

高

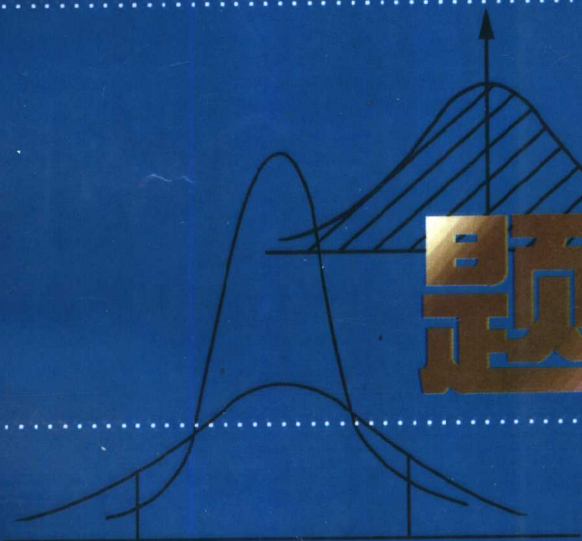
等

数

字

全国高等教育
自学考试
经济管理类专业
**高等
数学(二)**

线性代数
概率统计



题典

刘润芝 编著
武汉大学出版社

全国高等教育自学考试

高等数学(二)题典

(线性代数 概率统计)

刘润芝 编著

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二)题典:线性代数, 概率统计/刘润芝编著. —武汉:
武汉大学出版社, 1999. 7

全国高等教育自学考试用

ISBN 7-307-02706-2

I. 高… II. 刘… III. 高等数学—高等教育—自学考试—
解题 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 00145 号

武汉大学出版社出版发行

(430072 武昌 珞珈山)

湖北科技出版社黄冈印刷厂印刷

(436100 湖北省黄冈市宝塔大道 85 号)

1999 年 7 月第 1 版 1999 年 7 月第 1 次印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 20

字数: 523 千字 印数: 1—5000

ISBN 7-307-02706-2/O·202 定价: 22.00 元

本书如有印装质量问题, 请寄承印厂调换

内 容 提 要

本书是为学习全国高等教育自学考试教材《高等数学(二)》(经济管理类专业)的读者编写的。

本书分为两篇。第一篇线性代数,包括行列式、矩阵、线性方程组、线性空间、特征值问题与实二次型等五章;第二篇概率统计,包括描述统计、概率的基本概念、随机变量与概率分布、参数估计、假设检验、工序质量控制和抽样检验、回归分析与相关分析、经济预测与决策等九章。对全国高等教育自学考试教材《高等数学(二)》(经济管理类专业)每一章每一节习题进行了逐一详解。

附录中编收了1992~1998年全国高等教育自学考试《高等数学(二)》(经济管理类)十四套试题并给以解答。

本书可供参加经济管理类专业自学考试的学员使用,也可作为普通高等学校经济管理类专业本科生的学习参考书。

前 言

《高等数学(二)线性代数、概率统计》是高等教育自学考试经济管理类专业的必修课。

高等数学是研究变量在其变化过程中的性态的,具有较强的抽象性,这会给自学者带来较大的困难。为此作者撰写了全国高等教育自学考试经济管理类专业《高等数学(二)题典》一书。

《高等数学(二)题典》分为两篇。第一篇为线性代数,第二篇为概率统计。它系统地阐述了解题的“技巧”和“规律”,阐述了解题过程中转化和变通的方法,赋予自学者以“灵感”和“智慧”,使自学者不仅能知其然,也能知其所以然。需要特别指出的是,本书对全国高等教育自学考试教材《高等数学(二)》(经济管理类专业)习题中的每一道试题都进行了详尽题解,以使自学者展开解题思路。编者在多年教学实践中体会到,多数自学者只要掌握教材的主要内容,以考纲为依据,以历年的考试试题为参考进行全面复习,必然能收到良好效果。编者在编写过程中注意到试题的完整性、规律性,搜集了1992~1998年全国高等教育自学考试《高等数学(二)》(经济类)的十四套试题,并予以题解,附录于书后,供读者参考。

本书不仅适合自学者阅读,也可做为普通高等学校经济管理类专业的本科生的参考书。它对学员深入理解教材,系统掌握《高等数学(二)》的内容将有指导作用。

在编写《高等数学(二)题典》的过程中,得到了社会各方面的关怀。天津市财经学院王玉秀副教授、天津市理工学院苗文利副教授给予真诚的支持。天津市师范大学侯国荣教授和魏文元教授分

别对全书的线性代数和概率统计部分进行了审阅并提出宝贵意见,在此一并致谢。

由于编写时间仓促,编者水平有限,疏漏和错误之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

1998.10

目 录

第一篇 线 性 代 数

第一章 行列式	3
§ 1.1 行列式的定义(习题 1.1)	3
§ 1.2 行列式的性质(习题 1.2)	13
§ 1.3 行列式的计算(习题 1.3)	25
§ 1.4 克莱姆法则(习题 1.4)	30
第二章 矩阵	46
§ 2.2 矩阵的运算(习题 2.2)	46
§ 2.3 逆矩阵(习题 2.3)	57
§ 2.4 分块矩阵(习题 2.4)	64
§ 2.5 矩阵的初等变换与初等阵(习题 2.5)	69
第三章 线性方程组	86
§ 3.1 n 维向量的概念(习题 3.1)	86
§ 3.2 线性相关与线性无关(习题 3.2)	88
§ 3.3 极大无关组(习题 3.3)	96
§ 3.4 秩(习题 3.4)	99
§ 3.5 线性方程组解的讨论(习题 3.5)	109
§ 3.6 线性方程组解的结构(习题 3.6)	123

第四章 线性空间	142
§ 4.1 线性空间与基(习题 4.1)	142
§ 4.2 子空间(习题 4.2)	145
§ 4.3 内积、距离和夹角(习题 4.3)	150
§ 4.4 向量的正交化(习题 4.4)	155
§ 4.5 正交矩阵(习题 4.5)	162
§ 4.6 正交向量组的应用——最小平方偏差(习题 4.6)	166
第五章 特征值问题与实二次型	169
§ 5.1 特征值与特征向量(习题 5.1)	169
§ 5.2 相似矩阵(习题 5.2)	182
§ 5.3 实二次型与矩阵的合同(习题 5.3)	213
§ 5.4 配方法与初等变换法(求标准型)(习题 5.4)	242
§ 5.5 惯性定律简介(习题 5.5)	259
§ 5.6 正定二次型与正定矩阵(习题 5.6)	264

第二篇 概 率 统 计

第一章 描述统计(习题)	269
第二章 概率的基本概念(习题)	278
第三章 随机变量与概率分布(习题)	304
第五章 参数估计(习题)	339
第六章 假设检验(习题)	355
第七章 工序质量控制和抽样检验(习题)	378
第八章 回归分析与相关分析(习题)	383
第九章 经济预测与决策(习题)	403

附 录

一九九二年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷(经济类).....	453
一九九二年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷答案(经济类).....	461
一九九二年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷(经济类).....	468
一九九二年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷答案(经济类).....	476
一九九三年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷(经济类).....	481
一九九三年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷答案(经济类).....	489
一九九三年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷(经济类).....	495
一九九三年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷答案(经济类).....	502
一九九四年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷(经济类专业).....	507
一九九四年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷答案(经济类).....	515
一九九四年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷(经济类专业).....	519
一九九四年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷答案(经济类).....	527
一九九五年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷(经济类专业).....	531
一九九五年上半年全国高等教育自学考试高等数学	

学(二)试卷答案(经济类)·····	538
一九九五年下半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷(经济类专业)·····	543
一九九五年下半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷答案(经济类)·····	551
一九九六年上半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷(经济类专业)·····	556
一九九六年上半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷答案(经济类)·····	564
一九九六年下半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷(经济类)·····	569
一九九六年下半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷答案(经济类)·····	577
一九九七年上半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷(经济类)·····	586
一九九七年上半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷答案(经济类)·····	593
一九九七年下半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷(经济类)·····	598
一九九七年下半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷答案(经济类)·····	606
一九九八年上半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷(经济类专业)·····	609
一九九八年上半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷答案(经济类)·····	615
一九九八年下半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷(经济类)·····	619
一九九八年下半年全国高等教育自学考试高等数	
学(二)试卷答案(经济类)·····	626

第一篇 线性代数

第一章 行列式

§ 1.1 行列式的定义(习题 1.1)

1. 求下列行列式中元素 a_{12}, a_{31}, a_{33} 的余子式及代数余子式:

$$(i) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}; \quad (ii) \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

解: (i) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$

a_{12} 的余子式: $M_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix},$

a_{12} 的代数余子式: $A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -M_{12};$

a_{31} 的余子式: $M_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix},$

a_{31} 的代数余子式: $A_{31} = (-1)^{3+1} M_{31} = M_{31};$

a_{33} 的余子式: $M_{33} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix},$

a_{33} 的代数余子式: $A_{33} = (-1)^{3+3} M_{33} = M_{33}.$

(ii) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

$$a_{12} \text{ 的余子式: } M_{12} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix},$$

$$a_{12} \text{ 的代数余子式: } A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -M_{12};$$

$$a_{31} \text{ 的余子式: } M_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix},$$

$$a_{31} \text{ 的代数余子式: } A_{31} = (-1)^{3+1} M_{31} = M_{31};$$

$$a_{33} \text{ 的余子式: } M_{33} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix},$$

$$a_{33} \text{ 的代数余子式: } A_{33} = (-1)^{3+3} M_{33} = M_{33}.$$

2. 用定义计算行列式:

$$(i) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad (ii) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 2 & -4 \end{vmatrix};$$

$$(iii) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}; \quad (iv) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$\text{解: (i)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} +$$

$$3 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times (1 \times 1 - 2 \times 3) - 3 \times (2 \times 1 - 3 \times 3) + 2(2 \times 2 - 3 \times 1) \\ = -5 + 21 + 2 = 18.$$

$$(ii) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + 0 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} + \\
&\quad (-2) \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \\
&= 1 \times [3 \times (-4) - (-1) \times 2] + 0 - 2 \times [(-1)(-1) - 2 \times 3] \\
&= -10 + 10 = 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{(iii)} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\
&= 1 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} + 1 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} + \\
&\quad 0 \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} + 0 \times (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\
&= \left[-1 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 1 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + \right. \\
&\quad \left. 0 \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \right] - \left[2 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + \right. \\
&\quad \left. 1 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 0 \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \right] \\
&= \{-[0 \times 2 - 1 \times (-1)] - [0 \times 2 - 2 \times (-1)]\} - \{2 \times [0 \times 2 - 1 \times (-1)] - [3 \times 2 - (-1) \times (-1)]\} \\
&= (-1 - 2) - (2 - 5) = 0.
\end{aligned}$$

$$\text{(iv)} \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} + 4 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} + \\
&\quad 0 \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} + 5 \times (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} \\
&= 0 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 0 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + \\
&\quad 1 \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \left[0 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + \right. \\
&\quad \left. 0 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 1 \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \right] - \\
&\quad 5 \left[0 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 0 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + \right. \\
&\quad \left. 0 \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \right] \\
&= 0 + 0 + 1 \times [3 \times 2 - 4 \times (-1)] - 4 \{ 0 + 0 + 1 \times [1 \times 2 - 2 \times (-1)] \} \\
&\quad - 5(0 + 0 + 0) \\
&= -6.
\end{aligned}$$

3. 用定义计算下列行列式, 再按第 2 列或第 3 列展开, 比较所得的值是否相同.

$$\text{(i)} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; \text{(ii)} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{(iii)} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$\text{解: (i) } \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{用定义计算: } \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} &= -1 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \\ 0 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} &+ (-1) \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -1 \times (1 \times 1 - 2 \times 1) + 0 - 1 \times (2 \times 2 - 3 \times 1) \\ &= 1 - 1 = 0. \end{aligned}$$

按第 2 列展开计算:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} &= 2 \times (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + \\ 1 \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} &+ 1 \times (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \\ &= -2 \times [0 \times 1 - 2 \times (-1)] + 1 \times [(-1) \times 1 - 3 \times (-1)] - 1 \times \\ &\quad [(-1) \times 2 - 3 \times 0] \\ &= -4 + 2 + 2 = 0. \end{aligned}$$

按第 3 列展开计算:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} &= 3 \times (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + \\ 2 \times (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} &+ 1 \times (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 3 \times [0 \times 1 - 1 \times (-1)] - 2 \times [(-1) \times 1 - 2 \times (-1)] + 1 \times [(-1) \\ &\quad \times 1 - 2 \times 0] \\ &= 3 - 2 - 1 = 0. \end{aligned}$$

∴ 用定义计算行列式与按第 2 列或第 3 列展开所得的值相同.