

结构力学

习题课教程

JIEGOULIXUEXITIKEJIAOCHENG

·主编 王来 ·副主编 黄靖 戴素娟

中国建材工业出版社

结构力学习题课教程

主 编 王 来

副主编 黄 靖 戴素娟

中国建材工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

结构力学习题课教程/王来主编. —北京:中国建材工业出版社, 2004. 9

ISBN 7-80159-743-5

I. 结… II. 王… III. 结构力学—高等学校—习题
IV. TU311-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 091065 号

内 容 提 要

本书为高等院校土建类专业结构力学课程的配套教材,用于习题课的教学。

本书根据原国家教委《结构力学课程教学基本要求》(多学时)和建设部高等学校土木工程专业指导委员会制定的《结构力学教学大纲》而编写的习题课教程。全书分 11 章,内容包括:平面体系的几何组成分析;静定结构的内力计算;静定结构的位移计算;力法;位移法;力矩分配法;影响线;矩阵位移法;结构的动力计算;结构稳定计算;结构的塑性分析与极限荷载。

本书可作为高等院校土建类专业结构力学的习题课教材,亦可用于考研辅导和有关专业师生、工程技术人员参考。

结构力学习题课教程

王来 主编

出版发行:中国建材工业出版社

地 址:北京市西城区车公庄大街 6 号

邮 编:100044

经 销:全国各地新华书店

印 刷:北京鑫正大印刷有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:12

字 数:300 千字

版 次:2004 年 10 月第一版

印 次:2004 年 10 月第一次

印 数:1~3000 册

书 号:ISBN 7-80159-743-5/TU·400

定 价:18.00 元

网上书店: www.ecool100.com

本书如出现印装质量问题,由我社发行部负责调换。联系电话:(010)88386904

前 言

本书根据原国家教委《结构力学课程教学基本要求》(多学时)和建设部高等学校土木工程专业指导委员会制定的《结构力学教学大纲》而编写的习题课教程。主要作为高等学校土建专业结构力学课程的配套教材,用于习题课的教学。

结构力学为土木工程专业的重要专业基础课,是主干课程。结构力学课程教学质量的好与坏,直接影响着后续专业课程的学习,关系着毕业生的培养质量。本书试图通过内容精选、例题精讲和习题精练的“三精”教学,使得学生掌握结构力学的概念、原理和方法,并达到融会贯通,特别是在例题和习题上,以大量典型题目的学习,培养学生的解题思路、方法和技巧。

本书的编写人员均为从事结构力学教学多年的高校教师,这本书实际上是他们几十年结构力学教学的总结。本书的第一章、第三章和第四章由王来教授编写;第七章、第九章、第十章和第十一章由黄靖教授编写;第五章和第六章由戴素娟教授编写;第二章由王培军讲师编写;第八章由都浩讲师编写。全书由王来教授统稿并担任主编,黄靖教授、戴素娟教授担任副主编。研究生周楠楠同学在本书的绘图、文字处理等方面做了大量的工作。

由于水平所限,本书难免存在不足之处,恳请专家和读者批评指正。

作 者

2004年8月

目 录

第一章 平面体系的几何组成分析	1
§ 1.1 内容复习与学习指导	1
§ 1.2 例题分析	4
§ 1.3 习题	6
§ 1.4 习题解答与答案	9
第二章 静定结构的内力计算	11
§ 2.1 内容复习与学习指导.....	11
§ 2.2 例题分析.....	13
§ 2.3 习题.....	27
§ 2.4 习题解答与答案.....	33
第三章 静定结构的位移计算	36
§ 3.1 内容复习与学习指导.....	36
§ 3.2 例题分析.....	40
§ 3.3 习题.....	46
§ 3.4 习题解答及答案.....	49
第四章 力 法	52
§ 4.1 内容复习与学习指导.....	52
§ 4.2 例题分析.....	57
§ 4.3 习题.....	65
§ 4.4 习题解答及答案.....	69
第五章 位移法	76
§ 5.1 内容复习与学习指导.....	76
§ 5.2 例题分析.....	78
§ 5.3 习题	100
§ 5.4 习题解答及答案	106
第六章 力矩分配法	109
§ 6.1 内容复习与学习指导	109

§ 6.2	例题分析	111
§ 6.3	习题	125
§ 6.4	习题解答及答案	129
第七章	影响线	131
§ 7.1	内容复习与学习指导	131
§ 7.2	例题分析	133
§ 7.3	习题	138
§ 7.4	习题解答及答案	139
第八章	矩阵位移法	141
§ 8.1	内容复习与学习指导	141
§ 8.2	例题分析	144
§ 8.3	习题	148
§ 8.4	习题解答及答案	150
第九章	结构的动力计算	152
§ 9.1	内容复习与学习指导	152
§ 9.2	例题分析	155
§ 9.3	习题	168
§ 9.4	习题解答及答案	171
第十章	结构稳定计算	174
§ 10.1	内容复习与学习指导	174
§ 10.2	例题分析	176
§ 10.3	习题	180
§ 10.4	习题解答及答案	181
第十一章	结构的塑性分析与极限荷载	182
§ 11.1	内容复习与学习指导	182
§ 11.2	例题分析	183
§ 11.3	习题	185
§ 11.4	习题解答及答案	185
参考文献	186

第一章 平面体系的几何组成分析

§ 1.1 内容复习与学习指导

一、名词解释

1. 几何不变体系

在不考虑材料应变的条件下,在任意荷载作用下,几何形状和位置保持不变的体系称为几何不变体系。

体系的几何不变性应当满足:具有足够的、布置合理的约束(联系)。

2. 几何可变体系

在不考虑材料应变的条件下,在任意荷载作用下,不能保持原有几何形状和位置的体系称为几何可变体系。

几何可变体系包括几何常变体系和几何瞬变体系。几何常变体系是指缺少约束或约束布置不合理,体系没有确定的几何形状和空间位置,可发生持续的刚体位移。几何瞬变体系是指具有足够数量的约束,但是约束布置不合理,在发生微小位移后,即成为几何不变体系。瞬变体系在很小荷载作用下,也会产生很大的内力。

3. 刚片

在平面体系中,不考虑材料应变的几何不变部分称为刚片。如一根梁、一根链杆、一个铰结三角形等。

4. 自由度

自由度是指物体或体系运动时可以独立变化的几何参数的数目。即确定物体或体系位置所需的独立坐标数。平面上的一个点有两个自由度,平面上的一个刚片有三个自由度。

5. 约束(联系)

用于限制体系运动的装置称为约束(或联系)。

(1) 等效链杆的概念

链杆为两端为铰的刚性直杆或曲杆。只用两个铰与外界相连的刚片称为等效链杆(图 1-1)。等效链杆的作用与链杆相同。

(2) 单约束和复约束

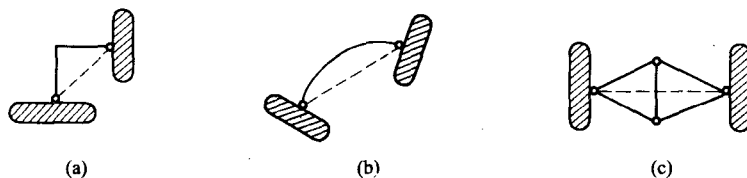


图 1-1

连接两个刚片的铰称为单铰,一个单铰相当于两个约束。连接两个以上刚片的铰称为复铰,连接 n 个刚片的复铰相当于 $n - 1$ 个单铰;连接两个刚片的刚结点称为单刚结点,一个单刚节点相当于三个约束。连接两个以上刚片的刚结点称为复刚结点,连接 n 个刚片的复刚结点相当于 $n - 1$ 个单刚结点。

(3)虚铰(瞬铰)

虚铰也称为瞬铰,它是连接两个刚片的两链杆延长线的交点,与单铰具有相同的约束作用(图 1-2)。

(4)必要约束和多余约束

能够起到影响体系实际自由度数目的约束为必要约束。必要约束具有布置合理的特点,用以组成几何不变体系的最少约束都是必要约束。

不改变体系实际自由度的约束称为多余约束。

6. 体系的计算自由度

用计算自由度公式方法求得的体系自由度,称为计算自由度 W 。计算自由度 W 不一定能够反映体系的实际自由度。只有当体系上无多余

约束时,计算自由度与实际自由度才一致。计算自由度 W 可按以下两种方法进行计算:

(1)刚片法

刚片法是以刚片作为体系的组成单元,形成平面刚片体系。其计算公式为:

$$W = 3m - (3g + 2h + b) \quad (1-1)$$

式中 m ——刚片数;
 g ——单刚点数;
 h ——单铰数;
 b ——支杆数。

(2)铰结点法

铰结点法是以铰结点作为体系的组成单元,用于平面铰结链杆体系。其计算公式为:

$$W = 2j - b \quad (1-2)$$

式中 j ——结点数;
 b ——链杆和支杆总数。

计算自由度 W 、体系的机动性和实际自由度 s 三者之间的对应关系:

①当 $W = 0$:若具有足够的必要约束,无多余约束,则为几何不变(静定结构), $s = 0$;若缺少足够的必要约束,有多余约束,则为几何可变, $s > 0$ 。

②当 $W < 0$:若具有足够的必要约束,有多余约束,为几何不变(超静定结构), $s = 0$;若缺少足够的必要约束,有多余约束,为几何可变, $s > 0$ 。

③当 $W > 0$:体系缺少足够的必要约束,为几何可变, $s > 0$ 。

二、几何不变体系的组成规则

1. 二元体规则

一个刚片与一个点用两根不在同一直线上的链杆相连,组成无多余约束的几何不变体系。

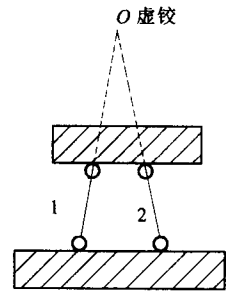


图 1-2

二元体规则还可简述为:在一个刚片上增加一个二元体,仍为几何不变体系。二元体是指用两根不在一条直线上的链杆连接一个新结点的构造。

2. 两刚片规则

两个刚片之间用不交于一点也不相互平行的三根链杆相连或用一铰和不通过该铰的链杆相连,组成无多余约束的几何不变体系。

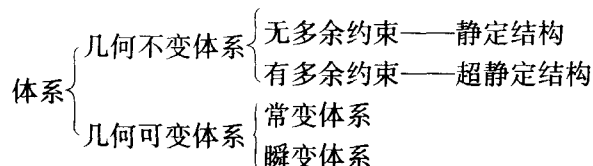
3. 三刚片规则

三个刚片之间用不在同一直线上的三个铰(实铰或虚铰)两两相连,组成无多余约束的几何不变体系。

在几何不变体系的三条组成规则中,提出了三个限制条件:(1)连接三个刚片的三个铰不在一条直线上;(2)连接两个刚片的三根链杆不交于一点也不相互平行;(3)组成二元体的两链杆不在一条直线上。否则,为几何可变体系(瞬变体系)。

三、平面体系的几何组成与静力特征之间的关系

1. 平面体系的分类



2. 相互关系

(1) 静定结构

无多余约束的几何不变体系为静定结构,用静力平衡条件可求得全部反力和内力的确定值。

(2) 超静定结构

有多余约束的几何不变体系为超静定结构,即是除了必要约束之外,还有多余约束,用静力平衡条件不能求得全部反力和内力的确定值。

(3) 几何可变体系

包括几何常变体系和瞬变体系。几何常变体系缺少约束或约束布置不合理,一般无静力学解答,在特殊情况下,在力作用下,能保持平衡;瞬变体系的反力和内力为无限大或为不定值。

几何可变体系不能用做结构。

四、解题方法

1. 一般方法

(1) 直接按几何组成分析的三条规则分析体系,得出结论。

(2) 先求出计算自由度 W ,若 $W > 0$,则体系为几何可变;若 $W \leq 0$,应进一步对体系进行几何组成分析,此时 $W \leq 0$ 是几何不变体系的必要条件。

2. 灵活地选择基本刚片

刚片可大可小,可以是一根杆、大地或一个三角形,也可以是体系中具有几何不变的部分。

小刚片通过几何不变体系的组成规则,形成新的大刚片。基本刚片的选取应考虑到刚片之间的连接方式和几何不变体系的形成规则,当一种分析途径不能得到结果时,需重新选择刚片。几何组成分析的关键问题在于是否恰当地选择了基本刚片。

3. 从几何不变单元开始

对体系进行几何组成分析时,首先找出一个或几个几何不变的单元,再逐步组装扩大成整体:

(1)从地基开始。先从地基开始组成一个(或几个)几何不变单元,再按组成规则组成整体。当体系与地基之间的约束多于三个,多从地基出发进行组装。

(2)从内部开始。先从体系内部的一个(或几个)几何不变单元开始,将它们看作基本刚片,再利用组成规则组成整体。

4. 进行简化

(1)利用二元体进行简化。由于增加或拆除二元体对体系的机动性没有影响,因此,对易于观察出的几何不变部分可通过增加二元体扩大为组合刚片,或拆除二元体,简化体系的组成。

(2)先不考虑上部体系与大地之间的连接。当体系与基础之间以三根支杆相连,且三根支杆不交于一点也不相互平行,可先拆去这些支杆,只需分析上部体系的机动性即可。

5. 等效变换

对于不能直接利用规则进行分析的体系,可先作等效变换,即把体系中某个内部无多余约束的几何不变部分用另一个无多余约束的几何不变部分替换,并按原状况保持与其余部分的联系,然后再作分析。复杂形状(曲线或折线形)的两端为铰的刚片可等效成直链杆;连接两刚片的两根链杆可用其交点处的瞬铰来代替。

6. 两点说明

(1)不是所有体系都可以用几何不变体系的组成规则来分析和判断,几何不变体系的组成规则一般用于分析常见的体系。当体系不能用基本组成规则分析时,可采用其他分析方法如零载法等。

(2)作几何组成分析时,体系中的每一部分或每一约束都不可遗漏或重复使用。

§ 1.2 例题分析

【例 1-1】 求图示体系(例图 1-1)的计算自由度,并分析其几何组成。

解:(1)计算自由度

按铰接体系进行计算: $j = 6, b = 8 + 4 = 12, W = 2j - b = 2 \times 6 - 12 = 0$,体系满足几何不变体系的必要条件,需要对其进行组成分析来判定它的机动性。

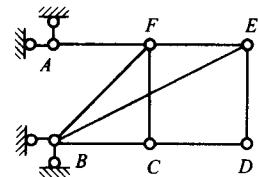
(2)几何组成分析

利用二元体规则,从大地开始,逐步增加二元体 AFB 、 BCF 、 BEF 和 CDE 。

故体系为无多余约束的几何不变体系。

【例 1-2】 分析例图 1-2 所示体系的几何组成。

解:由于体系与大地用三支杆连接,故先排除三支杆,如例图 1-2(b)所示,分析其内部的

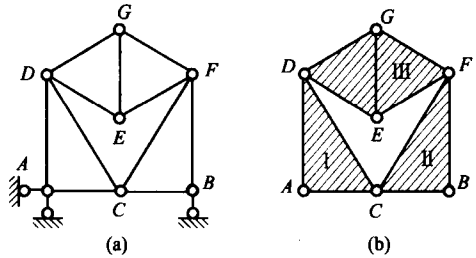


例图 1-1

机动性。

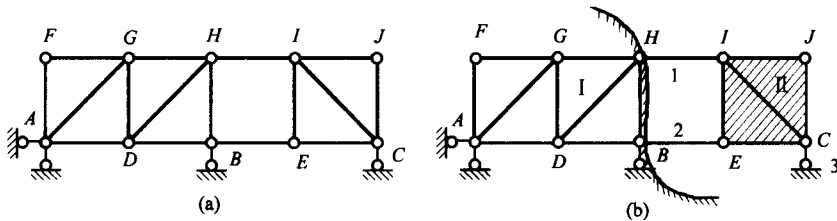
将几何不变部分 ACD 看作刚片 I, 将 CBF 看作刚片 II, 将 $DEFG$ 看作刚片 III。三刚片之间由铰 C 、 D 、 F 两两相连, 且三铰不在一直线上, 故体系内部为几何不变。加三支杆后不影响体系的可变性。

所以, 整个体系为几何不变, 且没有多余约束。



例图 1-2

【例 1-3】 分析例图 1-3 所示体系的几何组成。



例图 1-3

解: $ADBGHF$ 部分为几何不变, 与大地用三支杆相连, 形成新的刚片 I。将 $ECJI$ 看作刚片 II。刚片 I 与 II 用 1、2、3 三链杆相连, 三链杆既不平行又不交于一点。

因此, 体系为几何不变体系且没有多余约束。

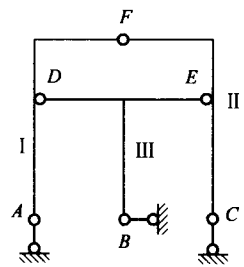
【例 1-4】 分析例图 1-4 所示体系的几何组成。

解: 先去掉体系与大地的三根支杆。将折杆 ADF 看作刚片 I, CEF 看作刚片 II, 将中间部分 BDE 看作刚片 III。I、II、III 三刚片通过 D 、 E 、 F 三铰两两相连, 且 D 、 E 、 F 不在一直线上。

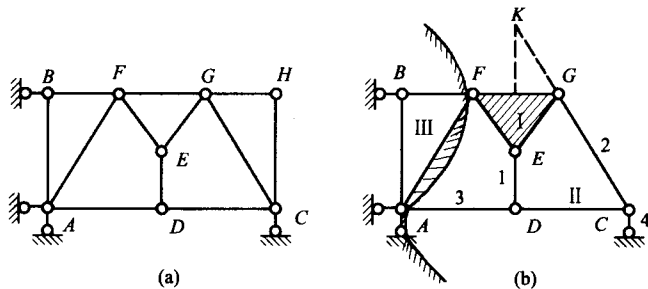
因此, 体系为几何不变, 无多余约束。

【例 1-5】 分析例图 1-5 所示体系的几何组成。

解: 去掉二元体 CHG , 将 EFG 看作刚片 I, DC 杆看作刚片 II, 三角形 ABF 与大地共同作为刚片 III。



例图 1-4



例图 1-5

I 与 II 之间由链杆 1、2 连接(瞬铰 K), II 与 III 由链杆 3、4 连接(瞬铰 C), III 与 I 由铰 F 相连, K 、 C 、 F 不共线。

因此,体系为几何不变且没有多余约束。

【例 1-6】 分析例图 1-6 所示体系的几何组成。

解: 不考虑二元体。设定如例图 1-6(b) 所示刚片 I、II、III, 刚片 I 与 II 通过无限远瞬铰 O_{12} 相连, II 与 III 通过无限远瞬铰 O_{23} 相连, I 与 III 通过铰 O_{13} 相连。三铰不共线。

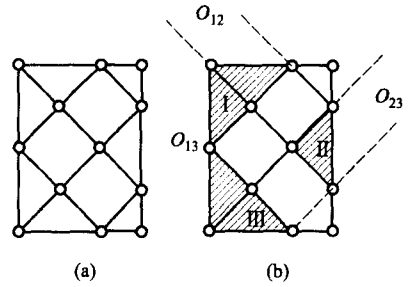
故,体系为几何不变,且无多余约束。

【例 1-7】 试对例图 1-7(a) 所示体系作几何组成分析。

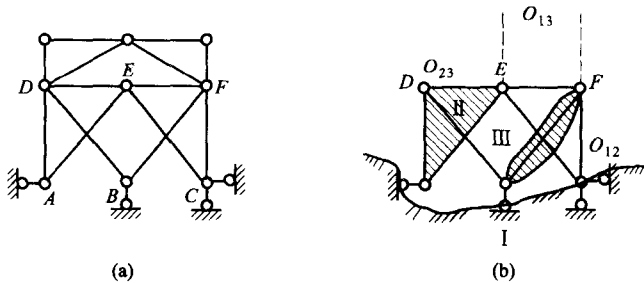
解: 拆除二元体。对图原体系依次拆除二元体后,得到如例图 1-7(b) 所示新体系。

选取刚片 I、II、III, 三个刚片由虚铰 O_{12} 、 O_{23} 、 O_{13} 两两相连。其中,虚铰 O_{13} 为无穷远。三铰不在一直线上。

所以,体系为几何不变,而且无多余约束。



例图 1-6

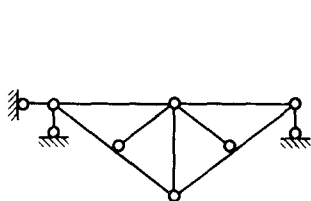


例图 1-7

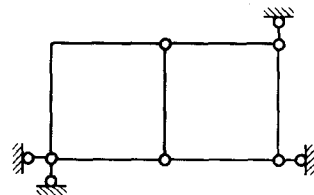
§ 1.3 习 题

一、填空题

1-1 题图 1-1 所示体系为具有_____个多余约束的几何不变体系。



题图 1-1



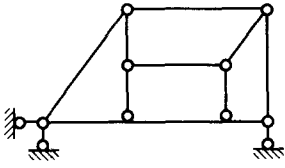
题图 1-2

1-2 题图 1-2 所示体系为_____体系。

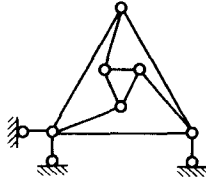
1-3 题图 1-3 所示体系为_____体系。

1-4 题图 1-4 所示体系为_____体系。

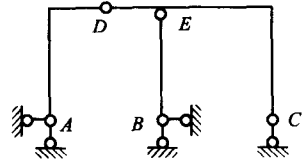
1-5 题图 1-5 所示体系为 _____ 体系。



题图 1-3



题图 1-4

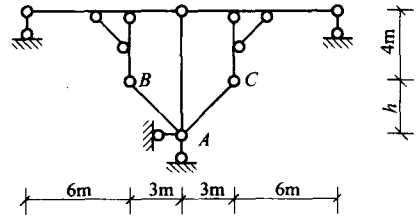


题图 1-5

二、选择题

1-6 题图 1-6 所示体系, $AB = AC$, 当 h 满足 _____ 时, 体系为几何不变。

- (A) $h \neq 2m$; (B) $h \neq 4m$; (C) $h \neq 4m$ 和 $h \neq \infty$;
 (D) $h \neq 2m$ 和 $h \neq \infty$ 。



题图 1-6

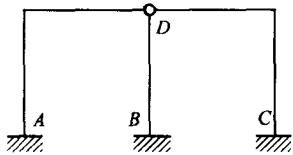
1-7 题图 1-7 所示体系的计算自由度

$W =$ _____。

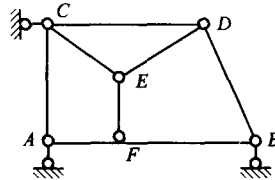
- (A) 4; (B) 5;
 (C) 6; (D) 3

1-8 题图 1-8 所示体系为 _____。

- (A) 无多余约束的几何不变体系; (B) 有多余约束的几何不变体系;
 (C) 常变体系; (D) 瞬变体系



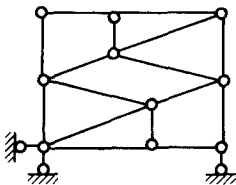
题图 1-7



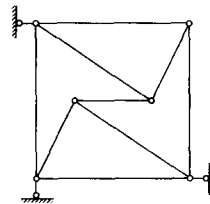
题图 1-8

1-9 题图 1-9 所示体系为 _____。

- (A) 几何不变, 无多余约束; (B) 几何不变, 有多余约束;
 (C) 常变体系; (D) 瞬变体系



题图 1-9



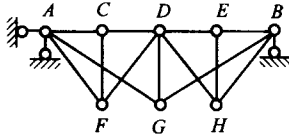
题图 1-10

1-10 题图 1-10 所示体系为 _____。

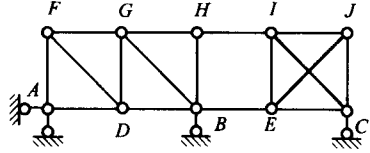
- (A) 几何不变, 无多余约束; (B) 几何不变, 有多余约束;
 (C) 常变体系; (D) 瞬变体系

三、分析计算题

1-11 求题图 1-11 所示体系的计算自由度, 并进行几何组成分析。



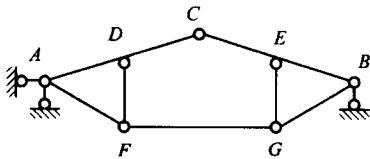
题图 1-11



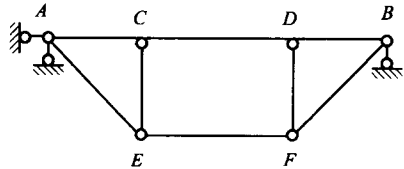
题图 1-12

1-12 求题图 1-12 所示体系的计算自由度, 并进行几何组成分析。

1-13 分析题图 1-13 所示体系的几何组成。



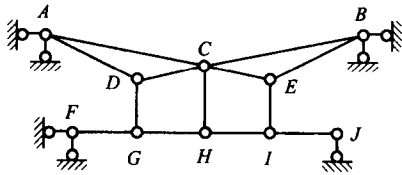
题图 1-13



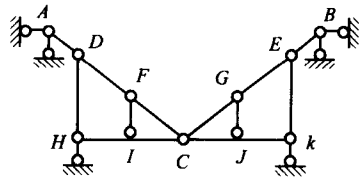
题图 1-14

1-14 分析题图 1-14 所示体系的几何组成。

1-15 分析题图 1-15 所示体系的几何组成。



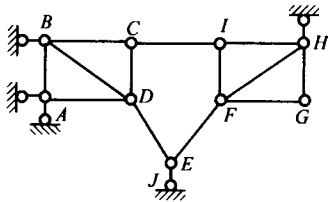
题图 1-15



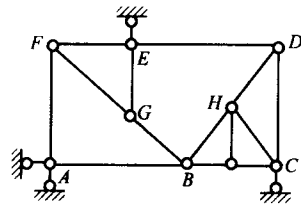
题图 1-16

1-16 分析题图 1-16 所示体系的几何组成。

1-17 分析题图 1-17 所示体系的几何组成。



题图 1-17

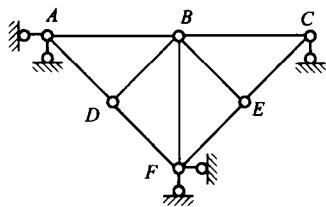


题图 1-18

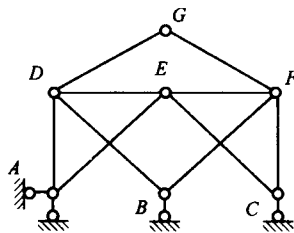
1-18 分析题图 1-18 所示体系的几何组成。

1-19 分析题图 1-19 所示体系的几何组成。

1-20 分析题图 1-20 所示体系的几何组成。



题图 1-19



题图 1-20

§ 1.4 习题解答与答案

一、填空题

- 1-1 2。
 1-2 瞬变。
 1-3 无多余约束的几何不变体系。
 1-4 无多余约束的几何不变体系。
 1-5 无多余约束的几何不变体系。

二、选择题

- 1-6 (D) $h \neq 2m, h \neq \infty$ 。
 1-7 (A) $W = 4$ 。
 1-8 (A) 无多余约束的几何不变体系。
 1-9 (B) 有多余约束的几何不变体系。
 1-10 (A) 无多余约束的几何不变体系。

三、分析计算题

1-11 铰接体系: $W = 2j - b = 2 \times 8 - 16 = 0$

分析: 不考虑大地, 刚片 $ACDF$ 增加二元体 AGD , 形成新刚片, 与 $BEDH$ 刚片之间通过一铰 (D) 和一链杆 BG 相连, 为无多余约束的几何不变体系。

1-12 铰接体系: $W = 2j - b = 2 \times 10 - 21 = -1$

分析: $ADBHG$ 与大地几何不变, 再与 $ECJI$ 通过三链杆相连, 为几何不变, 有一个多余约束。

1-13 分析: ADF 与 BGE 通过一铰 C 和一链杆 FG 相连。为无多余约束的几何不变体系。

1-14 为具有一个多余约束的几何不变体系。

1-15 分析: 大地、 ADC 和 BEC 两两用铰相连, 再增加二元体而成。为无多余约束的几何不变体系。

1-16 分析: 刚片 $HICFD$ 、 $KJCGE$ 、大地之间用三铰 (或虚铰) C 、 D 和 E 相连。为无多余

约束的几何不变体系。

1-17 分析: $ABCD$ 与大地为一刚片, 增加二元体 DEJ , 再与刚片 $FGHI$ 通过三链杆相连, 三杆不共点, 为几何不变, 无多余约束。

1-18 分析: $BCDH$ 为一刚片, EFG 为一刚片, 大地为一刚片, 三个刚片之间分别用两链杆相连(虚铰 F 、 C 和无穷远), 为几何不变, 无多余约束。

1-19 分析: 刚片 ABD 、 BCE 和大地用铰(或虚铰) A 、 B 和 C 相连, 三铰在一直线上。 DF 为多余约束。为瞬变体系, 有一多余约束。

1-20 分析: 去掉二元体 DGF 。 CEF 为刚片 I, BD 为刚片 II, 大地为刚片 III。三刚片间两两用两链杆相连, 所形成的三个虚铰在同一直线上。为瞬变体系。

第二章 静定结构的内力计算

§ 2.1 内容复习与学习指导

一、基本概念

1. 静定结构的分类

静定结构按其几何组成的特点,可分为两刚片结构、三刚片结构和主从结构(由基本部分和附属部分组成)。

按受力特性不同可分为梁、拱、刚架、桁架和组合结构。

2. 静定结构的分析方法

用截面法取隔离体,用平衡条件求支座反力和内力。

3. 静定结构的特点

(1)用静力平衡条件可求得全部反力和内力,且解唯一。

(2)仅在荷载作用下产生内力。其他因素作用时,只引起位移,不产生内力。

(3)平衡力系作用在静定结构的某一内部几何不变部分时,只有此部分产生内力。

(4)作用在静定结构某一内部几何不变部分上的荷载,在该部分作等效变换时,仅该部分内力发生变化而其余部分内力保持不变。

二、静定梁和静定刚架内力分析

1. 叠加原理及适用条件

叠加原理可表述为:结构中由一组荷载(外力、温度变化、支座沉陷等)产生的内力或位移等于每一荷载单独作用产生的内力或位移的总和。

叠加原理用于静定结构内力计算时,应满足的条件为小变形;用于位移计算和超静定结构内力计算时,材料还应服从虎克定律。

2. 截面法的应用

(1)内力符号规定

轴力以拉力为正;剪力以绕隔离体顺时针转动为正,正剪力绘于梁的上侧或柱的左侧;弯矩不规定正负,绘于杆件的受拉侧。

(2)截面法求指定位置的内力

用截面切开该位置,暴露出内力,根据平衡方程求内力。

3. 内力图与外荷载的关系

(1)杆上无荷载区段,剪力图为一水平直线;弯矩图为一斜直线,斜率为剪力大小的相反数。

(2)集中力作用点处,剪力图突变,突变的大小为集中力的大小,方向为集中力的方向;弯