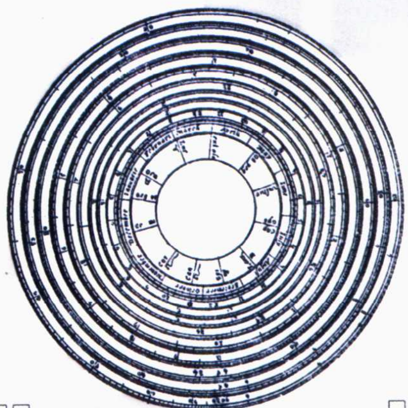
数学史简编

王青建 著

SHUXUESHI JIANBIAN



科学出版社
www.sciencep.com

本书由大连市人民政府及辽宁师范
大学学术著作出版基金资助出版

数学史简编

王青建 著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书阐述了世界数学发展简史与数学专题史，展现了历史上主要文明古国数学的创始以及数学史中主要基础分支的建立与发展，着重于数学思想和数学文化内涵的提炼，并辅以典型的数学概念、定理、方法及人物的分析。内容既有数学通史的概述，为读者提供几千年人类数学文明进展的全貌，又有数学专题论述，贴近高等院校与中学数学教学的实际，使读者能学以致用，有所收获。

图书在版编目(CIP)数据

数学史简编/王青建著. 北京:科学出版社,2004

ISBN 7-03-013397-8

Ⅰ.数… Ⅱ.王… Ⅲ.数学史-世界 Ⅳ.O11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 046031 号

责任编辑:孔国平 邱 璐 王剑虹/责任校对:刘晓梅

责任印制:钱玉芬/封面设计:朱 平

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码 100717

http://www.sciencep.com

源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年8月第 一 版	开本 850×1168 1/32
2004年8月第一次印刷	印张 12 7/8 插页 1
印数 1—4 000	字数 336 000

定价:25.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前　言

法国19世纪杰出的数学家庞加莱(J.H.Poincaré,1854~1912)说过一段发人深省的话:“如果我们要想预见数学的未来,适当的途径就是研究这门科学的历史和现状。”他敏锐地指出了数学史在数学发展中的重要作用。无独有偶,同时代的英国数学家格莱舍(J.W.L.Glaisher,1848~1928)从另一个角度强调了数学史的重要性,他说:“任何一种企图将一种科目和它的历史割裂开来,我确信,没有哪一种科目比数学的损失更大。”因此,人们常说:数学是历史的科学,是由历史成果积累而成的。

在讲解数学科学的特点时,一般人津津乐道的有三点:高度的抽象性、体系的严谨性、应用的广泛性,往往忽略了它的第四个特点:发展的连续性。对此,德国数学家汉克尔(H.Hankel,1839~1873)有一段精彩的论述:“在大多数学科里,一代人的建筑往往被另一代人所摧毁,一个人的创造被另一个人所破坏;唯独数学,每一代人都在古老的大厦上添加一层楼。”纵观数学的发展历史,任何一个分支莫不如此。

对于数学的概念和理论,如果知道它的来龙去脉,就会对它有更深入的认识。学习数学史,可以总结历史上数学兴衰的经验教训,掌握数学发展的规律,继而预测数学未来的进程。通过表彰历史上数学家们的卓越贡献,

可以激发人们学习数学的积极性和自觉性。数学史还为提高辩证唯物主义和历史唯物主义修养提供了素材，亦是阐发祖国数学的辉煌成就，提高民族自尊心和培养爱国主义思想的生动教材。

“数学史”这一科目本身的历史已有2000多年，也包含许多分支。有着重探索数学整体理论发展规律的数学通史，有研究不同国家、不同民族或不同地区数学发展的区域数学史，有专门讨论数学分支发展的学科史，有阐述某一数学团体组织建立发展的学派史，还有概括某一数学名家生平贡献的人物传记等。本书分为两部分：前一部分以历史发展顺序为纲，阐述自公元前2000年至20世纪末世界数学发展的概况，每章附主要参考文献；后一部分选取与数学史教育有关的重要专题，对数学中常见的概念、理论和方法给出具体的历史表述。每章按论文方式标注参考文献，以便读者进一步查阅。

唐代史学家吴兢（公元670～749）在《贞观政要·任贤》中写道：“以铜为镜，可以正衣冠；以古为镜，可以知兴替；以人为镜，可以明得失。”春秋末年贤哲孔子（公元前551～前479）在《论语》中谆谆教导说：“学而不思则罔，思而不学则殆。”这些也是学习和研究数学史的至理名言。

目　录

第二编 数学专题史

第一编　数学发展史

第一章　数学萌芽时期

1.1　埃及数学

1.1.1　埃及历史

埃及位于地中海南岸，尼罗河纵贯全国。公元前 4000 年，埃及已有人居住。公元前 3200 年分为上、下埃及。不久开始了法老第一王朝的统治。法老是 pharaoh 的音译，原意为“王宫”，因统治者不许人们直呼其名，因而以此代之，逐渐成为古埃及统治者的专有名词。法老统治延续了 31 个朝代、2700 余年，直到公元前 332 年，希腊亚历山大大帝东侵，消灭了当时占领埃及的波斯帝国，才结束了法老统治，将埃及划归为亚历山大帝国的一部分。在此期间，埃及在地中海沿岸建立的亚历山大城后来成为希腊著名的数学城。公元前 30 年，埃及又被罗马人占领。公元 642 年再度沦陷，成为阿拉伯帝国的一部分。此后发展于此的光辉灿烂的文明迅速衰退。1882 年埃及沦为英国殖民地，直至 1922 年独立。

1.1.2　埃及文化

古埃及文化在现代有较大影响的，且有实物佐证的主要有 3 种：金字塔、纸草书和古文字。

金字塔始建于第三王朝，是法老为自己修建的陵墓。到第七王朝开始大量建筑。现存的金字塔共有 70 余座，星罗棋布于尼罗河下游。其中最大者是第四王朝第二个国王胡夫建造的金字塔，高 146.5 米，底边长 233 米。次者是第四王朝第四个国王哈夫拉建造的金字塔，高 138.5 米，它的旁边有著名的狮身人面像“斯芬

克斯”,高 20 米,长 57 米。金字塔的科学价值在于建筑的宏伟与精密。以胡夫金字塔为例,每边的边长误差仅 20 厘米,小于 1/1000,直角误差小于 12″,方位差在 1′15″~5′30″之间,两对角的高度差仅有半寸。由此可见,早在公元前 2570 年左右,古埃及的建筑水平已达到相当高的水平,而这其中自然离不开数学的功劳。美国历史学家莱·卡森在《古代埃及》(纽约时代出版公司,1979)一书中说:“希腊神话,罗马建筑,比之埃及均逊色。2000 年前的希腊罗马人看埃及,有点像现代人凭吊希腊和罗马的废墟。”

纸草也叫纸莎草,是尼罗河沿岸生长的水生植物,高约 3 米,草茎经过剖、剥、压等工序,可粘成供书写用的“纸”。纸草在公元前和公元后的数千年中曾行销地中海沿岸,为古埃及和古希腊等文化传播做出较大贡献。“纸草”一词在英文、德文、法文以及拉丁文中均记为 papyrus,英文中的 paper(纸)就是由此演化来的。“纸草书”是用纸草为纸,经过书写记录而形成的古代文献。现存的古埃及纸草书有许多,其中有关数学的主要有两种:一种叫莱因德纸草书,发现于埃及古都底比斯(Thebes)的废墟中,1858 年由英国人莱因德(A.Henry Rhind)在卢克索(Luxor)购得,后藏于伦敦博物馆。该纸草书长 550 厘米,宽 33 厘米,是古埃及一位叫阿默士(Ahmes)的僧侣于公元前 1700 年左右所著,是一本实用计算手册式的题目汇编集,共有 85 道题。另一种叫莫斯科纸草书,由俄罗斯收藏者于 1893 年获得,1912 年转为莫斯科博物馆所有。该纸草书长 544 厘米,宽 8 厘米,约写于公元前 1850 年,共有 25 个数学题目。

古埃及流传下来的古文字共有 3 种:一种是象形文字(hieroglyphic),也是埃及最古老的一种文字,约产生于公元前 3000 年,多见于墙壁石柱上的雕刻绘画。第二种叫僧侣文(hieratic),用于书写,属于表意文字,纸草书上多是这种文字。第三种叫民间通俗文字(demotic),主要用于书信、记账和做记录,相当于中文书法中的草书。古埃及文字的释读归功于法国语言学家商博良(Champollion,1790~1832)。18 世纪末在尼罗河西岸罗塞塔处(Rosetta)发现一块石碑,上面刻有 3 种

文字:下部是希腊文,上部是埃及象形文字,中间是埃及民间通俗体文字。根据这一线索,商博良经过研究,于 1822 年出版了埃及文字解读的专著。1828 年他到埃及考察,释读了一大批埃及文物。从此,古埃及历史的真相逐渐为人所知。

1.1.3 埃及数学

在世界各大文明发源地,数学的产生无一例外遵循这样一种模式:农业→历法→天文学→数学。即随着农业生产的需要产生历法,历法修订的需要产生天文学,而天文学计算的需要导致数学的产生。因此,一个地区或国家天文历法的优劣往往反映出其数学水平的高低。

大约在公元前 1300 年,埃及人已知道 43 个星座的位置。通过天文观测,他们又发现尼罗河河水的上涨与清晨天狼星升起的日子一致,间隔约为 365 天,于是埃及人定一年为 365 天。他们还规定每年有 12 个月,每月 30 天,每天 24 小时,每年年末剩余的 5 天作为节日。这种历法的许多内容已成为现代公历的基本要素。

很久以来人们谈到几何学的起源总是说:几何学起源于土地测量,并常常将埃及尼罗河泛滥后土地的重新测定作为例证。这说明埃及几何学很早就有了萌芽,而且是从实践中产生的。在上述两部数学纸草书中的 110 个问题中有 26 个是几何问题,其中大部分是计算土地面积和谷堆体积的。莱因德纸草书中有一道题的解答给出了计算圆形土地面积的方法:圆面积等于圆的直径减去它的 1/9,然后再平方。相当于使用 $\pi = 3.160\ 49$ 的圆周率,误差较小,是希腊数学兴盛之前最好的圆周率。

埃及的算术与代数中有特色的成果有 3 种:记数符号、单分数和倍乘法。

古埃及最早的记数符号是发现于石刻上的象形文字符号。记数采用十进制,但不是位值制,记数时每一个较高的单位用一个特殊的符号表示,如 |(1),∩(10)等。记数时依次排列这些符号。后来由于

在纸草上书写的需要演化出两种变体,即僧侣文和民间通俗文中的记数符号。这两种记数法采用一种逐级命数法,也叫分级符号制,即对个位数、一百以内十的倍数、一千以内百的倍数等数目都有专门的符号,避免了简单的重复排列,使记数较为简洁(见附录)。

埃及数学的显著特点是使用了单分数。单分数也叫单位分数,即分子为 1 的分数。单分数的分数号是一个扁圆"⬭",在它的下面写上整数符号就表示该整数的倒数。除了 2/3,1/2 等个别分数外,古埃及人把所有的分数都化为单分数进行运算,并用这种形式表示。莱因德纸草书中专门有一张单分数分解表,列出了 $2/n$(n 从 5 到 101)型的分数分解成单分数的结果。如

$$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15},\quad \frac{2}{29}=\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{174}+\frac{1}{232}$$

等。如果分子大于 2,则分解成分子为 2 的分数之和,再利用分解表进行计算。这样的分数算法使埃及的算术陷于烦琐费事的境地,实际上妨碍了埃及数学的进一步发展。不过,埃及人的单分数分解需要一定的计算技巧,他们为什么要这样分解和怎样进行分解的,到现在还是一个谜。

埃及人乘法采用一种"倍乘"的方法。例如,要计算 25×18,先将 25 乘以 2,再乘以 4,再乘以 8,再乘以 16,然后将 25 与 2 和 16 的积加起来(即将打 * 号的数加起来)。

1	25		
2 *	50 *	1	80
4	100	2 *	160 *
8	200	4 *	320 *
16 *	400 *	8 *	640 *
18	450	14	1120

即得答案 450。用这种方法也可做除法运算,例如,1120÷80,可视为 80×? =1120,故得答案 14。

莱因德纸草书中有的问题属于一元一次方程。例如,第 11 题:"一个数的 2/3,加上这个数的 1/2,再加上它的 1/7,再加上它本身,等于 37,求这个数。"这相当于

$$\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{7}x+x=37$$

答案为 $16\frac{2}{97}$。另外还有个别二次方程问题,但都无一般解法。

在莱因德纸草书第 79 题中列出数字 7,49,343,2401,16 807,表明埃及人有等比数列的初步知识,只是没有进一步的说明。

总之,古代埃及人积累了一定的数学实践经验,但还没有上升为系统的理论。公元前 4 世纪以后,希腊人占领了这个地区,情况才发生了根本的变化。

1.2 巴比伦数学

1.2.1 地理及历史

巴比伦是指公元前 1894 年在亚洲西部两河流域建立的巴比伦王国(Babylonia),首都是巴比伦,位于现伊拉克境内,巴格达以南约 100 公里处。两河流域的两河指底格里斯河和幼发拉底河,古代它们分别流入波斯湾,后长期淤积,汇成现在的阿拉伯河后再流入大海。

两河流域早在一万年以前就有人居住。约公元前 3000 年开始出现奴隶制城邦,公元前 2400 年由苏美尔人(Sumerian)统一了该地区,又过了 100 年建立了阿卡德(Akkad)王国。约公元前 1894 年建立巴比伦王国,首都巴比伦是当时西亚最大的商业和政治中心。到公元前 800 年左右,亚述帝国(Assyria)崛起,统治了两河流域。过了不到 200 年迦勒底人(Chaldean)又建立起新巴比伦王国。重新建设的巴比伦城是当时世界上最豪华的城市,其中的"空中花园"被列为世界七大奇迹之一。公元前 539 年,新巴比伦王国灭于波斯帝国。从此,绵延数千年的两河流域文明汇入伊朗文明之中。

1.2.2　泥板书与楔形文字

两河流域在古代文明起源时期有大片芦苇丛生的沼泽地，气候一般炎热干燥，石材、木料缺乏，黏土却随处可见。当地人因地制宜，用芦苇削成锐利的“笔”，在黏土上刻划而形成一种象形文字。后来又改用一种三角形笔端，以压黏土而成楔形，这种文字被称为楔形文字。记有楔形文字的黏土板叫做泥板书。现在已出土的泥板书超过 50 万块，其中以巴比伦时期制作的居多，这为研究古代文明提供了可靠依据。

楔形文字(cuneiform)也叫钉头文字或箭头文字，源于古代的象形文字，最早由苏美尔人创造，后传给巴比伦人和波斯人。它是一种表意文字，有完整的文法结构，在公元前 1500 年左右成为当时国际交往的通用文字，对东方的埃兰人，北边的胡里人，小亚细亚的赫梯人的文字都有影响。约公元前 13 世纪，腓尼基(Phoenicia)人发明了字母。又经过数百年，拼音文字取代了其他文字，楔形文字消失了，被埋没了 2000 多年。直到 17 世纪，楔形文字才重见天日。1802 年德国教师格罗特芬德(G.F.Grotefend,1775～1853)开始破译楔形文字，1837 年英国军官罗林森(H.C.Rawlinson,1810～1895)提出更合理的解读方法。自此，楔形文字被大量解读，古巴比伦王国的辉煌历史更加清晰地展现在世人面前。

1.2.3　巴比伦数学

在已出土的泥板书中共发现了 300 余块“数学泥板”，即其上的内容主要是数学问题。另外还有许多账单、收据、票据等涉及数学内容的泥板。在数学泥板中又有 200 块左右是各种数学用表，如乘法表、倒数表、平方表、立方表、指数表和勾股数表等，由此可见巴比伦数学已达到一个较高的水平。数学泥板是由罗林森于 1847 年开始解读的，20 世纪 30 年代奥地利—美国数学家诺伊格鲍尔(O.Neugebauer,1899～1990)又对数学泥板做了详尽的注释，

使巴比伦数学广为人知。其中的数学成就主要有以下几方面。

60进位值制记数法:巴比伦记数法是世界上最早使用位值制的记数法,即同一个数字符号在不同的排列位置上表示不同的数值。位值制是人类记数法的一大革命,它在数学中的作用可与字母在拼音文字中的作用媲美。楔形文字记数采用60进位值制,依靠数码符号的依次排列相加表示数目。(见附录)巴比伦人最初以360天作为一年,将圆周分为360度,太阳就每天行一度。而圆内又恰好可以连续做6条与半径等长的弦,每一条弦所对的弧是60度,产生60进位。另外60又是许多简单数字2,3,4,5,6,10,12等的倍数,以60作为进位基数可以使计算简化。1小时和1度等于60分,1分等于60秒就是巴比伦人最先使用的,我们至今仍在使用。

面积和体积计算:从公元前15世纪泥板上所列题目人们知道,这个时期的人已经会计算矩形、直角三角形、梯形等图形的面积,还知道了平行六面体和柱体的体积的计算方法。巴比伦人求出了很精确的$\sqrt{2}$的值。在美国耶鲁大学收藏的一块泥板上画有一个正方形,它的对角线上刻着楔形数码符号,(如图1.1)即1,24,51,10,表示是$1+24/60+51/60^2+10/60^3$,约等于1.414 213,相当精确。

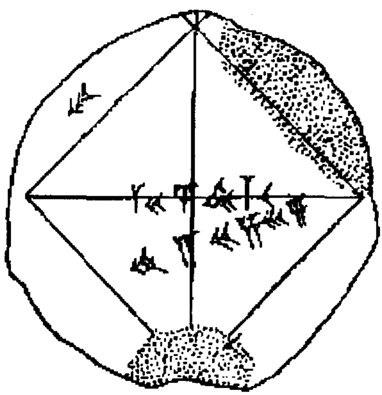


图1.1

联立方程组:约公元前18世纪留下的一块泥板上有这样一个问题:“两个正方形的面积之和是1000,其中一个的边长是另一个边长的2/3少10,问它们的边长各是多少?”这相当于解联立方程组

$$x^2+y^2=1000$$
$$y=(2/3)x-10$$

答案是 $x=30$, $y=10$。泥板上的实际解法仅限于指出某些简单的数字关系,如将10平方得100,1000减去100得900等。这种问题还有许多,从中可以看出巴比伦数学已经由算术开始向代数过渡。

级数求和:约公元前300年的一块泥板上有两个级数求和的问题,用现代符号表示,相当于

$$1+2+2^2+\cdots+2^9=2^9+2^9-1$$

和

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2=(1\times1/3+10\times2/3)\times55=385$$

人们推测巴比伦人可能熟悉了相应的求和公式。泥板中还有一些等差等比数列的例子,都是结合实际问题叙述的。

复利:泥板中有的复利问题涉及指数方程。原题大意是:设利率为20%,问何时能使本利和是本金的两倍?这导致方程

$$(1+0.2)^x=2$$

解法中先注意 $3<x<4$,再用线性内插法解,结果得 $x=3.7870$,与实际解的误差小于0.4%。

勾股数:在美国哥伦比亚大学普林顿(G.A.Plimpton)收藏馆内有一块编号第322号的泥板引起人们很大的注意。它是由4列数字构成,除最右边的一列是序数标号外,其余3列的数字经过数学史家研究,发现是与勾股数密切相关的数组。设由左至右依次为 A、B、C,则有

$$C+B=2a^2, C-B=2b^2 \text{(}a\text{、}b\text{ 为另设的参数)}$$

可推出