

萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編


自然哲學之數學原理

(七)

牛頓著

鄭太朴譯

商務印書館發行



萬有文庫

第一集一千種

總編纂者

王雲五

商務印書館發行

目 次

原序

第二版序言

第三版序言

第 一 冊

說明..... 1

運動之基本定理或定律.....21

第一編 第 一 章 論首末比之方法用此可

證明以後之理者.....45

第 二 章 論向心力之求法.....64

第 二 冊

第 三 章 論圓錐曲線上物體之運

動..... 1

第 四 章 論一個焦點已知時求圓

錐曲線的軌道之法.....23

- 第五章 論焦點均未知時求軌道
之法……………39

第三冊

- 第六章 求已知軌道內運動之
法…………… 1
- 第七章 論物體之直線的上昇及
下墜……………15
- 第八章 論物體受向心力之推動
而運行時求其軌道之
法……………34
- 第九章 論動的軌道內物體之運
動以及回歸點之運動…44
- 第十章 論物體在已知面上之運
動及擺錘運動……………70

第四冊

- 第十一章 論球形物體之運動其間
有向心力互相吸引…… 1

第十二章 論球形物體之吸引力…46

第十三章 論非球形物體之吸引
力……………84

第 五 冊

第十四章 論傾向大物體的向心力
所推動的小物體之運
動…………… 1

第二編 第一章 論某項物體之運動此項
物體受一種與速度相比
的抵抗力者……………17

第二章 論某項物體之運動此項
物體所受之抵抗力與速
度之平方相比……………35

第三章 論物體在抵抗力下之運
動此抵抗力之一部分與
速度相比一部分則與其
平方相比……………92

第六冊

第四章 論物體在中介物內之循環運動…………… 1

第五章 論流體之密度及壓榨以及流體靜力學……………14

第六章 論擺錘之運動及抵抗…39

第七冊

第七章 論流體之運動及拋出的物體之抵抗力…………… 1

第八章 論流體內之傳達運動…68

第八冊

第九章 論流體之圓形運動…… 1

第三編 論宇宙系統……………21

研究自然之規律……………22

現象……………26

第一章 論宇宙系統之原因……36

第九冊

第二章 論月球差失之大小…… 1

第三章 論海潮之大小……65

第四章 論歲差……80

第十册

第五章 論彗星…… 1

第七章 論流體之運

動及拋出的物體之抵抗力

§ 43. 定理。今有二個相似的物體系統，其部分之數相同，而且一系統內之部分與他系統內相當的部分不僅各各相似，亦且相比，其位置亦相似，密度間亦有一定之比。在相比的時間內，此二系統之部分開始以相似的方法作相互間之運動（一系統之物體間相互運動，他系統之物體，相互間亦作相似的運動）。在同一系統內，其部分間亦祇在撞擊反射時發生接觸，其相互吸引或相互排斥之力與對徑成反比與速度之平方成正比。在此種狀況下，兩系統內各部分即繼續以相似的方法作相互間之運動。反之亦然。

相似的物體之位置如相似，則在相比的時間內以相似的方法作相互間之運動，而如在該時間

之末將二系統之各部分作一比較，則其位置亦仍相似。故如相當的部分作成相似的圖形之相似的且相比的部分，則其時間亦必相比。所以，二個系統之性質如相同，則其相當的部分因開始時之運動相似，必能直下仍相似。按運動之第一定律，倘沒有其他的力作用於其間，則其運動必以直線進行。但如相互間有力生作用，此項力與直徑成反比，與速度之平方成正比，則因各部分之位置相似，其力亦相比，故由各部所合成之力，一若由二個中心所出發，此二中心之位置亦相似。此二力相比，亦如各部分力之相比，即，與對徑成反比，與速度之平方成正比。所以其作用，能使相當的部分，繼續作相似的圖形。祇須該項中心點為靜止的，即是如此；此則可由第一編 § 18 之系 1 及 8 知之。倘此項中心點非為靜止的，則因相似運動之關係，其位置亦仍相似，在所作之圖形方面雖有變動，但亦仍相似。所以相似的相當的部分亦仍繼續的作相似的運動。因其相遇時之撞擊及反射亦均相似，故其

相似的運動於反射後仍無變動而可如是一直繼續下去。此即所欲證者。

系 1. 倘有二相似的物體，其對於二系統各相當部分之位置均同，而且在相比的時間內開始作相似的運動；倘此二物體之量及密度相比，一如二系統內相當部分者相比，則此二物體即繼續在相比的時間內作相似的運動。

蓋在此種狀況下，此二物體之關係與二系統本身內之關係一樣，故其情形亦一般。

系 2. 倘二系統內相似的部分，本身間均靜止着，祇有其中之較大的二者（此二者較其餘一切均大，而且在二系統內為相當者）沿位置相似的直線以相似的方法開始運動，則對於二系統內之其餘部所引起之運動亦相似，並且繼續的在其中間以相似的方法在相比的時間內運動。其所作空間，亦與其直徑相比。

§ 44. 定理. 在與前相同的假定下，系統內之較大的部分，其所受抵抗力與速度之平方，與直徑

之平方，與系統各部分之密度相比。

抵抗力之一部分，係由向心力或離心力所發生，此項力亦即系統部分相互間之作用。其他一部分則發生於各部分之互相接觸。前一部分之抵抗力，其相比如產生此的全部運動力之相比，即是，如全部能發生加速作用的力以及相當的部分所含之物質質量相比。所以此項抵抗力與速度之平方成正比，與各部分間之距離成反比，並與各部分所含物質之量成正比。而因一系統內各部分間之距離與他系統內之相當的距離相比，如一系統內一部分之直徑與他系統內其相當部分之直徑相比，又因物質之量相比，如密度及直徑之三次方相比，故此項抵抗力相比，如速度之平方，直徑之平方及二系統各部分之密度相比。此即所欲證者。

至於第二種的抵抗力，則其相比如相當的撞擊之次數及力二者之合相比。而撞擊之次數，則與部分之速度成正比，與中間之空間成反比，而其力則與速度，各部分之量及物質密度相比，即是，與

速度，直徑之三次方及各部分之密度相比。

今將此項比連結之，則可知各相當部分之抵抗力相比，如速度之平方，直徑之平方及各部分之密度相比。此即所欲證者。

系 1. 倘該項系統爲二彈性的流體，猶如空氣一樣的性質，其各部分相互間靜止着，另外又有二個物體與流體之部分相比（對於量及密度而言），而且爲相似的，以相似的位置處於各部分間，並緣位置相似的直線拋出。流體各部分相互作用的力，其相比如所拋出的物體之徑相比之反，如速度之平方相比之正。如是則此二物體於相比的時間內在流體中引起相似的運動，其所作空間亦爲相似，且與其徑相比。

系 2. 在此流體內，一急速運動的拋出物所受之抵抗力與速度之平方很近似的相比。蓋互相隔開的各部分間之相互影響的力，如按速度之平方增大之，則拋出的物體所受之抵抗力亦即加倍。所以中介物之部分如不相連結；相互間無有力影響，

則抵抗力準確的與速度之平方相比。

今設 A, B, C 為三種中介物，由相等相似而且距離相同的各部分所成。 A 與 B 之部分，相互間以某種力互相離開，此項力與 T 及 V 相比，而 T 及 V 則為二數目字；但 C 則並無此項力生作用於其間。設有四物體 D, E, F, G 在此項中介物內運動， D 與 E 在 A 及 B 內， F 與 G 則在 C 內。 D 之速度與 E 之速度相比，以及 F 之速度與 G 之速度相比，如

$$\sqrt{T} : \sqrt{V}.$$

如是則 D 之抵抗力與 E 者相比，以及 F 之抵抗力與 G 者相比，如速度之平方相比，而 D 之抵抗力與 F 之抵抗力相比，如 E 之抵抗力與 G 之抵抗力相比。今設 D 與 F 之速度相等， E 與 G 之速度亦相等，並將前二者之速度以任何比例放大之，同時，即以此比例之平方減小 B 各部分之力，則就其構造形狀及位置而言， B 可與 C 任意的互相接近，而相等並等速的二物體 E 與 G 在此二

中介物內所受之抵抗力，於是亦能漸趨於相等，最後，其差可小於任何可知之數。又因 D 與 F 之抵抗力相比，如 E 與 G 之抵抗力相比，故前者之抵抗力亦必漸趨於相等。故如 D 與 F 之速度甚大，則其抵抗力可很近似的相等，又因 F 之抵抗力與速度之平方相比，故 D 所受之抵抗力亦很近似的與速度之平方相比。

系 3. 故如一物體在一任意的彈性流體內作急速運動，則其所受之抵抗力，差不多猶如流體之各部分失去了其離心力，因而相互間並無相離之傾向一般，但須彈性力之來源是由於流體各部分之離心力，而且速度必須如是大，使該項力沒有充分的時間可以發生作用。

系 4. 倘中介物之分開的各部分，相互間並無相離之傾向，則相似而等速的物體於其內運動時，其抵抗力相比如徑之平方相比。在此狀況下，倘運動之速度甚大，則該項抵抗力雖在彈性的流體內亦很近似的與徑之平方相比。

系 5. 相似相等而且速度亦等的物體在密度相同的中介物內運動，此項中介物之各部分間並無相離之傾向，其部分為多而小或少而大亦無關，祇須在同時間內物體所遇之物質質量相同，所傳出的運動相等，反之，由此項物質質量所受之反響亦相等，則其所受之抵抗力自然亦相等。因之在密度相同的彈性流質內，物體之運動倘很速，則其所受之抵抗力必很近似的相等，至於流體之部分為粗強或細弱，全無關係。蓋在運動極速的物體方面，中介物之部分即使細弱，於抵抗力之影響亦甚微。

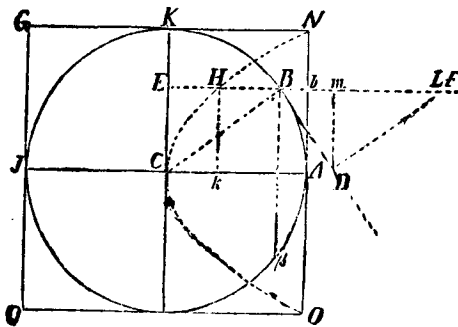
系 6. 倘流體之彈性力係來源於各部分之相離力，則此處所證明者均適用。但如彈性力非由此項相離力所產生，例如棉球之彈性力等，而由任何其他原因所發生因而能使流體各部分間之運動受障礙者，則中介物之流體屬性即被限制，而抵抗力亦必增加，不能與以上諸系內所述者一樣了。

§ 45. 定理。 設有一球及一圓柱體，其徑相等，在一稀薄而有彈性的中介物內向圓柱體之軸所定

的方向運動，此中介物係由相等且距離亦相同的諸部分所成，則球所受之抵抗力祇有圓柱體所受者之半。

按運動定律之系 5，可知中介物對於物體所施之影響，不問物體在中介物內運動，或中介物之各部分以相同的速度對物體運動，二者並無分別，故我們可將物體視為靜止的而研究中介物對於物體作運動時，其所施之影響若何。

今設 $ABKJ$ 為一球形的物體，其中心為 C ，半徑為 CA ，中介物之部分以已知的速度沿一與 AC 平行的直線進行與之相撞。設 FB 為如是的



第一七一圖

一直線，今於其上取 $LB=CB$ ，作 BD 線與球相切於 B 。又作垂線 BE ， LD 垂於 CK 及 BD 上。於是我們可將中介物之一部分，沿 FB 線對於球作斜撞的力，與該部分對於 $ONGQ$ 圓柱體所施之力相比較，則知第一力與第二力相比，如

$$LD : LB \text{ 或如 } BE : BC. \quad (1)$$

又，第一力在 FB 或 AC 方向內推動物體之效率與其在 BC 方向內所施之推動效率相比，如

$$BE : BC \quad (2)$$

將所得之二比相連結，即可知中介物之一部分所斜施於球(沿 FB 方向)上的推動效率(使球向此方向前進)，與該部分所垂直施於圓柱體上之效率相比，如

$$BE^2 : BC^2 \quad (3).$$

今於圓柱體之底面 NAO 上作 bE 垂線，使其等於 $AC=BC$ ，並設

$$bH = \frac{BE^2}{BC},$$

則 $bH : bE = BE^2 : BC^2 \quad (4),$

即， bH 與 bE 相比，等於中介物之部分所施於球