

# 湍动力学



林建忠 编著

.5  
1  
0

浙江大学出版社



ISBN 7-308-02239-0

9 787308 022392 >

ISBN7-308-02239-0/0·237 定价:15.00元

# 湍 动 力 学

林建忠 编著

浙江大学出版社

## 内 容 简 介

本书叙述了流动稳定性基本理论以及几种典型的流动稳定性问题；介绍了湍流的基本概念和基本方程；给出了湍流统计理论的具体描述。书中还包括常用的湍流模式理论以及它们在一些典型流场中的应用、边界层湍流场和自由剪切层湍流场的流动特性、非线性科学与湍流的关系、含悬浮固粒流场的稳定性、求脉动速度关联函数的逐级迭代方法等一些较新的内容。

本书反映了湍流及其流动稳定性研究的主要轮廓和一些研究分支的新进展，可作为流体力学及其相关学科的研究生教材，也可供有关专业的教师、科研人员和工程技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

湍动力学/林建忠编著. —杭州：浙江大学出版社，  
2000. 1

ISBN 7-308-02239-0

I . 湍… II . 林… III . 湍流-流体动力学 IV . 0357.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 55582 号

责任编辑 贾吉柱

出版发行 浙江大学出版社

(杭州玉古路 20 号 邮政编码 310027)

(E-mail:zupress@mail.hz.zj.cn)

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷 浙江大学华家池印刷厂

开 本 787mm×1092mm 16 开

印 张 10.25

字 数 269 千

版、印次 2000 年 1 月第 1 版 2000 年 1 月第 1 次印刷

印 数 001—530

书 号 ISBN 7-308-02239-0/O · 237

定 价 15.00 元

## 前　　言

就目前的状况而言，人类在宇宙这样的大极限领域和基本粒子这样的小极限领域上花了大量精力，成果颇丰。但对人们所能目及的、日常生活中所熟悉的中等尺度领域事物的研究却还不很深入，这并非中等尺度现象没有深入研究的必要，而是大极限和小极限的事物相对容易处理，因为它们存在特征长度，研究时只需把具有特征尺度的物体留下，忽略其它尺度的物体，就可以使问题简化到既能探其究竟又不会失去本质内容的目的。然而中等大小领域的事物本质上是多体系多部分的，它们之间存在复杂的相互作用，忽略哪个体系或部分，都会给系统带来大的误差，使所得结果与实际情形相去甚远。

就流体力学中最重要而又最困难的湍流研究而言，也存在上述类似的情况。这时的大小极限区域分别对应于层流区和湍流中具有统计平衡特性的大波数区。层流状态下的流场特征尺度依赖于流场的几何尺度，大波数区的湍流场只依赖于粘性系数和能量耗散，而与外界条件无关。对这两类流场的研究相对容易些，所得结果也较多。介于这两种流场之间的流动，如层流的失稳、层流到湍流的过渡、低雷诺数湍流等，研究的难度就相对大些，因为这时的流场中有多种不容忽视的尺度并存，现有的计算条件还很难全面顾及不同尺度层次上的流场结果。现在用一些湍流模式理论来计算湍流场得到的计算结果，往往与实际流场存在明显差别，其原因就是因为在模式理论的模化过程中采用了单一尺度作为流场的特征尺度。

值得庆幸的是人们已经注意到了特征尺度与物理现象以及研究难易之间的关系，目前客观存在的事实是，国内外处于前沿研究的热点都直接或间接地与此有关。纵观当今流体力学基础研究的领域，最富有生命力和挑战性的当属对层流向充分发展湍流过渡这一阶段的研究。在这一流动阶段，流场变化莫测、气象万千，研究它具有较大的难度，虽然现在已经有了一些研究成果，但要有大的突破，笔者认为还有赖于观念、研究方法和手段上的更新。

本书作为研究生的教材，对于以上提及的内容，不便、不可能也没必要细述，但又不能弃之不顾，于是本书的宗旨便在于在经典的较成熟的流体力学研究结果和当今新兴的较困难的流体力学领域之间搭一座桥梁，倘若读者能从其中领略一二，笔者将感到欣慰。

这门课程的学习应当安排在流体力学课程之后，学习本课时应具备高等数学、常微分方程和流体力学基础方面的知识。本书的大部分章节已作为浙江大学流体力学专业五届硕士研究生学位课“高等流体力学”的内容给予讲授。

博士生周泽宣参加了书中第一章第五节内容的研究，书中部分章节给出的研究结果得到了浙江省自然科学基金青年科技人才专项资金的资助，此外，还得到“百千万人才工程”和“浙江省151人才工程”培养基金的资助，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，书中如有疏漏之处，还请读者批评指正。

浙江大学流体工程研究所

杭州应用工程技术学院

林建忠

1998年4月于求是园

# 目 录

<b>绪论</b> .....	1
第一节 流体力学发展的简单回顾.....	1
第二节 湍流概述.....	5
<b>第一章 流动稳定性</b> .....	9
引言.....	9
第一节 流动稳定性理论的基本概念和方法.....	9
第二节 重力不稳定性 .....	14
第三节 离心不稳定性 .....	20
第四节 二维混合层的不稳定性及其转换过程 .....	27
第五节 含悬浮固粒流场的稳定性 .....	31
第六节 非线性稳定性理论 .....	38
思考题与习题 .....	47
<b>第二章 湍流的基本理论与方程</b> .....	49
引 言 .....	49
第一节 湍流的基本概念 .....	49
第二节 湍流平均运动方程 .....	54
第三节 湍流脉动量方程 .....	57
第四节 湍流扩散方程式和旋涡方程式 .....	59
思考题与习题 .....	60
<b>第三章 湍流的统计理论</b> .....	61
引 言 .....	61
第一节 相关张量及其简化形式 .....	61
第二节 各向同性湍流相关函数方程式 .....	64
第三节 能谱及其定性分析 .....	67
第四节 求脉动速度关联函数的逐级迭代法 .....	74
思考题与习题 .....	78
<b>第四章 湍流模式理论</b> .....	80
引 言 .....	80
第一节 湍流模式建立的依据 .....	80
第二节 一阶封闭模式 .....	81
第三节 雷诺应力模式 .....	84
第四节 代数应力模式 .....	89
第五节 二方程模式 .....	91
第六节 双尺度湍流模式 .....	93
第七节 一方程模式 .....	94

思考题与习题 .....	95
<b>第五章 湍流边界层 .....</b>	<b>96</b>
引言 .....	96
第一节 湍流边界层的流场结构 .....	96
第二节 湍流边界层方程 .....	104
第三节 平板零攻角湍流边界层 .....	109
第四节 二维定常湍流边界层 .....	113
第五节 边界层的转换、分离与控制 .....	120
思考题与习题 .....	125
<b>第六章 自由剪切湍流场 .....</b>	<b>126</b>
引言 .....	126
第一节 自由剪切湍流方程 .....	126
第二节 混合层湍流场 .....	129
第三节 平面湍尾流场 .....	131
第四节 自由湍射流场 .....	133
第五节 湍流模式理论在自由剪切湍流场中的应用 .....	139
思考题与习题 .....	143
<b>第七章 非线性理论在湍流研究中的应用 .....</b>	<b>144</b>
引言 .....	144
第一节 湍流与非线性科学 .....	144
第二节 湍流结构与分形 .....	146
第三节 湍流的拟序结构 .....	153
思考题与习题 .....	156
<b>参考文献 .....</b>	<b>157</b>

# 绪 论

## 第一节 流体力学发展的简单回顾

19世纪有关流体力学方面的研究有两大门类,一个是理论流体力学,另一个是水力学。前者借助于严格的数学工具,形成了一套漂亮的理论,但是据此所得到的结果与实际情形不符的情况时有发生,d'Alembert佯谬便是一个突出的例子。后者主要是工程师们在试验研究的基础上得出一系列系数,以此应用到实际工程技术中去,管道流动损失系数就是典型的例子。以上两个分支互不联系,平行发展的情况一直持续到19世纪末。

进入20世纪,Prandtl、Von Kármán、Taylor等将以上分支结合起来形成了当今所谓的流体力学。近一个世纪以来,流体力学的发展大致可以分为四个阶段。

### 一、低速空气动力学(1900—1935)

该阶段的出现与航空学紧密相关,其研究内容开始是在无粘流体的假设下计算出物体运动的升力;接着是考虑流体的粘性情况下研究物体运动所受到的阻力;后来Prandtl提出有限翼展理论,引出了诱导阻力,接着又提出边界层理论,确定了运动物体的表面摩擦阻力和流动分离形成的阻力;最后由Prandtl、Von Kármán和Taylor引入了湍流,才使得对这类流场的描述和研究更为完善。

在低速空气动力学中,流体的速度和温度都较低,这时可以将流体视为不可压缩流体,于是可以采用处理液体的方法来处理气体。由于气体的密度 $\rho$ 视为不变的,所以可由流体的连续方程和运动方程先确定运动气体的压力和速度,然后由能量方程确定气体的温度,这样就使问题变得简单得多。在这类流动中最重要的参数是 $Re$ 数( $Re = UL/\nu$ ,这里, $U$ 是速度, $L$ 是长度, $\nu$ 是运动粘性系数),此类流动中,一般都认为 $Re$ 数不大。

尽管该阶段的研究出现在本世纪初,但迄今为止关于低速空气动力学方面还有许多问题没有解决,例如飞行器失速时尾部流场的描述;弯曲管道计算中还没有合适的湍流模型;二次流动拟序结构的产生;两旋转圆柱间湍流场的描述等。

### 二、空气热力学(1935—1950)

随着气体运动速度增加,流场由亚音速变到超音速,这时气体温度也随之升高,因而气体的可压缩性就非常重要。于是在方程中就不得不同时耦合计算流场的压力、密度、温度和速度。由于气体和液体具有不同的热力学性质,所以对于气体和液体要采用不同的处理方法。

对于温度 $T$ 小于2000K的气体,定容比热 $C_v$ 可以视为常数,理想气体的分子结构对流场的影响很小,对单原子气体和双原子气体而言,在其流场的基本方程中具有相同的形式。对于空气热力学阶段的研究,升力和阻力仍然是两个重要的研究对象,与低速空气动力学不同的是,该流场具有三个重要的参数,即Mach数( $M = V/a$ , $V$ 是速度, $a$ 是声速)、 $Re$ 数和Prandtl数( $Pr = \mu C_p/k$ ,这里 $\mu$ 是粘性系数, $C_p$ 是定压比容, $k$ 是热传导系数)。Mach数是区分亚音速、

跨音速和超音速流场的标志。

关于空气热力学的研究目前还有一些未解决的问题,如超音速湍流边界层、超音速射流的稳定性、边界层与激波的相互作用等。

### 三、流体物理学(1950 — 1960)

该阶段伴随着空间时代的出现而产生,这时考虑的流场速度和温度都非常高,Mach 数远大于 1,分子结构对流场有很大影响。与此同时,流体力学与物理学的其它分支,如离解态物质、电离态、热辐射等交叉产生出新的边缘学科,根据介质的温度范围可分为以下几个方面。

#### (一) 空气热化学

这是由 Von Kármán 提出的,此时的温度  $T$  在 5000K 左右,物质的离解已成为非常重要的现象,双原子结构的气体表现出与单原子气体完全不同的性质,该流动现象是力学、热力学、扩散和化学反应的综合结果,在低速的燃烧和爆炸过程中也同样出现。

这种流动的重要参数有  $Re$  数、Mach 数、Prandtl 数、Schmidt 数 ( $Sc = v/D, D$  是扩散系数)、Lewis-Semenor 数 ( $Le = k/\rho C_p, D = Sc/Pr, \rho$  是流体密度)、Damkohler 数 1 和 2 ( $Dam1 = U_i L/U, U_i = [d(\rho k_i)/dt]/\rho k_i; k_i = m_i n_i / \rho, m_i$  是第  $i$  种粒子的质量,  $n_i$  是第  $i$  种粒子的数量,  $Dam2 = Q/C_p T, T$  为温度,  $Q$  为热增)。

#### (二) 等离子动力学和电磁流体力学

当温度  $T$  到了 10000K 时,气体将部分或全部地电离,这时要用力学、热力学和电磁学来研究流动现象,流场又出现两个新的重要参数,即磁压力数 ( $R_H = 1/M, M$  是磁 Mach 数)、磁  $Re$  数 ( $R_s = UL/v_H, v_H$  是磁扩散数)。

#### (三) 辐射气体力学

热的输运包括热传导、热对流和热辐射,当温度  $T$  大于 15000K 时,热辐射将变得非常重要。热辐射是光子的运动,这又牵涉到相对论流体力学。研究这类流动现象要用力学、热力学和几何光学。由于光子运动和分子运动存在相似性,因此可以将部分研究分子运动的方法用来研究光子运动。这类流场又有一个重要参数,即辐射压力 ( $R_p = \alpha_R T^4 / 3p$ , 这里  $\alpha_R$  是辐射换热系数,  $p$  是压力), 热辐射对温度的影响是很大的。

#### (四) 稀薄气体力学

对于这类流场的处理,从微观角度出发是用 Boltzmann 方程,从宏观角度出发是连续性方程,这时 Knudsen 数 ( $Kn = l_f/L, l_f$  是分子运动平均自由程) 是一个重要参数。对于  $Kn$  远小于 1 的流动,Navier-Stokes 关系和 Fourier 热传导定律仍然适用;当  $Kn$  不是很小时,需要用到粘性应力、热通量等复杂的关系和微分方程。如果这类流场有电磁场的作用,那么问题将变得非常复杂。

### 四、现代流体力学(1960 — 至今)

在过去的流体力学理论中,一般都有如下假设:

- 1) 流体具有与固体完全不同的属性。
- 2) 所考虑的流体至少在局部是均匀介质,因而可用相对简单的方法描述。
- 3) 流体运动等过程中遵循的是经典物理中的基本定律。

随着时代的发展和技术的进步,所研究的流体逐渐在突破以上各种假设的约束,因而也就产生了现代流体力学的若干方面。

## (一) 流变学

流变学研究的是非牛顿流体，该流体与牛顿流体不同，对牛顿流体在 Navier-Stokes 有关的应力应变关系中有

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + [-P + \lambda \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)] \delta_{ij} \quad (0-1)$$
$$\mu \geqslant 0; 3\lambda + 2\mu \geqslant 0$$

式中  $\tau_{ij}$  是应力， $\mu$  是粘性系数， $u_i$  是速度， $x_i$  是坐标， $P$  是静压， $\lambda$  是第二粘性系数。

粘性系数  $\mu$  和  $\lambda$  是流体状态的函数，而对于非牛顿流体，以上方程不再成立，许多宏观分子材料，如胶体、塑料、高分子聚合物等都是非牛顿流体。流变学的一个主要研究内容就是寻找和建立非牛顿流体的应力应变关系。

从流体的性质上可以将非牛顿流体分为以下几类：

### 1. 粘 - 非弹性流体

#### 1) Dilant 流体：

$$\tau_{ij} = \mu^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^{\frac{1}{n}}, n < 1$$

#### 2) 伪塑性流体：上式中的 $n > 1$ 。

#### 3) 宾汉塑性流体：在流动开始之前流体内已存在有限的应力。

#### 4) Reiner-Rivlin 流体：

$$\tau = -PI + a_1 A + a_3 A^2$$

式中  $I$  是单位矩阵， $a_1, a_3$  是系数， $A$  是与应变有关的量。

### 2. 性质依赖于时间的流体

#### 1) 粘度随时间增加的流体。

#### 2) 粘度随时间减少的流体。

### 3. 粘 - 弹性流体

部分像一般的流体，部分像弹性固体，应力同时依赖于应变和应变速率，材料具有记忆效应，因而与松弛时间有关，一旦应力应变关系已知，其处理方法与一般流体力学方法相类似。

## (二) 多相流

多相流包括多种形式，最简单的是两相流，而两相流动也有多种形式，这些不同形式存在着相似性和不同点，它们应当分别处理。

### 1. 液 - 气流动

如气泡流、喷雾流、泡沫流等。液 - 气两相流存在两相的混合和两相界面的相互作用两种情况，它们包括：

#### 1) 两种不同物质的液 - 气流动。

#### 2) 同种物质的液 - 汽流动，伴有凝结等现象出现。

#### 3) 蒸发流动，气体中存在液体边界层。

### 2. 液 - 固流动

一般有以下流动现象：

#### 1) 固粒在液体中的沉降运动。

#### 2) 流体流过多孔介质的流动。

#### 3) 血液流动。

### 3. 气 - 固流动

气固流动的类型很多,其中包括枪的火药运动、含灰的气体运动、流化床的燃烧等。

#### 4. 等离子体 - 气体运动

如部分或完全电离的气体运动等。

#### (三) 量子流体力学

研究氦的液化这样的超流体。如图 0-1 所示,液化氦 I 属于一般流体,液化氦 II 是超流体,该流体不汽化、无粘性,在常温下其热传导率比铜高 1000 倍。

#### (四) 相对论流体力学

有关相对论流体力学方面存在一个  
重要参数,即  $Rr = q/c$ ,  $q$  是物体运动速度,  
 $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。在一般经典力学中,  
 $Rr$  远小于 1。在经典力学中用的是三  
维空间加上时间,质量不依赖于速度,所  
有矢量都具有三个分量。当  $Rr$  不是小量  
时,就属于相对论流体力学范畴,这时有  
四维空间,时间是第四维,质量不再是常  
数而是根据以下爱因斯坦公式随速度变  
化:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - q^2/c^2}} \quad (0-2)$$

式中  $m_0$  是物体静质量。因此,在相对论流体力学中,不用运动方程中的速度,而用动量  $P_a$ ,它被定义为

$$\left. \begin{aligned} P_a &= m_0 c^2 q_a \\ q_a &= \frac{dx_a}{ds} \\ ds &= C_1 dt \left(1 - \frac{q^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (0-3)$$

式中  $x_a$  是坐标,  $C_1$  是常数。

迄今只有很少的工作有关考虑相对论效应下检验经典力学问题正确性的研究,一般都只是考虑相对论效应下的一阶修正。

#### (五) 生物流体力学

生物科学已经从单纯的描述方法过渡到解析的方法。在 100 多年前,生物力学曾经是很活  
跃的一门学科,但是在近 50 年来却不是那么活跃了,其原因大概是简单的模型已经被发现并  
用于一些简单的现象中,而复杂的现象却很难找到合适的模型予以描述。

Euler、Poiseuille、Helmholtz 等在生物力学方面做出了许多很有价值的工作。例如在血液  
流动中,1840 年,Poiseuille 研究了血液流动,即所谓的圆管层流——Poiseuille 流。而现在血液  
流动的研究有了很大进展,其研究的对象是不稳定的、有脉击的非牛顿流体在弹性管壁内的流  
动。生物力学的另一领域是人工器官的研制,如人造肾、氧发生器、热肺机等。

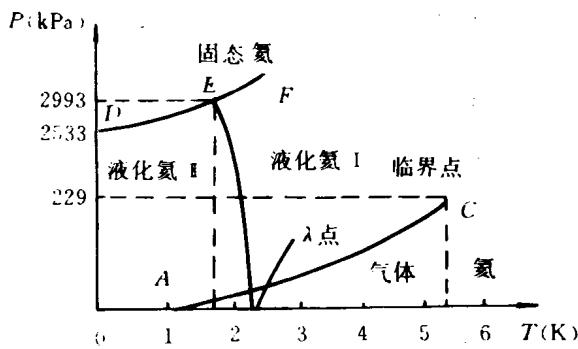


图 0-1 液化氦的区分

## 第二节 湍流概述

### 一、湍流的一般定义和描述

尽管在很高  $Re$  数下, 湍流场中存在很小的湍动尺度, 但这种尺度比正常大气条件下气体分子的平均自由程大得多, 所以湍流场中的流体仍可视为连续介质。现有的实验结果还表明, 在与湍流场最小湍动尺度相当的距离范围以及与最小脉动周期相近的时间内, 湍流场中的物理量呈现出连续的变化, 即这些量在空间和时间上是可微的, 因而可以用常规的描述一般流体运动的方法来建立湍流场的数学模型。所以, 长期以来人们将流体的运动方程, 即 N-S 方程作为湍流运动的基本方程, 换言之, 湍流场中任一空间点的速度、压强、密度等瞬时值都必须满足该方程。尽管有些学者对这一数学模型产生过疑问, 也试图另辟蹊径, 寻找其它的数学模型, 但都没有令人信服的依据和结果。而基于 N-S 方程所得到的一些湍流理论、计算结果却和实验结果吻合得很好。

由于湍流的复杂性, 至今尚未有一个公认的定义能全面表述湍流的所有特征, 实际上人们对湍流的认识在不断地深化, 理解也逐渐地全面。19 世纪初, 一般都认为湍流是一种完全不规则的随机运动, 因此 Reynolds 首创用统计平均方法来描述湍流运动。1937 年, Taylor 和 Von Kármán 对湍流下过定义, 认为湍流是一种不规则运动, 它在流体流过固壁或相邻不同速度流体层相互流过时产生。后来 Hinze 在此基础上予以补充, 说明湍流的速度、压强、温度等量在时间与空间坐标中是随机变化的。从 70 年代初开始, 很多人认为湍流并不是完全随机的运动, 而是存在一种可以被检测和显示的拟序结构, 亦称大涡拟序结构, 它的机理与随机的小涡旋结构不同, 它在切变湍流的脉动生成和发展中起主导作用。但是人们对这个说法仍存在争议, 有人认为这种大尺度结构不属于湍流的范畴, 而有人认为这是湍流的一种表现形式。目前大多数人的观点是: 湍流场由各种大小和涡量不同的涡旋叠加而成, 其中最大涡尺度与流动环境密切相关, 最小涡尺度则由粘性确定; 流体在运动过程中, 涡旋不断破碎、合并, 流体质点轨迹不断变化; 在某些情况下, 流场做完全随机的运动, 在另一些情况下, 流场随机运动和拟序运动并存。

### 二、湍流研究的简单回顾

湍流研究的正式开始是在本世纪初, 从 20 年代到 30 年代初期, 各种唯象学理论, 尤其是动量和涡量输运理论占主导地位。到了 30 和 40 年代, 均匀湍流的统计理论成了重点研究对象, 在实验上, 湍流动能平衡是研究的热点, 它后来成了湍流模式理论的基础。从 50 年代开始的湍流模式理论到了 70 年代达到了高潮。70 年代中期以来发现的大涡拟序结构成了近年来湍流研究的一大热门。80 年代以来, 非线性理论领域的研究成果, 给湍流研究注入了生机。

纵观湍流研究的成果, 人们把研究重点放在湍流运动的两个不同阶段上。一是从层流到湍流的转换以及湍流的发展前期, 该时期的湍流具有较大的涡旋结构, 湍流特性与流动环境和产生流动的装置有直接的关系; 二是充分发展的湍流, 包括均匀各向同性湍流和自由剪切湍流的自模拟区, 该阶段湍流结构一般不受流动环境以及外部尺寸的直接影响, 是属于经典定义的湍流, 从中得到的有关结论更具有普适性。

随机性是湍流的一个重要方面, 于是人们花了很长时间去寻找湍流动力学方程的统计解。1894 年, 现代湍流理论的创始人 Reynolds 提出将满足动力学方程的湍流瞬时运动分解为平均

运动和脉动两个部分,得到了包含雷诺应力的湍流时均方程——雷诺方程。从此以后,人们的研究大多数都围绕着雷诺方程进行,相应产生了统计理论和半经验理论,后者发展成湍流模式理论。

### (一) 湍流的统计理论

湍流的统计理论重点研究湍流的脉动结构,通过建立不同随机量之间的关联函数并求解,得到随机变量的统计特性,以此了解湍流的内部结构,掌握湍流平均流动各量的空间分布与时间演变的情况。

1921年,Taylor首先提出了流场两点间脉动流速相关矩的概念,为了解流场空间细微变化提供了手段。从30年代开始,随着热线风速仪等测量技术的发展,湍流脉动速度及其关联等量的测量成为可能,因而促进了统计理论的迅速发展。1935年,Taylor在研究风洞网格后的均匀各向同性湍流中,首次提出湍流速度是空间和时间的连续随机函数,通过讨论两点间脉动速度的关联函数并对方程进行简化求解,得到了均匀各向同性湍流的衰减定律。1938年,Von Kármán和L. Howarth导出了含二阶、三阶脉动速度关联函数的均匀各向同性湍流动力学方程式,即著名的Kármán-Howarth方程。1938年和1948年,G. I. Taylor和W. Heisenberg分别由关联函数和谱函数间的关系,给出了一维和三维湍谱,导出了K-H方程在谱空间的相应形式。由于N-S方程的非线性,以上导出的关联函数所满足的方程不封闭,只有在一些特殊情况下,这些方程才能近似求解。对于一般情形,围绕着如何使方程封闭,几十年来人们进行了大量的工作,其中包括采取各种人为的假定和近似,比如假定方程中的四阶关联函数为零。也有的将关联函数变换到谱空间,再对能谱变换函数作假定。在这些假定之上所得到的结果,有些与实验结果相吻合。

50年代以后,一些物理学家和数学家,分别应用物理学中的统计力学、量子力学、混沌等一些现代物理中的新概念和数学中的概率统计、泛函、拓扑、群论等现代数学工具,对湍流提出了一些其它理论模型,如1952年E. Hopf根据湍流脉动速度场的随机性,引进脉动速度场的分布泛函数和特征泛函数的概念,然后从连续性方程和N-S方程出发推导得到一个对特征泛函数是线性的积分微分方程,可惜该方程非常复杂,求解上发生很大困难。60年代有直接相互作用近似理论,由该理论推导出能谱函数和脉冲响应函数所满足的一组封闭的联立积分微分方程组,然而在推导时所包含的假设缺乏足够的依据,特别是在该理论中修改了N-S方程的形式,计算所得的结果又不满意,所以该理论一直没有被接受。60年代还有无穷级数理论,该理论把脉动速度这种随机场,用一组相互正交的由白噪声函数的Hermite多项式组成的理想随机函数作为它的基展开成无穷级数,然后根据N-S方程和连续性方程得到无穷级数的系数所满足的一组积分微分方程,再利用统计平均的方法找出相应的关联函数和能谱函数。由于该方法要解更复杂的积分微分方程,所以至今也没有得到满意的结果。

70年代有从气体分子运动论的微观角度出发,得到用来研究湍流运动的广义Boltzmann方程,然而从微观角度来研究属于宏观运动的湍流缺乏说服力。此外还有重正化群理论、统计动力学重复级串理论等,由于在不同程度上存在着欠缺,所以没有被很好地采纳应用。

### (二) 半经验理论

半经验理论着重研究湍流时均流的运动规律,它能给出工程应用中人们最感兴趣的一些物理量,具有很强的实用性。但是该理论不考虑湍流运动本身的特点,即脉动场的结构问题,回避了湍流运动的物理本质,因而在理论上不够完善。

在描述时均流的雷诺方程中包含一项二阶脉动速度关联函数,即雷诺应力项,正是该项使

得方程组不封闭。半经验理论就是通过理论、实验与经验的结合,引进适当的假设,建立二阶脉动速度关联项与时均量之间的关系,使方程组封闭便于求解。

1877年,Boussinesq在分子运动论思想的启发下,采用将流体微团与分子类比的方法,提出与分子粘性系数对应的涡团粘性系数,并用来表征湍流雷诺应力,其中的涡团粘性系数要由实验确定。虽然这一提法早于雷诺方程的出现,但却为后来在求解雷诺方程中半经验理论的出现奠定了基础。1925年,Prandtl在Boussinesq假设的基础上,引入与气体分子自由运动长度类似的湍流混合长度,并认为在该长度内,被运输的流体动量保持不变,进而给出了由混合长度和时均速度梯度表示的雷诺应力表达式,而雷诺应力正是雷诺方程中二阶脉动速度关联项与流体密度的乘积。1932年,Taylor在以前给出的在一定距离内,涡量在湍流交换过程中保持不变这一理论的基础上,提出了涡量转移理论,用一个涡旋混合长度取代普朗特的混合长度来表达雷诺应力,并认为在涡旋混合长度内,湍流输运时的涡量保持不变。以上两种理论中出现的混合长度都是未知数,只有引进一定的假设才能确定,为此Von Kármán试图通过对湍流场的假设来给出特征长度与时均流速间的关系,于是在1930年提出了局部运动相似理论,由假定脉动流速场相似,得到了雷诺应力表达式。

除此之外,还有一些其它理论,如将湍流场视为一个复杂的自振动体系,通过给出不同的脉动速度表达式,得到相应的一般形式的流场应力公式,形成了自振动理论。40年代,Reichardt根据已有的试验资料,采用归纳法,对自由湍流得出了便于求解的脉动关联量的线性方程,用来研究时均流的规律,被人们称之为归纳理论。

### (三) 湍流模式理论

半经验理论是用比较简单的代数式来建立时均速度和雷诺应力之间的关系,通常称为一阶封闭模式。这种模式只能用于较简单的流场,对于比较复杂的流场,必须引进高阶的封闭模式,这就是近几十年来发展起来的并且现在仍很重要的湍流模式理论。该理论有很强的工程实用意义,所以是湍流研究中一个很重要的部分。

早在50年代初,完整的雷诺应力模式就被提出,60年代以后,随着计算机技术和数值方法的迅速发展,各种各样的模式理论也相应产生。然而无论怎样的模式,它的形成都是在充分了解湍流现象的基础上,引出一系列假设,按照一定的原则实现的。这些假设包括:湍流量的扩散与该量的梯度成正比;所有湍流量均可由脉动速度、压力、密度、粘性系数、热扩散系数、脉动速度的二阶关联、脉动速度与脉动温度的二阶关联、湍流动能等量来表示;湍流尺度是湍流动能和湍流动量耗散率的函数;小涡是各向同性的,其尺度由湍流动能耗散率和粘性系数来表示。而一定的原则指的是:建立的模式必须满足张量的对称性、不变性和转置性,模式中出现的常数必须由实验确定。

目前比较常用的模式有雷诺应力模式、代数应力模式、湍流动能方程模式以及涡粘性模式。其中涡粘性模式和代数应力模式比较简单,在工程上应用甚广,雷诺应力模式最复杂,实用性不如其它模式,但却可用来计算简单模式不能胜任的复杂流场。

### (四) 其它一些理论和方法

随着各学科间相互渗透的日趋加强以及一些研究技术和设备的日益完善,近20年来又出现了不少新的湍流研究理论和方法,如60年代的直接干扰近似法;始于60年代末的剪切湍流的大涡结构理论以及该理论中所采用的三重分解法,即把湍流场分解为平均场、拟序场和完全随机场;70年代中期以来的分数维理论;70年代末发展起来的现代混沌理论等。虽然这些理论中有的只是研究其它领域中出现的与湍流可以相比拟的现象,但无疑对湍流的研究起到了促

进的作用。

### 三、湍流研究技术的发展

在计算机出现以前,湍流的计算只能对一些简单的流态经过近似简化后进行。在实验方面,本世纪 20 年代以前,只有测平均流速的毕托管,20 年代后,热线风速仪的出现使测量雷诺应力、湍谱、低于四阶的矩等量成为可能,但这种能由电模拟法测得的量还是不多,而且进一步发展比较困难。至于其它实验手段,如流场显示技术等,由于受其它配套设备的牵制,又只能给出定性结果,所以当时只能起参考作用。

计算机的出现,对湍流的研究是个很大的促进,提供了解决湍流问题的新途径。例如直接对 N-S 方程进行数值模拟,既可以避免由构造湍流模式带来的困难和误差,又可以提供流场中所有量的信息,给分析流场和发展新理论提供依据,还可以方便地通过对计算中某个量的控制,了解该量对流场的影响。另外,由计算机得到的数值解,经过图象处理后,能模仿实验室所得到的流动显示图案,既直观又方便。

由于计算机的容量和速度有限,既要使网格小到能描绘湍流的 Kolmogorov 微尺度,又要使网格多到能覆盖与平均运动特征尺度相当的最大涡,这在一般情况下是不可能的。所以到目前为止,直接数值模拟还只能计算较低  $Re$  数的简单湍流。为了暂时摆脱计算机能力的限制,一种折衷的办法相应产生,这就是亚格子封闭模型法。它的计算网格尺度没必要比 Kolmogorov 微尺度小,这就可以减少网格数。对于比网格尺度大的大涡运动,通过直接求解 N-S 方程得到,比网格尺度小的小涡运动对大涡运动的影响,仍采用建立模式的方法来模拟。该方法是建立在小涡运动接近于各向同性这一重要特征之上的,目前它已得到广泛的应用。谱方法也是直接计算 N-S 方程的一种方法,该方法应用快速 Fourier 变换,将物理空间的方程变换到谱空间求解,具有速度快,获得信息多的特点。

在实验方面,现在的计算机控制实验已起到重要的作用。热线风速仪配之以计算机采样和数据处理加工,加上数字滤波技术,以及离散快速 Fourier 变换等先进数学方法的出现,使得湍流实验有了重大突破。计算机控制实验不仅能很快地处理高频信号和大批数据,还能自动精确地校准探头、条件采样、多变量的同时记录和结构分类等等;它还能改进信号处理的精度,减少操作干扰。在复杂的实验中,计算机控制实验能消除实验中的某些偏移,探索细微的性质。

此外,70 年代出现的激光多普勒测速仪以及近 30 年迅速发展起来的流场显示技术,极大地丰富了湍流实验手段,拓宽了实验的功能。值得一提的是 90 年代出现的粒子图象速度场仪,这是超出单空间点的测量技术,能在瞬间测出几千乃至上万个点的速度,提供丰富的流动空间结构信息,有可能获得流动中的小尺度结构逼真的图象,兼备热线风速仪的精度和流动显示定性结果的能力。正像人们所知,实验已不再仅仅是验证理论的手段,而且成了指导新理论的有力工具。

# 第一章 流动稳定性

## 引言

早在上个世纪，人们就已经开始从数学的角度来研究流场从层流向湍流过渡的流动稳定性问题。由于当时对流场物理性质了解得不那么透彻，所以进展非常缓慢，只是到了本世纪的30年代才取得了突破，但当时毕竟受到计算能力等方面的限制，使得研究无法深入下去，所得的理论工作也缺乏说服力。后来 Prandtl 学派经过长时间的探索，才初步从理论上确定了层流向湍流过渡的临界雷诺数问题。接着 Dryden 等又通过实验，得到了和理论较吻合的实验资料；50年代，C. C. Lin 等对稳定性问题进行了全面的阐述，这样才形成了一个较为系统的理论体系。近几十年来，流动稳定性问题一直是流体力学领域研究的热点。

### 第一节 流动稳定性理论的基本概念和方法

#### 一、稳定性的一般概念

实际流场中总是会受到各种因素的影响，这些因素可以抽象为扰动的组合，所谓流动稳定性是指原来的流场引入扰动后引起变化的性质。如果流场受到扰动后能恢复到原来的形态，则称流动是稳定的，反之则是不稳定的。流动稳定性可用一个圆球移动后最终所在的位置来加以类比说明。如图 1-1 所示，当圆球处于状态(a) 时是无条件稳定的，因为无论给球施以多大的扰动，球都能回到原来所在的位置；处于(b) 状态时则是不稳定的，因为一旦圆球受到扰动产生微小位移后，就将离开原来的位置而一去不复返；处于(c) 状态属于中性稳定性，此时圆球无论受到何种扰动，最终将停在与初始相似的位置；(d) 状态对于小扰动是稳定的，而一旦扰动使圆球位移超过顶端时就变成不稳定了。在流场中，取代圆球的是由流体微团组成的流场，相应地就是流场在不同时刻的状态。研究流场稳定性的目的是为了探讨流场在不同扰动下的性质，弄清流场在什么扰动条件下是稳定或不稳定的。作为深一层次的研究还要搞清不稳定流场在失稳后各个阶段的流场特征以及不同阶段的转变机理。

流动稳定性既是一个理论问题又与工程实际密切相关，前者涉及到自然界中流体不同运动形态之间的相互转变；后者则是非常普遍的，例如大气波动的产生和发展、台风的形成、噪音的控制等等。在自然界中存在许多类型的流动稳定性问题，以下介绍其中典型的几种。

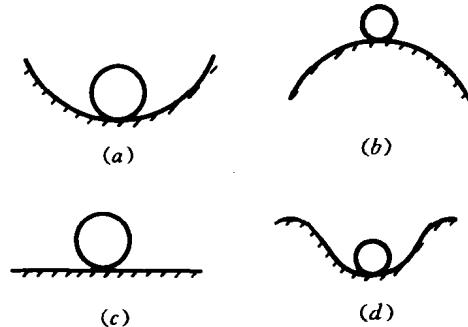


图 1-1 圆球的稳定性

## 二、Reynolds 实验

要叙述流动的稳定性不能不提一个经典而又重要的实验。1883 年, Reynolds 给出了圆管内不稳定流动的实验结果, 如图 1-2 所示。在圆管的人口处注入染料, 实验时在保持圆管直径  $D$  和水的粘性系数  $\nu$  不变的情况下, 改变圆管中水的平均速度  $U_0$ 。当  $D$ 、 $\nu$  和  $U_0$  所组成的雷诺数  $Re(U_0 D / \nu) < 2000$  时, 染上色的流条在圆管中延伸成为一条漂亮的直线(图 1-2(a))。这时管内流体速度呈抛物型分布, 水流在管内受到的阻力与平均速度成正比。当水的速度增加, 使  $Re$  数达到  $2000 \sim 13000$  时, 染色直线在下游某个位置破碎并与周围的流体混合使之都染上颜色(图 1-2(b)), 如果这时在电弧闪光下观察, 可以看到染料溶解在明显卷曲的显示出旋涡状的水中(图 1-2(c))。这些旋涡以几千赫兹的频率做三维运动, 此时流动成为无规则运动的湍流, 染料扩散至整个管内, 水流所受阻力与平均速度的平方成正比。

在以上例子中, 当  $Re$  数小于 2000 时, 原来的层流场在引入扰动后, 这些扰动逐渐衰减, 流场仍然能保持层流状态, 可见流场是稳定的。当  $Re$  数足够高时, 由管道人口或管壁所引起的小扰动会逐渐增长, 使原来的层流状态在扰动作用下不再保持层流, 那么原层流状态是不稳定的。

## 三、几个流动稳定性的基本概念

### 1) 基本流场

要分析流场的稳定性, 就必须有一个引入扰动前的层流场, 这一流场就称为基本流场。基本流场一般都认为是已知的, 它可能定常也可能非定常, 但都必须满足适当的方程和边界条件。

### 2) 稳定、中性稳定和不稳定

前面对圆球曾叙述了几种稳定性的概念, 对流场而言, 若一个基本流场受到轻微扰动, 该扰动逐渐衰减, 则称流场为稳定的; 若扰动以同样大小持续则称中性稳定; 若扰动增长以至使基本流场变成了另一种不同的层流场或湍流场, 则称流场是不稳定的, 后面将结合数学推导, 对不稳定流场给出进一步的描述。

### 3) 对流不稳定性和绝对不稳定性

通常将小扰动认为是由许多不同波长和频率的波叠加而成的。对一不稳定的流动, 在流场中某一局部的初始扰动不仅会增长而且还会传播。若扰动从一处传播开去时, 对于流场任一固定点而言虽有扰动, 但扰动始终很小, 则称这种不稳定性为对流不稳定性; 若在某些固定点上扰动会增长, 则称之为绝对不稳定性。

### 4) 线性稳定性理论

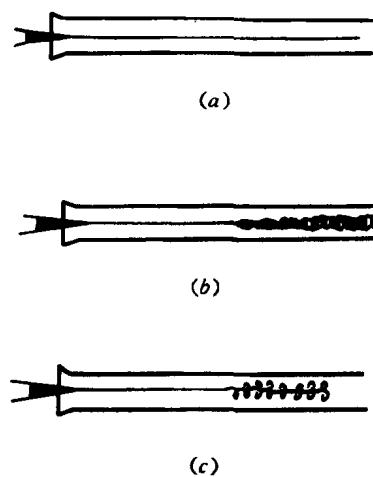


图 1-2 雷诺实验