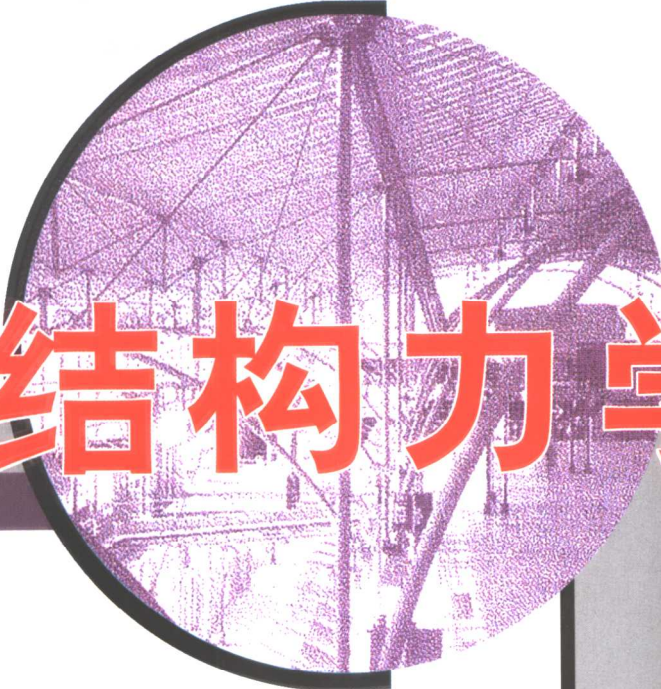




# 结构力学

(下册)

编 著 李恒增  
徐新济

21 世纪网络版系列教材

同济大学出版社

21 世纪网络版系列教材

# 结 构 力 学

(下册)

李恒增 徐新济 编著

同济大学出版社

### 图书在版编目(CIP)数据

结构力学. 下册/李恒增, 徐新济编著. —上海: 同济大学出版社, 2004. 10

(21 世纪网络版系列教材)

ISBN 7-5608-2885-X

I. 结… II. ①李…②徐… III. 结构力学—高等学校—教材 IV. 0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 057622 号

### 结构力学(下册)

李恒增 徐新济 编著

责任编辑 陈全明 策划编辑 孙一风 责任校对 郁 峰 封面设计 陈益平

---

出 版 行 同济大学出版社

(上海四平路 1239 号 邮编 200092 电话 021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 常熟华顺印刷有限公司

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 20.75

字 数 415000

印 数 1—3100

版 次 2004 年 10 月第 1 版 2004 年 10 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-5608-2885-X/O · 254

定 价 27.00 元

---

本书若有印装质量问题, 请向本社发行部调换

## 《21 世纪网络版系列教材》编委会

主 任 李国强

副主任 薛喜民 张大也 周 箴 凌培亮

编 委 孙其明 肖蕴诗 周 俭 顾 牡

崔子钧 童学峰 郑惠强 徐鸣谦

吴泗宗 郭 超 王有文

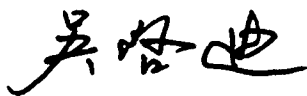
## 序

21 世纪,将是中华民族复兴的世纪。肩负着这一空前历史重任的人民,要求必须具有与之相适应的素质。这也将是新世纪对教育提出的新任务和新要求,也就是说,教育必须适应大众化和终身化的要求。所谓“大众化”,是指人们有着更多的机会接受教育,包括高等教育在内;所谓“终身化”,是指人生过程都伴随着接受教育的机会。

在某种意义上说,网络教育正是为适应教育大众化和教育终身化的要求而产生的。信息技术和网络技术的空前发展,为网络教育的实施提供了切实可行的手段和方式,也可以说,信息和网络技术催生了网络教育。它可不受人力、地域、场地和时空的限制。网络教育方式的出现,在提升教育使命、丰富教育理念、扩大教育规模、革新教育手段、优化教育资源和提高教育质量等方面起着重要的作用。

网络教育采用的是借助现代信息技术的一种全新的教学形式,这就为网络教育的教材编写工作提出了新的要求。它更需要以其视听性、自学性、选择性、层次性、灵活性的特点去满足读者的需要,让每一个学习者都可以寻求到适应自己层次的知识。我高兴地看到,参加这套网络系列教材编写工作的教师,都具有深厚的专业学识、丰富的教学经验,以及对现代教育技术的理解,这是整套教材的质量水平的可靠保证。

我期望,这套教材的出版,将会有助于推动教育大众化和教育终身化的进程,有利于促进网络教学的发展,有助于满足人们日益追求知识的愿望,有助于创造一个学习型社会的氛围,为中华民族的复兴作一点贡献。



2002 年 8 月 8 日写于同济园

## 前 言

21 世纪是以网络信息为主导的新教育时代,互联网的飞速发展和网络教学的特点,将逐步改变教师课堂讲授为主的教学方式,而代之以学生自学为主的学习方式。网络版《结构力学》正是为适应已经到来并逐步发展的这一新的教学模式,根据结构力学教学基本要求而编写的。

本书的编写以便于自学为宗旨,力求符合内容翔实、系统、简明、清晰的特点。在教学内容的阐述方式和例题分析等方面作了探索和尝试。

全书分为上、下两册。上册包括六章:绪论、平面体系的几何组成分析、静定结构的内力分析、静定结构的影响线、静定结构的位移计算、力法。下册包括四章:位移法、力矩分配法及超静定力的影响线、矩阵位移法、结构的动力计算。书中附有讨论内容和思考题,其中,讨论以提问方式来引出一些概念、疑难和应该注意的问题。书中冠有 \* 号的内容可按不同专业、不同层次的学生选用。本书的作业题《〈结构力学〉作业》按上、下两册单独编制,内容符合教学大纲要求,题量适中,利于学习和复习巩固。

书中每章的导读,给出学习提示,介绍本章节的内容概要和实质性问题,提出基本要求、重点和难点。通过认真研读导读,带着问题学习,可以引导读者深入理解每章的基本原理、计算方法、特点和关键问题;了解前、后章节的关系,做到融会贯通。

本书为 21 世纪网络版系列教材之一,可作为高等学校土木工程、水利工程、交通工程等专业的结构力学教材,亦可供其他专业的师生和工程技术人员参考。

由于编者水平有限,书中难免存在疏漏之处,恳请读者及时批评指正,不胜感激。

编 者

2003. 10

# 目 录

## 序 前 言

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| 第七章 位移法               | (1)   |
| 导读                    | (1)   |
| 第一节 位移法的基本概念          | (2)   |
| 第二节 位移法基本未知量数目的确定     | (7)   |
| 第三节 等截面直杆的转角位移方程      | (11)  |
| 第四节 位移法典型方程和算例        | (18)  |
| 第五节 用位移法分析具有剪力静定杆的刚架  | (37)  |
| 第六节 支座位移和温度变化时内力的计算   | (45)  |
| 第七节 对称性的利用            | (51)  |
| 第八节 直接按平衡条件建立位移法方程    | (59)  |
| 第九节 剪力分配法             | (62)  |
| 小结                    | (74)  |
| 思考题                   | (76)  |
| 第八章 力矩分配法及超静定力的影响线    | (78)  |
| 导读                    | (78)  |
| 第一节 力矩分配法的基本概念        | (79)  |
| 第二节 多结点的力矩分配          | (91)  |
| 第三节 对称性的利用            | (100) |
| 第四节 超静定力的影响线          | (104) |
| 第五节 连续梁的影响线           | (109) |
| 第六节 连续梁的最不利荷载分布及内力包络图 | (117) |
| 小结                    | (123) |
| 思考题                   | (124) |

|                                 |       |
|---------------------------------|-------|
| 第九章 矩阵位移法                       | (126) |
| 导读                              | (126) |
| 第一节 概述                          | (127) |
| 第二节 局部坐标系中的单元刚度方程               | (130) |
| 第三节 整体坐标系中的单元刚度方程               | (137) |
| 第四节 单元、结点及结点位移分量编号、结点位移向量和结点力向量 | (143) |
| 第五节 矩阵位移法的后处理法                  | (149) |
| 第六节 非节点荷载的处理                    | (167) |
| 第七节 矩阵位移法的先处理法                  | (173) |
| 小结                              | (184) |
| 思考题                             | (187) |
| 第十章 结构的动力计算                     | (188) |
| 导读                              | (188) |
| 第一节 概述                          | (189) |
| 第二节 动力自由度                       | (191) |
| 第三节 单自由度体系的运动方程                 | (195) |
| 第四节 单自由度体系的自由振动                 | (201) |
| 第五节 单自由度体系的强迫振动                 | (214) |
| 第六节 多自由度体系的自由振动                 | (233) |
| 第七节 主振型的正交性                     | (266) |
| 第八节 多自由度体系在简谐荷载作用下的强迫振动         | (270) |
| 第九节 多自由度体系在一般动荷载作用下的强迫振动        | (285) |
| 第十节 对称性的利用                      | (293) |
| 第十一节 近似法求自振频率和振型                | (297) |
| 第十二节 用有限单元法分析刚架的动力特性            | (308) |
| 小结                              | (317) |
| 思考题                             | (320) |
| 参考文献                            | (322) |

## 第七章 位移法

### 导读

本章将讨论计算超静定结构的另一种方法——位移法。力法和位移法是计算超静定结构的两种基本方法。力法只能用于计算超静定结构；位移法主要用于计算超静定结构，但也可用于计算静定结构。目前广泛应用的以计算机计算为基础的结构矩阵分析方法——矩阵力法和矩阵位移法，在原理上与力法和位移法并无区别。由于矩阵位移法比矩阵力法更便于编制通用程序，因此用电子计算机计算复杂结构时，采用位移法优于力法。

本章的主要内容是介绍位移法的原理和利用位移法计算超静定梁和刚架。此外，还介绍另一种由位移法演生而来的实用算法——剪力分配法。这种方法可用于计算排架和可以不计刚性结点转动的刚架，其优点是计算十分方便，且传力直观明确。

位移法以结构的某些结点位移作为基本未知量，由结点、截面的平衡条件建立位移法方程。建立位移法方程的途径有两条：一条是通过基本结构，另一条是直接利用平衡条件。本章着重介绍前者，这有利于位移法与力法以及后面第九章中介绍的矩阵位移法进行对比，从而加深对内容的理解。

### 一、基本要求

1. 熟练地掌握位移法中采用基本结构的求解方法，并理解位移法典型方程及其系数和自由项的物理意义；
2. 能将位移法与力法进行完整的比较，并能利用对称性简化对称结构的计算；
3. 对于含有刚性杆、剪力静定杆及斜杆有侧移的刚架的位移法计算应有所了解；
4. 在用剪力分配法计算刚结点无转动的较复杂刚架时，应能正确区分杆件彼此间的并、串联关系。

### 二、重点、难点

1. 位移法中采用基本结构的求解方法；
2. 位移法典型方程及其系数和自由项的物理意义；
3. 含刚性杆、剪力静定杆刚架的结点独立位移未知量的确定及这种刚架的位移法求解；
4. 斜杆具有侧移的刚架计算；

5. 对称性的利用;
6. 用剪力分配法计算刚结点无转动的复杂刚架时,杆件彼此间并、串联关系的确定。

### 三、学习提示

第一节 1. 位移法与力法的主要区别;2. 在计算超静定结构时这两种方法的选择;3. 位移法的基本思路。

第二节 1. 引入受弯直杆两端距离保持不变假设的作用与目的;2. 确定位移法基本未知量数目的方法和注意点。

第三节 1. 位移法中对位移(转角、侧移、弦转角)和杆端力(杆端弯矩、杆端剪力)的正、负号规定;2. 三种等截面直杆的转角位移方程。

第四节 1. 位移法的基本结构;2. 借助基本结构建立位移法典型方程;3. 位移法的计算步骤;4. 位移法典型方程的一般形式,典型方程及其系数和自由项的物理意义;5. 力法与位移法的对比。

第五节 1. 剪力静定杆、无侧移杆的概念;2. 具有剪力静定杆刚架的结点独立位移未知量的确定;3. 用位移法计算具有剪力静定杆的刚架。

第六节 1. 超静定结构在支座位移、温度变化时的计算与荷载作用时计算的区别;2. 支座位移时的结构计算;3. 温度变化时的结构计算。

第七节 1. 对称结构在对称或反对称的荷载和其他因素作用下的变形及内力图的特点;2. 半结构或 $1/4$ 结构对称轴切口处支承情况的确定;3. 由半结构或 $1/4$ 结构的计算结果得出原结构的结果。

第八节 1. 利用转角位移方程确定各杆的杆端力;2. 直接利用原结构(结点、截面隔离体)的静力平衡条件建立位移法典型方程;3. 直接利用平衡条件与借助基本结构建立位移法典型方程的实质。

第九节 1. 剪力分配法的适用范围;2. 杆件并联体系和串联体系的抗剪刚度与抗剪柔度;3. 用剪力分配法计算受横向荷载作用的排架和刚结点无转动的刚架。

## 第一节 位移法的基本概念

### 一、力法与位移法的区别

前面一章介绍的力法是计算超静定结构的最基本而且历史最悠久的方法。19世纪末,力法就被用于分析各种超静定结构。随着结构的日益复杂,出现了大量高次超静定刚架结构,如果仍用力法计算就显得十分繁琐。于是,20世纪初人们在力法的基础上又提出了位移法。

力法是以结构的多余未知力作为基本未知量,并根据位移条件建立方程,求出多余未知力。由此,可以确定结构的其他反力、内力和位移。由于,在一定外因作用下,结构的内力和位移之间存在着确定的对应关系。因此,也可以反过来,以结构的某些位移作为基本未知量,先求出这些位移,再根据它们确定结构的内力。这就是位移法。

力法与位移法的主要区别,在于所选用的未知量不同。力法是以结构的多余未知力作为基本未知量,位移法则是以结构的某些结点位移作为基本未知量。力法和位移法通常都需要建立和解算联立方程,其基本未知量的多少是影响计算工作量的主要因素。因此,一般说来,凡是多余约束多而结点位移少的结构,采用位移法比力法简便;反之,采用力法优于位移法。这种选择计算方法的原则是针对手算而言的,而在“电算”条件下,位移法(矩阵位移法)的使用要比力法(矩阵力法)更为广泛。

## 二、位移法的基本思路

位移法以结构中的某些结点位移作为基本未知量,根据平衡、几何和物理三方面的条件建立位移法(基本)方程;求解结点位移并确定结构内力。

对于位移法的基本未知量,即角位移和线位移,均用  $\Delta$  表示,以便与力法中使用的基本未知量  $X$  相对照。

现用一简单例子具体说明位移法的基本思路。图 7-1(a)所示的刚架在荷载  $F_p$  作用下,将产生如图中虚线所示的变形。根据刚结点的特点,汇交于结点 1 的两杆在 1 端将产生相同的角位移  $\Delta_1$ 。严格地说,结点 1 还具有线位移。但为了使问题简化,通常对受弯直杆略去轴向变形和剪切变形影响,并认为弯曲变形是微小的,于是可假定这种杆件在变形过程中其两端间的距离保持不变。这样,图示刚架由于支座 2,3 都不能移动,而根据上述假定结点 1 与 2,3 两点之间的距离又都保持不变,因此结点 1 也就被认为不能发生移动。

如果考察图 7-1(a)中的 12,13 两根杆件,则它们的受力和变形情况分别与图 7-1(d),(g)所示的两根单跨超静定梁相同。其中,杆 12 相当于两端固定的梁受荷载  $F_p$  作用,同时其固定端 1 发生了转角  $\Delta_1$ ;杆 13 相当于一端固定另一端铰支的梁在其固定端发生了转角  $\Delta_1$ 。图 7-1(d)所示的情况又可分解为图 7-1(e),(f)两种情况的叠加;而图 7-1(g)所示情况则可视作图 7-1(h),(i)所示两种情况的叠加。在图 7-1(e),(h)中,两杆都不受转角  $\Delta_1$  的影响,其中,受荷载  $F_p$  作用的杆 12 的内力不难用力法求出,其弯矩图如图 7-1(e)所示,而未受荷载作用的杆 13 将不产生弯矩。在图 7-1(f),(i)中,杆 12 和 13 相当于固定支座 1 发生了转角  $\Delta_1$  的单跨超静定梁,它们的内力同样可以用力法求出,其弯矩图如图所示。

设杆端弯矩以对杆端而言顺时针转向为正,反之为负。于是,参照图 7-1(e),(f),(h),(i)则可写出各杆端弯矩的表达式,即

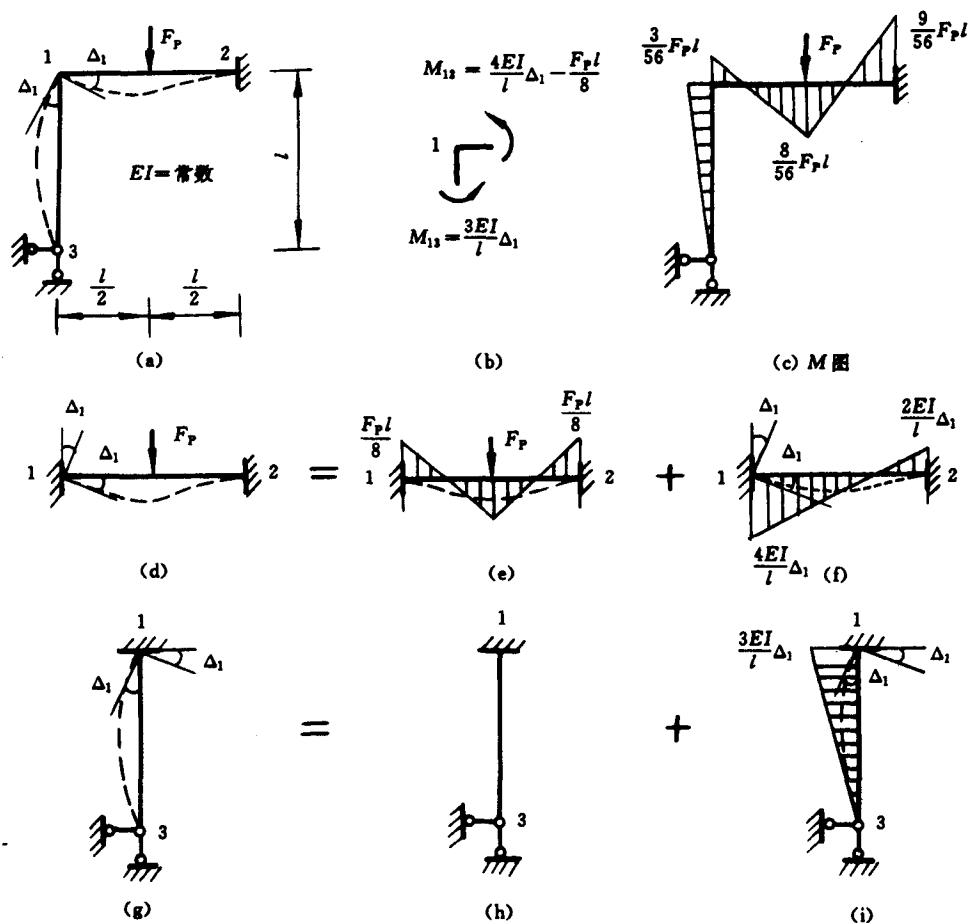


图 7-1

由此可见,若以结点位移  $\Delta_1$  为基本未知量并设法求出它,则各杆端弯矩均可随之确定。

为了求出  $\Delta_1$ ,应考虑平衡条件。由于结点 1 产生转角  $\Delta_1$  后仍处于平衡状态,因

## 第七章 位移法

此,杆端弯矩  $M_{12}$  和  $M_{13}$  必须满足结点 1 处的力矩平衡条件。取结点 1 为隔离体(图 7-1(b)),由  $\sum M_1 = 0$  有

$$M_{12} + M_{13} = 0$$

利用式(a),此平衡方程可写为

$$\left(\frac{4EI}{l} + \frac{3EI}{l}\right)\Delta_1 - \frac{F_P l}{8} = 0$$

解得

$$\Delta_1 = \frac{F_P l^2}{56EI}$$

求出结点 1 的转角  $\Delta_1$  后,再代回各杆端弯矩的表达式(a)中,则可求得各杆端弯矩,即

$$M_{12} = \frac{4EI}{l} \times \frac{F_P l^2}{56EI} - \frac{F_P l}{8} = -\frac{3F_P l}{56}$$

$$M_{21} = \frac{2EI}{l} \times \frac{F_P l^2}{56EI} + \frac{F_P l}{8} = \frac{9F_P l}{56}$$

$$M_{13} = \frac{3EI}{l} \times \frac{F_P l^2}{56EI} = \frac{3F_P l}{56}$$

按上述设定的杆端弯矩的正负号规则,便可绘出结构的弯矩图,如图 7-1(c)所示。

求得杆端弯矩或弯矩图后,则可利用下述两种方法之一求出杆端剪力。一种是利用本章第三节介绍的等截面直杆的转角位移方程中的式(7-3)、式(7-4)直接计算杆端剪力;另一种是取各杆件为隔离体,利用平衡条件求出其杆端剪力。例如,在用后一种方法求杆 12 的杆端剪力时,可从图 7-1(c)中取出图 7-2(a)所示的隔离体,由

$$\sum M_2 = \frac{3F_P l}{56} - \frac{9F_P l}{56} + F_P \times \frac{l}{2} - F_{S12} \times l = 0$$

得

$$F_{S12} = \frac{11}{28}F_P$$

再由

$$\sum F_y = F_{S12} - F_P - F_{S21} = 0$$

得

$$F_{S21} = -\frac{17}{28}F_P$$

求得各杆端剪力后,即可绘出结构的剪力图,如图 7-2(c)所示。

利用所求得各杆端剪力,根据结点平衡条件即可求出各杆端轴力,由此绘出结

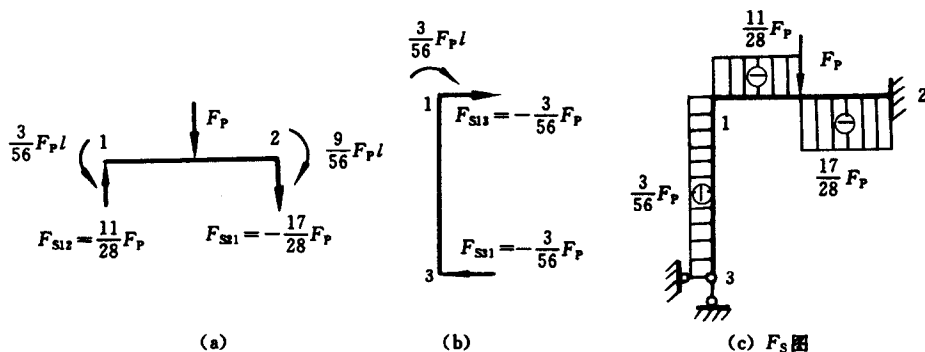


图 7-2

构的轴力图。例如,取结点 1 为隔离体(图 7-3(a)),由  $\sum F_x=0$ ,得  $F_{N12}=-\frac{3}{56}F_P$ ;由  $\sum F_y=0$ ,得  $F_{N13}=-\frac{11}{28}F_P$ ,由此即可绘出结构的轴力图,如图 7-3(b)所示。

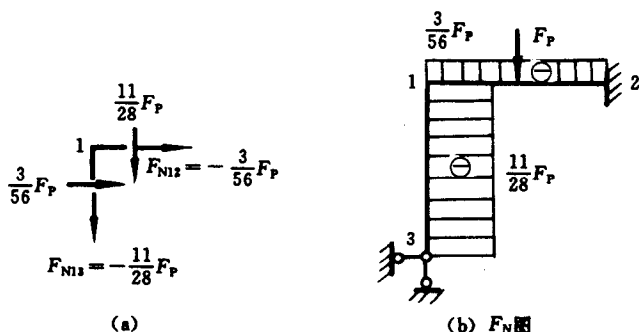


图 7-3

由此可见,根据结构的弯矩图,可以依次作出剪力图和轴力图。

### 三、位移法需要解决的问题

1. 确定以结构的哪些结点位移作为基本未知量;
2. 建立单跨超静定梁的杆端力与杆端位移以及所受荷载之间的关系;
3. 对一般结构,如何建立以结点位移为基本未知量的方程,即位移法基本方程。

## 第二节 位移法基本未知量数目的确定

### 一、位移法的基本假定

由前面的分析已经知道,在一般情况下每个结点均可能有角位移和线位移。但在位移法中,通常是以结构结点的独立角位移和线位移作为基本未知量。因此,用位移法计算结构时,应先确定这些独立的结点位移及其数目。基本未知量越多,计算工作量越大。为了简化计算,在位移法中通常引入受弯直杆两端距离不变的假定:对于受弯直杆,通常可略去轴向变形和剪切变形影响,并认为弯曲变形是微小的,于是可假定这种杆件在变形过程中其两端之间的距离保持不变。这一假定可以减少结构结点独立线位移的个数,因此也减少了基本未知量的个数,但是对某些刚架可能会带来相当大的误差。在第九章以电算为前提的矩阵位移法中,一般不采用这一假定,以避免由于忽略杆件轴向变形而产生的误差。

### 二、位移法基本未知量的确定

#### 1. 角位移数目

由于在同一结点处刚结的各杆端的转角都是相同的,因此每一个刚结点只有一个独立的角位移未知量。而铰结点或铰支座处的杆端转角不是独立的位移,确定杆件内力时并不需要知道它们的数值,故可不作为基本未知量。上一节的例子已经说明了这一点。因此,在确定结构独立的结点角位移数目时,只需计算刚结点的数目。一般说来,独立的结点角位移未知量的数目就等于结构刚结点的数目。例如,图 7-4(a)所示的结构具有  $H, I, J$  等 3 个刚结点和  $F, G$  两个组合(混合)结点,其中,结点  $F$  和  $G$  分别含有 1 个和 2 个刚结点,即共有 6 个刚结点。因此,该结构具有 6 个独立的结点角位移。

#### 2. 线位移数目

由于一点在平面内具有两个移动自由度,因此在一般情况下,平面结构的每个结点可以有两个线位移,即水平位移和竖向位移。但为了简化计算,对结构中的受弯直杆通常假设在变形过程中其两端距离保持不变,这样每一受弯直杆就相当于一个约束,减少了独立线位移的数目。由此,图 7-4(a)所示结构的结点  $E, F, G$  和  $H$  均只能有水平位移,而且是相同的,即这 4 个结点只有 1 个独立的结点线位移。同理,结点  $I$  和  $J$  也只有 1 个独立的结点线位移。若结点  $I$  与  $J$  的水平位移不相等,则杆  $IJ$  两端的距离就要发生变化而与假定不符。因此,该结构具有 2 个独立的结点线位移。

对于刚架,独立的结点线位移数目除了可通过观察判定外,还可以用下述方法确定。由于每个结点可能有 2 个线位移,而依据假设每一受弯直杆提供了相当于 1 根

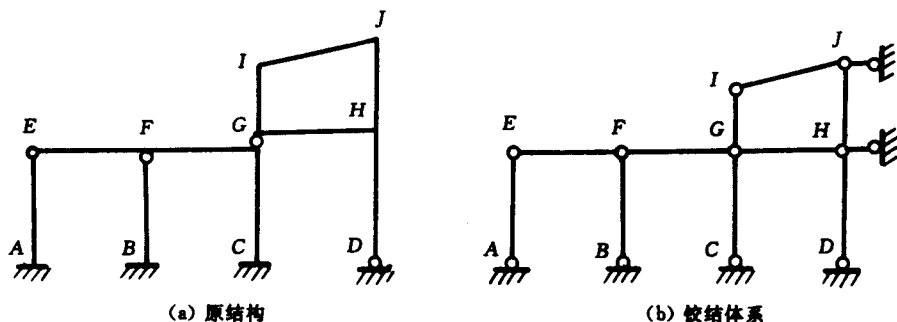


图 7-4

刚性链杆(即两端距离不变)的约束条件,这与几何组成分析中平面铰结体系的几何构造性质(即每个铰结点有 2 个自由度,而每根链杆为 1 个约束)是相似的。因此,确定刚架结构独立的线位移数目时,可以先把所有的刚结点和固定支座全部改为铰结,并将所有受弯直杆视为刚性链杆,使刚架变成为一个铰结体系。然后,再分析该铰结体系的几何组成,若它是几何不变的,说明原结构无结点线位移;反之,若它是几何可变的,再看它最少需要添加几根附加链杆才能保证体系成为几何不变(或者说使铰结体系的每个结点成为不动点),则所需添加的最少链杆数目就是原结构独立的结点线位移数目。例如图 7-4(a)所示的刚架结构,把所有刚结点和固定支座全部改成铰结后,只需在该铰结体系的结点  $H$  和  $J$  处各添加一根水平链杆,就能成为几何不变体系,如图 7-4(b)所示。因此,原结构有 2 个独立的结点线位移。

### 三、位移法基本未知量数目

位移法的基本未知量数目应等于结构中结点独立的角位移和线位移两者数目之和。图 7-4(a)所示刚架有 6 个独立的结点角位移和 2 个独立的结点线位移,故该结构的位移法基本未知量共有 8 个。

讨论:确定位移法基本未知量时应注意什么问题?

1. 若超静定结构含有静定部分,则确定位移法基本未知量数目时可不必考虑静定部分上的结点角位移和线位移,或将静定部分截离后再予考虑。

例如图 7-5(a)所示的结构,将其静定部分  $CD$  和  $EFB$  截离后,即可由图 7-5(b)确定出原结构的位移法基本未知量为刚结点  $E$  的转角和水平位移。

事实上,当图 7-5(a)所示结构受荷载以及其他因素作用时,可根据静力平衡条件先确定其静定部分的内力。然后,将所求出的杆  $CD$  和  $EF$  的  $D$  端和  $E$  端的内力作为外力,分别施加于截离静定部分后的图 7-5(b)所示结构的铰支端  $D$  和刚结点  $E$  处。这样,问题便转化为对图 7-5(b)所示结构的求解。

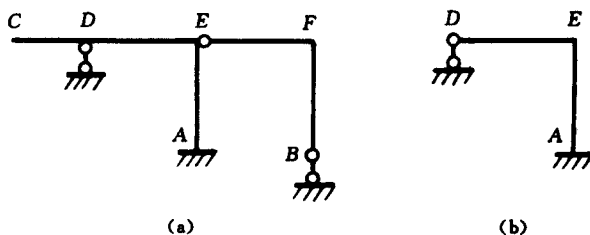


图 7-5

2. 若结构中有抗弯刚度为无限大( $EI=\infty$ )的杆件,则独立的结点角位移数目未必等于结构的刚结点数目。

例如图 7-6(a)所示的结构,刚结点数目是 3,但结点角位移数目却是 1。在受弯直杆两端距离不变的前提下,结点 D, E, F 均无竖向位移,而它们的水平位移又均相同,因此独立的结点线位移未知量只有 1 个。同时知道,刚性横梁 EF 只能水平移动而无转动,因此结点 E, F 均无角位移。利用相应铰结体系同样可得出,杆 EF 只能水平移动,结构结点独立的线位移数目为 1。在铰结体系的结点 D 处添加一根链杆,即可成为几何不变体系(图 7-6(b)),由此也可判定原结构只有 1 个独立的结点线位移。该结构的位移法基本未知量只有 2 个,即结点 D 的角位移和水平位移。

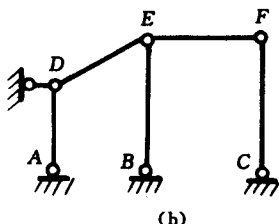
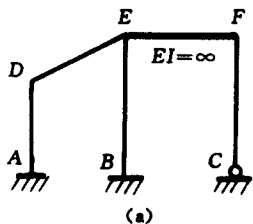


图 7-6

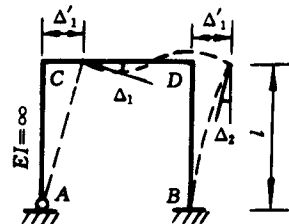


图 7-7

又如图 7-7 所示的刚架,它具有 C, D 两个刚结点。结点 C 的转角  $\Delta_1$  (亦为刚性杆 AC 的转角)和水平位移  $\Delta'_1$  (亦为结点 D 的水平位移)两者不是相互独立的,它们之间存在一定关系,即  $\Delta'_1 = l\Delta_1$ 。因此,结构的基本未知量只有 2 个,但有两种取法。若取结点 C 和 D 的转角  $\Delta_1$  和  $\Delta_2$  作为基本未知量,则独立的结点角位移数目等于结构的刚结点数目;若取结点 D 的水平位移  $\Delta'_1$  和转角  $\Delta_2$  作为基本未知量,则可认为独立的结点角位移数目并不等于结构的刚结点数目。

3. 若结构中有需要考虑其轴向变形影响的杆件,则用相应的铰结体系确定结构独立的线位移数目时,就不能将这种杆件当作刚性链杆。对于这种情况,在确定使铰结体系成为几何不变体系所需添加的最少链杆数目时,应不考虑(或去掉)其中的非