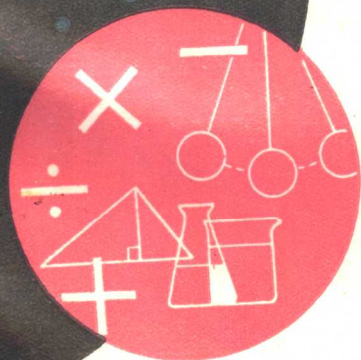


初中卷

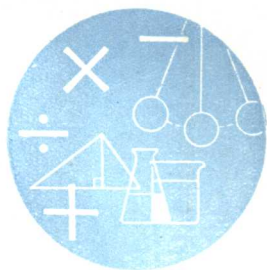
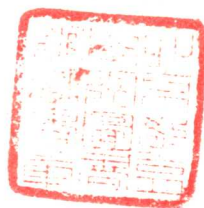
# 中学数理化 错解辨析辞典



上海辞书出版社

初中卷

# 中学数理化 错解辨析辞典



RAF60/05

上海辞



0000000217

353333 社

**中学数理化错解辨析辞典·初中卷**

上海辞书出版社出版

(上海陕西北路457号)

上海辞书出版社发行所发行 上海市印刷三厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 17.75 插页 5 字数 414,000

1990年12月 第1版 1990年12月第1次印刷

印数: 1—30,000册

ISBN 7-5326-133-1 / G·24

定价 7元

# 目 录

## 数 学

### 代 数

|     |                |     |
|-----|----------------|-----|
| 第一章 | 实数(1~28)       | 1   |
| 第二章 | 代数式(29~79)     | 13  |
| 第三章 | 代数方程(80~133)   | 36  |
| 第四章 | 不等式(134~146)   | 72  |
| 第五章 | 指数与对数(147~191) | 78  |
| 第六章 | 函数(192~225)    | 103 |
| 第七章 | 解三角形(226~251)  | 24  |
| 第八章 | 统计初步(252~254)  | 41  |

### 平 面 几 何

|     |                  |     |
|-----|------------------|-----|
| 第一章 | 基本概念(255~264)    | 43  |
| 第二章 | 相交线 平行线(265~274) | 48  |
| 第三章 | 三角形(272~300)     | 153 |
| 第四章 | 四边形(301~328)     | 177 |
| 第五章 | 面积 勾股定理(329~345) | 204 |
| 第六章 | 相似形(346~360)     | 219 |
| 第七章 | 圆(361~391)       | 231 |

### 物 理

|       |             |     |
|-------|-------------|-----|
| 初中二年级 | 1~338       | 章六第 |
| 第一章   | 测量(392~397) | 33  |

|     |                    |     |
|-----|--------------------|-----|
| 第二章 | 力(398~404).....    | 255 |
| 第三章 | 运动和力(405~413)..... | 258 |
| 第四章 | 密度(416~417).....   | 263 |
| 第五章 | 压强(418~433).....   | 264 |
| 第六章 | 浮力(434~447).....   | 273 |
| 第七章 | 简单机械(448~456)..... | 281 |
| 第八章 | 功和能(457~468).....  | 287 |

## 初中三年级

|      |                        |     |
|------|------------------------|-----|
| 第一章  | 光的初步知识(469~494).....   | 294 |
| 第二章  | 热膨胀 热传递(495~510).....  | 307 |
| 第三章  | 热量(511~517).....       | 314 |
| 第四章  | 物态变化(518~541).....     | 317 |
| 第五章  | 分子热运动 热能(542~557)..... | 327 |
| 第六章  | 热机(558~563).....       | 334 |
| 第七章  | 简单的电现象(564~585).....   | 337 |
| 第八章  | 电流的定律(586~608).....    | 347 |
| 第九章  | 电功 电功率(609~617).....   | 358 |
| 第十章  | 电磁现象(618~630).....     | 362 |
| 第十一章 | 用电常识(631~634).....     | 369 |

## 化 学

|     |                        |     |
|-----|------------------------|-----|
| 第一章 | 氧 分子和原子(635~691).....  | 371 |
| 第二章 | 氢 核外电子排布(692~746)..... | 400 |
| 第三章 | 碳(747~778).....        | 429 |
| 第四章 | 溶液(779~831).....       | 446 |
| 第五章 | 酸 碱 盐(832~881).....    | 476 |
| 第六章 | 化学计算(882~911).....     | 504 |
| 第七章 | 实验(912~956).....       | 532 |

# 数 学

## 代 数

### 第一章 实 数

1. 计算 (1)  $-12.4+0.6$ ; (2)  $(2-2\frac{3}{4})\div 4\times \frac{1}{4}$ .

【错解】 (1)  $-12.4+0.6=-13$ ;

(2)  $(2-2\frac{3}{4})\div 4\times \frac{1}{4}=2-2\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}$ .

【辨析】 (1) 错把代数和中一个加数  $-12.4$  的符号看作和  $12.4+0.6$  的符号, 这是代数和概念不清的典型错误. (2) 混合运算中, 同级运算应由左往右依次进行. 此题先算  $4\times \frac{1}{4}$  是不按法则随意运算的错误.

【正解】 (1)  $-12.4+0.6=-11.8$ ;

(2)  $(2-2\frac{3}{4})\div 4\times \frac{1}{4}=(-\frac{3}{4})\div 4\times \frac{1}{4}=-\frac{3}{64}$ .

2. 计算 (1)  $-3^2$ ; (2)  $(-0.2)^3$ .

【错解】 (1)  $-3^2=(-3)(-3)=9$ ;

(2)  $(-0.2)^3=-0.8$ .

【辨析】 (1)  $-3^2$  表示 3 的二次方的相反数, 即  $-3^2=-3\times 3$ , 它与  $(-3)^2$  不同.  $(-3)^2$  表示  $-3$  的二次方, 即  $(-3)^2=$

$(-3)(-3)$ ，这二者不能混淆。故本题答案是 $-9$ ；(2)小数的乘方运算应注意乘方后小数点的位置。上述计算中是小数点位置的错误，正确答数应是 $-0.008$ 。

3. 计算(1) $\left(-1\frac{3}{8}\right) \times 2\frac{2}{3}$ ；(2) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2$ 。

【错解】(1) $\left(-1\frac{3}{8}\right) \times 2\frac{2}{3} = -2\frac{1}{4}$ ；

(2) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2 = 2^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 4\frac{1}{9}$ 。

【辨析】(1)带分数相乘必须化成假分数后才能约分和运算，不化假分数就运算是错误的；(2)带分数的乘方，也应该先把带分数化成假分数再乘方。

【正解】(1) $\left(-1\frac{3}{8}\right) \times 2\frac{2}{3} = -\frac{11}{8} \times \frac{8}{3} = -\frac{11}{3} = -3\frac{2}{3}$ ；

(2) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{49}{9} = 5\frac{4}{9}$ 。

4. 下列正确的说法是：(A) 0 是自然数；(B) 0 是最小的整数；(C) 0 是最小的有理数；(D) 0 是绝对值最小的实数。

【错解】(A)。

【辨析】自然数是从1开始，即1, 2, 3, 4, …，这样延续下去的一列数。自然数就是正整数。0不属于自然数集合。错解由于对自然数概念不清而错选了(A)。正确选择是(D)。

5. 按括号中的要求，用四舍五入法取下列各数的近似值：(1) 2.897(精确到0.01)；(2) 2897(精确到10)；(3) 0.02897(保留三个有效数字)。

**【错解】** (1)  $2.897 \approx 2.9$ ; (2)  $2897 \approx 2900$ ; (3)  $0.02897 \approx 0.029$ .

**【辨析】** (1)  $2.897$  精确到  $0.01$  的近似值是  $2.90$ , 不能认为十分位上的零无用. 用四舍五入法取得近似数  $2.9$ , 它表示不小于  $2.85$ , 而小于  $2.95$  的一个准确数; 而用四舍五入法取得的近似数  $2.90$ , 它表示不小于  $2.895$ , 而小于  $2.905$  的一个近似数.  $2.9$  与  $2.90$  是精确度不同的两个近似数, 不能互相替代. (2) 用四舍五入法取得近似数  $2900$  表示精确到  $1$ , 因此解答是错误的. 正确取法是  $2897 \approx 2.90 \times 10^3$ . (3) “有效数字”指一个由四舍五入得来的近似数, 从左边第一个不是零的数字起, 到这一位数字止, 所有数字都叫做这个数的有效数字.  $0.029$  只有两个有效数字, 因此解答是错误的, 正确取法是  $0.02897 \approx 0.0290$ .

6. 绝对值大于  $12$  而又小于  $62$  的整数共有: (A)  $49$  个; (B)  $50$  个; (C)  $98$  个; (D)  $100$  个.

**【错解】** (D).

**【辨析】** 因为由  $12$  到  $62$  之间的整数共有  $62 - 12 - 1 = 49$  个, 由  $-62$  到  $-12$  之间的整数也有  $49$  个, 所以共有  $98$  个. 错解由于考虑不周而造成错选 (D), 正确选择是 (C).

7. 不大于  $5$  的非负整数的个数是: (A)  $4$ ; (B)  $5$ ; (C)  $6$ ; (D)  $7$ .

**【错解】** (B).

**【辨析】** 由于对“不大于”概念不清, 把符合条件的数误解为  $0, 1, 2, 3, 4$ ; 也有因对“非负整数”概念不清, 把符合条件的数误解为  $1, 2, 3, 4, 5$ , 故都会导致错选 (B). 正确的选择应是 (C).

8. 指出  $0, -1, -\frac{1}{2}, a, -a$  中的负数.

【错解】 其中负数有  $-1, -\frac{1}{2}$  和  $-a$ .

【辨析】 错解在于对字母表示数的意义及负号的意义没有正确的理解, 认为字母  $a$  就表示正数,  $-a$  就表示负数, 而且误认为负号只表示负数. 其实, 在数的范围扩充到有理数后, 每个字母都可以表示正数、负数和零, 而负号不仅可以表示负数, 还具有“相反”的意义:  $-a$  就是  $a$  的相反数. 当  $a$  为正数时,  $-a$  为负数; 当  $a$  为零时,  $-a$  也为零; 当  $a$  为负数时,  $-a$  为正数.

9.  $a$  是有理数, 则  $a+|a|$  的值: (A) 一定是正数; (B) 一定不是正数; (C) 一定是负数; (D) 一定不是负数.

【错答】 (A).

【辨析】 错解在于对绝对值的意义不清楚. 其实, 本题当  $a>0$  时,  $|a|=a$ ,  $\therefore a+|a|=2a>0$ ; 当  $a=0$  时,  $|a|=0$ ,  $a+|a|=0$ ; 当  $a<0$  时,  $|a|=-a$ ,  $\therefore a+|a|=a-a=0$ . 归纳起来, 可知  $a+|a|$  一定不是负数, 即正确的解答是 (D).

10. 已知  $a$  为实数, 那么必定成立的式子是: (A)  $a>-a$ ; (B)  $|a|>-a$ ; (C)  $|a+1|>|a|$ ; (D)  $|-a|+1>|a|$ .

【错解】 (C).

【辨析】 若  $a=-2$ , 则 (C) 的不等式就不成立了. 这是误认为“较大数的绝对值也较大”而造成的错误. 正确选择是 (D).

11.  $a$  是哪些实数时,  $\frac{|a-|a||}{a}$  表示一个整数? (A)  $a$  只能是

正实数; (B)  $a$  只能是负实数; (C)  $a$  是不等于零的所有实数; (D)  $a$  是任何实数.

【错解】 (B).

【辨析】 在(B)所确定的允许值范围外,若取正实数  $a=1$ , 则  $\frac{|a-|a||}{a}=0$ , 0 是整数, 因而上述解答是错误的. 由于对整数概念不清而导致错选了(B). 实际上, 当  $a>0$  时,  $\frac{|a-|a||}{a}=0$ ; 当  $a=0$  时,  $\frac{|a-|a||}{a}$  无意义; 当  $a<0$  时,  $\frac{|a-|a||}{a}=-2$ . 故正确选择是(C).

12. 已知三个连续整数的和与积相等, 求这三个数.

【错解】 设三个连续整数分别为  $x-1$ ,  $x$ ,  $x+1$ , 依题意得  $(x-1)x(x+1)=(x-1)+x+(x+1)$ ,

整理成  $x^3-4x=0$ , 即  $x(x+2)(x-2)=0$ ,  $\therefore x_1=2$ ,  $x_2=-2$ (舍去),  $x_3=0$ (舍去). 故所求的三个数为 1、2、3.

【辨析】 上面解答是不完整的. 由于整数是包括正整数、零和负整数. 所以  $x_2=-2$ ,  $x_3=0$  都是解, 不应舍去. 故所求的三个数为 1、2、3, 或 -3、-2、-1, 或 -1、0、1.

13. 已知  $a$ 、 $b$  是自然数, 且  $240a=b^3$ , 求  $a$  的最小值.

【错解】  $\because b^3$  是一个完全立方数,  $\therefore a=240^3=57,600$ .

【辨析】  $a=57,600$  固然能使  $240a=240^3$ , 但取  $a=7,200$  时,  $240a=120^3$ , 它也是完全立方数, 因此 57,600 不是满足题意的最小值, 错误在于质因数概念不清.

【正解】  $\because b^3$  是一个完全立方数, 又  $240a=2^4 \times 3 \times 5a$ ,

$\therefore a$  的最小值为  $2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 900$ .

14. 如果  $a$  为有理数,  $b$  为无理数, 那么  $ab$  是有理数还是无理数?

【错解】  $ab$  是无理数.

【辨析】 上述的解答是不完整的. 因为有理数包括零、正有理数和负有理数. 而零乘以任何数都等于零, 所以当  $a=0$  时,  $ab$  为有理数; 只是在  $a \neq 0$  时,  $ab$  才为无理数.

15. 已知:  $a, b$  为正有理数,  $\sqrt{a}$ 、 $\sqrt{b}$  为无理数, 求证:  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  为无理数.

【错解】  $\because \sqrt{a}$ 、 $\sqrt{b}$  都是正无理数, 又两个正无理数之和为无理数,  $\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b}$  也是无理数.

【辨析】 错解论证的依据“两个正无理数之和为无理数”是不成立的, 如  $2 + \sqrt{3}$  与  $2 - \sqrt{3}$  是两个正无理数, 但它们的和并不是无理数.  $\therefore$  原证是错误.

【正解】 利用反证法证明. 假设  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  为有理数, 显然  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$ , 由  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$ , 得  $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ , 故  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$  也是有理数. 两个有理数  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 、 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$  的和  $2\sqrt{a}$  也应该是有理数, 这与题设中  $\sqrt{a}$  是无理数相矛盾. 所以  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  为无理数.

16. 若  $a, b, x, y$  都是有理数, 而  $\sqrt{x}$ 、 $\sqrt{y}$  是无理数, 且  $a + \sqrt{x} = b + \sqrt{y}$ , 则  $a = b$ , 且  $x = y$ .

【错解】由题设，得 $(a-b) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$ ，故 $a=b$ ，且 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$ ，即 $a=b$ ，且 $x=y$ 。

【辨析】错解中采用了两数和为零则这两数都为零的错误推论。故原证是错误的。

【证】用反证法证明。假设 $a \neq b$ ，则 $\sqrt{x} = \sqrt{y} + (b-a)$ ，两边平方，得 $x = y + (b-a)^2 + 2\sqrt{y}(b-a)$ ， $\sqrt{y} = \frac{x-y-(b-a)^2}{2(b-a)} \dots \textcircled{1}$ ，

$\therefore \textcircled{1}$ 的左式为无理式而右式为有理式，相矛盾， $\therefore a=b$ 。代入题设 $a + \sqrt{x} = b + \sqrt{y}$ ，得 $x=y$ 。

17.  $a, b$ 为实数，下面四个命题中正确的一个是：(A)若 $a > b$ ，则 $a^2 > b^2$ ；(B)若 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$ ；(C)若 $a > |b|$ ，则 $a^2 > b^2$ ；(D)若 $|a| > b$ ，则 $a^2 > b^2$ 。

【错解】(A)。

【辨析】当 $a=2, b=-3$ ，则从 $2 > -3$ 推不出 $2^2 > (-3)^2$ 。故选(A)是错误的。错误的原因是忽略了“较大正数的平方必然较大”中是正数的条件。

【正解】(C)。

18. 命题“若 $a, b$ 都是偶数，则 $a+b$ 是偶数”的逆否命题是：(A)若 $a+b$ 不是偶数，则 $a, b$ 不是偶数；(B)若 $a+b$ 不是偶数，则 $a, b$ 不都是偶数；(C)若 $a+b$ 是偶数，则 $a, b$ 都是偶数；(D)若 $a, b$ 都不是偶数，则 $a+b$ 不是偶数。

【错解】(A)。

【辨析】原命题与逆否命题是等价命题。若原命题真，则

逆否命题亦真. 但命题(A)不真(反例:  $2+3=5$  不是偶数, 但 2 是偶数). 其实“ $a, b$  都是偶数”的否定应包括: (1)  $a, b$  都不是偶数; (2)  $a, b$  为一偶数、一不是偶数. 而(1)、(2)统称为“ $a, b$  不都是偶数”. 故应选(B).

19. 不论  $a$  是怎样的整数,  $5a+2$  不可能是完全平方数.

**【错解】** 取  $a=0$ ,  $5a+2=2$ , 它不是完全平方数; 取  $a=1$ ,  $5a+2=7$ , 它不是完全平方数; 取  $a=2$ ,  $5a+2=12$ , 它不是完全平方数. 以此类推, 故  $5a+2$  不可能是完全平方数.

**【辨析】** 上述论证中是以  $a$  取几个整数值验证结论成立, 就此推得  $a$  为任何整数时结论都成立. 这是犯了不完全归纳的错误.

**【正解】** 当  $a$  取负整数时,  $5a+2$  是负数. 因为完全平方数是非负整数, 故  $a$  取负整数时  $5a+2$  不可能是完全平方数; 当  $a$  取非负整数时,  $5a+2$  的个位数是 2 或 7, 而完全平方数的个位数字必为 0、1、4、5、6、9 这六者之一, 故  $a$  取非负整数,  $5a+2$  也不可能是完全平方数. 所以, 不论  $a$  是怎样的整数,  $5a+2$  不可能是完全平方数.

20. 不论  $a, b$  是怎样的整数,  $4a+8b+2$  不可能是完全平方数.

**【错解】**  $\because 4a+8b+2$  不是完全平方式,  $\therefore 4a+8b+2$  不可能是完全平方数.

**【辨析】** 多项式  $a, a+5, 3a+4$  等都不是完全平方式, 但当  $a=4$  时它们都是完全平方数. 由此反例可见上述证明是错误的.

**【正解】** 当  $m$  为整数时,  $(2m)^2=4m^2$ ;  $(2m+1)^2=4(m^2+$

$m)+1$ . 这表明任何完全平方数必是4的整倍数或除以4余1的数.

$\therefore$  当  $a, b$  是整数时,  $4a+8b+2=4(a+2b)+2$ , 这是除以4余2的数,  $\therefore$  不论  $a, b$  是怎样的整数,  $4a+8b+2$  不可能是完全平方数.

21. 当  $n$  是自然数时, 下列哪一个数一定不是某个自然数的平方数: (A)  $3n^2-3n+3$ ; (B)  $4n^2+4n+4$ ; (C)  $5n^2-5n-5$ ; (D)  $7n^2-7n+7$ .

【错解】 (D).

【辨析】 若取  $n=3$ ,  $7n^2-7n+7=49$ , 它也是自然数的平方数. 故选(D)是错误的. 在(A)、(B)、(C)中  $n$  分别取2、0、3, 而得到平方数4、4、25, 这是错选(D)的缘故. 但据题设  $n$  是自然数, 不能取0, 因此不能判断  $4n^2+4n+4$  是某个自然数的平方数. 再说取自自然数  $n$  一一测试也不是好方法.

【正解】 若  $4n^2+4n+4$  是自然数  $m$  的平方, 则由  $m^2=4n^2+4n+4$ , 得  $(m+2n+1)(m-2n-1)=3$ , 即

$$\begin{cases} m+2n+1=3, \\ m-2n-1=1, \end{cases}$$

解得  $m=2, n=0$ . 由题设  $n$  是自然数, 故无解, 所以选(B).

22. 若  $n$  是自然数, 证明  $\sqrt{n^2+n+1}$  不可能是自然数.

【错解】 因为关于  $n$  的二次三项式  $n^2+n+1$  的判别式  $\Delta=-3 \neq 0$ , 所以  $n^2+n+1$  不是完全平方式, 故  $\sqrt{n^2+n+1}$  不可能是自然数.

【辨析】 错认为字母 $n$ 取自然数时,非完全平方式 $n^2+n+1$ 不可能是完全平方数,是上述证明的错误所在.如 $n+1$ 、 $n^2+3n-2$ 是非完全平方式,但当 $n=3$ 时, $\sqrt{n+1}$ 、 $\sqrt{n^2+3n-2}$ 等都是自然数.

【正解】  $\because n > 0$ , 得  $n^2 < n^2+n+1 < n^2+2n+1$ ,

$\therefore n < \sqrt{n^2+n+1} < n+1$ , 即  $\sqrt{n^2+n+1}$  介于两个连续自然数之间.

$\therefore \sqrt{n^2+n+1}$  不可能是自然数.

23. 设 $x$ 、 $y$ 为正整数,其中 $y$ 不是完全平方数,且 $y < x$ , 分别以 $a$ 与 $b$ 表示 $x+\sqrt{y}$ 与 $x-\sqrt{y}$ 的小数部分,则 $a+b$ 的值为:(A)无理数;(B)真分数;(C)1;(D)0.

【错解】 (D).

【辨析】 这是错把两数 $x+\sqrt{y}$ 、 $x-\sqrt{y}$ 之和 $2x$ 的小数部分0,当成这两个正数的小数部分和.若取 $x=3$ , $y=2$ 两个代表值,而得 $a=\sqrt{2}-1$ , $b=2-\sqrt{2}$ ,于是 $a+b=1$ .故应选(C).

【说明】 若本题不是选择题,则有下列解法:设 $x+\sqrt{y}=m+a$ , $x-\sqrt{y}=n+b$ ,其中 $m$ 、 $n$ 为正整数, $0 < a, b < 1$ .

$\because x+\sqrt{y}-m=a > 0$ ,  $x-\sqrt{y}-n=b > 0$ ,  $\therefore a+b=2x-(m+n)$ .

又 $2x-(m+n)$ 是整数,且 $0 < 2x-(m+n)=a+b < 2$ ,  
 $\therefore a+b=1$ .

24. 已知 $|ab|+1=|a|+|b|$ ,求实数 $a$ 、 $b$ .

【错解】 由题设, 得  $(|a| - 1)(|b| - 1) = 0$ , 则  $|a| = 1$  且  $|b| = 1$ , 即  $a = \pm 1$  且  $b = \pm 1$ .

【辨析】 若取  $a = 1$  且  $b = 2$ , 它显然满足条件, 但不在上述解答之中, 因此, 上述的解答是错误的. 上面的错误是混淆了“且”与“或”两词的逻辑意义. “若  $A \cdot B = 0$ , 则  $A = 0$  或  $B = 0$ ”, 绝不能理解成“若  $A \cdot B = 0$ , 则  $A = 0$  且  $B = 0$ ”.

【正解】 由题设, 得  $(|a| - 1)(|b| - 1) = 0$ , 则  $|a| = 1$  或  $|b| = 1$ , 故当  $a = \pm 1$  时,  $b$  为任意实数; 当  $b = \pm 1$  时,  $a$  为任意实数.

25. 化简  $\sqrt{(2a-1)^2} + \sqrt[3]{(a-1)^3}$ .

【错解】 原式  $= (2a-1) + (a-1) = 3a-2$ .

【辨析】 因为二次根式有性质,

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

因此, 对于  $\sqrt{(2a-1)^2}$  必须讨论, 所以上述解法是错误的.

【正解】 (1) 当  $a \geq \frac{1}{2}$  时, 原式  $= (2a-1) + (a-1) = 3a-2$ ; (2) 当  $a < \frac{1}{2}$  时, 原式  $= (1-2a) + (a-1) = -a$ .

26. 计算  $\sqrt{16-6\sqrt{7}}$ .

【错解】 原式  $= \sqrt{7-6\sqrt{7}+9}$

$$= \sqrt{(\sqrt{7})^2 - 2 \times \sqrt{7} \times 3 + 3^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} = \sqrt{7}-3.$$

【辨析】 由于  $\sqrt{7} < 3$ , 偶次方根不可能是负数, 因此, 上

面解答是错误的. 错误的原因是误认为  $\sqrt{a^2}=a$  ( $a$  为实数), 实

$$\text{实际上 } \sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{【正解】 原式} &= \sqrt{7-6\sqrt{7+9}} = \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} \\ &= 3 - \sqrt{7}. \end{aligned}$$

27. 如果质数  $p$ 、 $q$  满足关系式  $3p+5q=31$ , 求  $\log_2 \frac{p}{3q+1}$  的值.

【错解】 因为质数都是奇数, 故  $3p$ 、 $5q$  也是奇数, 两个奇数  $3p$ 、 $5q$  的和不可能是奇数 31, 故本题无解.

【辨析】 错解的错误是对质数概念不清所致. 因为质数不都是奇数, 最小的质数 2 是质数中的唯一偶数.

【正解】 由条件知,  $3p$  和  $5q$  中必有一个是偶数而另一个是奇数. 若  $3p$  是偶数, 则只有  $p=2$ , 从而  $q=5$ , 这时  $\log_2 \frac{p}{3q+1} = \log_2 \frac{1}{8} = -3$ ; 若  $5q$  是偶数, 则只有  $q=2$ , 从而  $p=7$ , 这时  $\log_2 \frac{p}{3q+1} = \log_2 1 = 0$ . 所以  $\log_2 \frac{p}{3q+1}$  的值是  $-3$  或  $0$ .

28. 求证: 形如  $4n-1$  (其中  $n$  是自然数) 的自然数一定不是两个自然数的平方和.

【错解】 反证法. 设  $4n-1=x^2+y^2$ , 其中  $x$ 、 $y$  为自然数.  $\because 4n-1$  是奇数, 故  $x^2$ 、 $y^2$  必为一奇一偶. 不妨设  $x^2$  为奇数、 $y^2$  为偶数, 则  $x$  为奇数,  $y$  为偶数. 令  $x=2k-1$ ,  $y=2m$ , (其中  $k$ 、 $m$  为自然数) 则  $x^2+y^2=(2k-1)^2+(2m)^2=4k^2-4k+$