱$f(x)$ 爲$(a,\ b)$上的連續函數

⑤ 若$f(x)$ 爲$(a,\ b)$上的連續函數，且$x=a$時，$f(x)$爲右邊連續；$x=b$時，$f(x)$爲左邊連續，則稱$f(x)$ 爲閉區間$[a,b]$上的連續函續。

参 考 2. 必須要$f(x)$在$x=a$ 時有定義，才能討論$f(x)$在$x=a$時的連續性。