GAOZHI GAOZHUAN CAIJINGLEI XILIE JIAOCAI

高职高专财经类系列教材

经济应用数学
——概率论与数理统计

Jingji Yingyong Shuxue

—— Gailülun yu Shuli Tongji

节存来 主编

重庆大学出版社

高职高专财经类系列教材

CAIJING

经济应用数学——概率论与数理统计

Jingji Yingyong Shuxue——Gailulun Yu ShuliTongji

节存来 \主　编

刘　琳 杜贻平 \副主编

重庆大学出版社

内容提要

本书是高职高专财经类系列教材《经济应用数学》的第三分册,内容分为两部分.第一部分为概率论,主要包括随机事件及其概率,随机变量及其概率分布、数学期望与方差;第二部分为数理统计,主要包括参数估计、参数的假设检验、单因素方差分析和一元线性回归分析.每章均有学习目标和小结,并配有丰富的例题,各章后面有适量的习题供大家练习(书末附有答案).

本书结构清晰、内容精练、通俗易懂,富有应用性,并力求启发性和趣味性.本书可作为高职高专院校、民办高校和成人高校财经类、管理类及相关专业的教材,也可供具有一定数学基础的同志自学或从事经济管理等相关工作的同志参考.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/节存来主编.—重庆:重庆大学出版社,2004.7
(高职高专财经类系列教材)
ISBN 7-5624-3130-2

Ⅰ.概...　Ⅱ.节...　Ⅲ.①概率论—高等学校:技术学校—教材
②数理统计—高等学校:技术学校—教材　Ⅳ.021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 040809 号

高职高专财经类系列教材
经济应用数学——概率论与数理统计
节存来　主　编
刘　琳　杜贻平　副主编
责任编辑:梁　涛　高鸿宽　　版式设计:梁　涛
责任校对:何建云　　责任印制:张立全

*

重庆大学出版社出版发行
出版人:张鸽盛
社址:重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A 区)内
邮编:400030
电话:(023) 65102378　65105781
传真:(023) 65103686　65105565
网址:http://www.cqup.com.cn
邮箱:fxk@cqup.com.cn(市场营销部)
全国新华书店经销
重庆科情印务有限公司印刷

*

开本:787×960　1/16　印张:10.75　字数:205 千
2004 年 7 月第 1 版　　2004 年 7 月第 1 次印刷
印数:1—5 000
ISBN 7-5624-3130-2/O·225　　定价:15.00 元

QIANYAN

前言

当今世界,各行各业不同工作岗位上的技术在不断地数学化.数学已不仅是一门科学、文化,还是一门技术.本书是为适应新时期高职高专院校财经类、管理类专业学生技能培养和文化素质教育的需要而编写的教材《经济应用数学》的第三分册,书中凝结了作者多年来讲授经济数学课程的经验和体会,并在编写过程中着重注意了以下几方面的问题:

第一,注意到"经济数学基础"是高职高专院校财经类、管理类专业学生的一门重要的基础课.按照教学大纲和课程标准的要求,本分册比较完整地介绍了概率论与数理统计的基础知识.其主要目的是培养学生的基本数学能力:运算能力、抽象概括能力、逻辑推理能力、空间想象能力、将实际问题转化为数学问题的能力以及自学能力等.

第二,注意到高职高专院校财经类、管理类学生的数学基础都较为薄弱.本分册内容始终贯彻循序渐进、由浅入深、通俗易懂的原则,删除了绝大部分理论证明,代之以思想方法的介绍.这样做不仅使教材更为简明,而且还使学生不会由于数学基础的不足而产生畏难情绪.本分册结构合理紧凑、语言简洁流畅便于学生自学.

第三,注意到"理论够用为度,着重实际操作和应用性"的原则.本分册不追求理论体系的完整性,尽可能地

做到以方法的阐述和实际操作为主线带动理论阐释，重在使学生掌握最基本的理论和实用方法；另外，本分册还选入了相当数量的具有使用价值的例题和习题，使学生真正体会到数学在现实生活和工作中是如何应用的，以激发学生学习数学的热情和兴趣，提高学生对数学的实际运用能力.

第四，对于重要的或难于理解的概念，尽可能由实例引入，以使学生对概念理解得深、理解得透，或使概念易于理解；对于重要的方法及时进行归纳总结，给出解题步骤；每章选入的丰富而难度适中的例题和习题将帮助学生更好地掌握所学知识；尤其是每章颇具特色的小结，绝不是知识点的简单罗列，它将使学生在每一章学完后，不仅知识更系统，还会使学生受它的启发而有新的收获.

第五，本书毕竟是一本数学教材，所以不失一般教材的科学性，具有较强的逻辑性，以及相对的严谨性.

我们希望通过对本教材的学习，学生能够获得他们未来学习、生活和工作所需的数学知识、数学技能以及数学的一些思想方法：如学会用随机的思想方法观察和分析世界，掌握数理统计学中的统计推理等.

本分册参考学时为44学时. 教师可以根据实际需要进行内容取舍，不必求全.

本分册由节存来担任主编，刘琳、杜贻平担任副主编，杨丽蓉、田慧竹参编. 其分工如下：河北工业职业技术学院节存来编写第1章、第3章3.1节、3.2节，河北交通职业技术学院刘琳编写第2章、第3章3.6节、3.7节，贵州省黔东南州民族职业技术学院林贻平编写第3章3.4节、3.5节，杨丽蓉编写第3章3.3节.

在此向参考文献的各位作者，向给予支持和帮助的河北工业职业技术学院的各位领导和同志们表示由衷的谢意.

由于时间仓促，更限于编者水平，书中难免有许多错误与不妥之处，恳请读者、专家批评指正.

编　者

2004年3月

MULU

目录

MULU

第 1 章
随机事件与概率

【学习目标】

1. 了解随机现象和随机试验,理解随机事件,掌握事件的关系及其基本运算.

2. 了解事件的频率,理解概率的统计定义,掌握概率的基本性质和概率的加法公式.

3. 理解古典概率的定义,会求较简单的古典概率.

4. 理解条件概率并掌握概率乘法公式,会用全概率公式,了解贝叶斯公式.

5. 理解事件独立性概念,掌握用事件独立性进行概率计算的方法.

6. 掌握贝努利概型,并会进行相关的概率计算.

概率论是研究随机现象统计规律的学科,是近代数学的一个重要组成部分,它在科学技术、工农业生产和经济管理工作中有着广泛的应用,同时也是数理统计的基础. 因此,掌握一些概率论的基本知识是十分必要的.

1.1 随机事件

1.1.1 随机现象与随机事件

(1)随机现象

客观世界中存在各种各样的现象,这些现象大体可分为两类. 一类是**确定性现象**,即在一定的条件下必然发生或必然不发生的现象. 例如:

1)"在标准大气压下,纯净水加热到 100 ℃时必然会沸腾";

2)"在一批合格的产品中任取一件必然不是废品";

3)"铁放在室温下,必然不能熔化".

另一类是**随机现象**,即在一定条件下,可能出现这样的结果,也可能出现那样的结果,而事先不能确定会出现哪种结果的现象. 例如:

4)"向上抛掷一枚均匀硬币,落下后可能是正面向上,也可能是反面向上";

5)"打靶练习中,一次射击命中的环数可能是$\{0,1,2,3,\cdots,10\}$中的任一个数";

6)"商店每天的顾客人数可能是$0,1,2,\cdots$".

随机现象出现哪种结果事先是不能预言的,呈现出偶然性. 但是,人们经过长期的实践和研究,发现随机现象的"偶然性"只是对一次或少数几次观察而言. 当在相同条件下进行大量重复观察时,它会呈现出某种规律性. 例如,"多次抛掷一枚均匀硬币得到正面向上的次数大约是抛掷总次数的一半". 通常把这种在大量观察中呈现出来的规律性,称为**随机现象的统计规律性**.

概率论与数理统计就是在数量关系上研究随机现象的统计规律性的一门近代数学学科,它与其他学科有着紧密的联系,并在国民经济各个领域有着广泛应用.

(2)随机事件

为了寻求随机现象的内在规律性,就要对它进行大量的重复观察.并把这样的观察或呈现随机现象的试验称为**随机试验**,简称**试验**.例如,"抛掷一枚硬币,观察正面或反面出现";"在某一单位时间内,记录某电话交换台收到电话呼唤的次数";"测试某工厂生产的一批晶体管的使用寿命"等等,这些都是随机试验.随机试验具有以下三个显著特点:

1)试验可在相同的条件下重复进行;

2)试验的所有可能结果不止一个,并且事先都是明确知道的;

3)每次试验总是出现这些可能结果中的一个,但在试验之前无法预言会出现哪一个.

在研究随机现象时,首先关心的是随机试验的结果,并把随机试验的每一个可能发生的结果称为**随机事件**,简称**事件**.通常用大写字母 A,B,C 等表示.

把随机试验的每一个可能发生且不能再分解的事件称为**基本事件**.由若干个基本事件组成的事件称为**复合事件**.因此,无论是基本事件还是复合事件都是随机事件.

例 1.1　连续两次抛掷一枚硬币,求该试验的基本事件的个数,写出所有的基本事件,并写出两个复合事件.

解　一枚硬币连掷两次是一个试验,每掷一次都有两个可能的结果:"正"或"反".于是,基本事件共有 4 个.它们是:

$A_1=\{正,正\}, A_2=\{正,反\}, A_3=\{反,正\}, A_4=\{反,反\}$

令事件 $B=\{$仅有一次出现正面向上$\}$, $C=\{$至少有一次出现正面向上$\}$.它们都是复合事件.

例 1.2　抛掷一枚硬币,写出它的所有基本事件并说明事件"出现正面次数不大于 1","出现正面次数大于 1"与试验的关系.

解　该试验的基本事件仅有两个:$A_1=\{$正面向上$\}$, $A_2=\{$反面向上$\}$.

令 $B=\{$出现正面次数不大于 1$\}$, $C=\{$出现正面次数大于 1$\}$,则 B 在每一次试验中都出现,C 在每一次试验中都不出现.故 B 是该试验的必然结果,C 是该试验的不可能结果.

把在每一次试验中都出现的事件称为**必然事件**,常用 Ω 表示;把在每一次试验中都不出现的事件称为**不可能事件**,常用 $\varnothing$ 表示.例 1.2 中 B 就是必然事件,C 就是不可能事件.必然事件和不可能事件的出现与否已失去了随机性,本质上已不是随机事件,但为了研究方便,仍然把它们当做随机事件,作为随机事件的两个极端情形.

(3)**样本空间**

用点集来研究事件间的关系比较方便. 如果把每一个基本事件看成一个点(元素),则全体基本事件就构成了一个点集(全集),并称这个点集为随机试验的**样本空间**,也常用字母 Ω 表示. 样本空间 Ω 中的每一个点,又称为**样本点**,都是基本事件,Ω 的每一个子集都是随机事件. 这样一来,就可以用集合的知识来描述随机事件了. 前面用全集 Ω 和空集 $\varnothing$(它们都是样本空间的子集)来分别表示必然事件和不可能事件,这是有道理的. 因为在每一次试验中,必有样本空间 Ω 中的某一个样本点发生. 故事件 Ω 在每次试验中一定发生,所以它是必然事件;又因为在每一次试验中不可能有空集 $\varnothing$ 中的点发生($\varnothing$ 中不含样本点),所以事件 $\varnothing$ 在每一次试验中一定不发生,故它是不可能事件.

例 1.3 从两件正品 a_1,a_2 和两件次品 b_1,b_2 中任取两件,写出该试验的样本空间 Ω,并指出事件"恰好有一件次品"是由哪些基本事件组成的.

解 从 4 件产品中任取 2 件的每一个组合是一个基本事件. 根据组合的知识,则有 $C_4^2=6$ 个基本事件,其样本空间为:

$$\Omega = \{(a_1,a_2),(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_2,b_1),(a_2,b_2),(b_1,b_2)\}$$

设 $A=\{$恰好有一件次品$\}$,则

$$A = \{(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_2,b_1),(a_2,b_2)\}.$$

例 1.4 记录某电话交换台在单位时间内收到的呼唤次数,写出试验的样本空间 Ω,并用 Ω 的子集表示下列事件:

$A=\{$单位时间内收到呼唤次数不大于 5$\}$;$B=\{$单位时间内收到呼唤次数不小于 2$\}$;

$C=\{$单位时间内收到呼唤次数小于 0$\}$;$D=\{$单位时间内收到呼唤次数恰为 5$\}$.

解 电话交换台在单位时间内收到呼唤次数的可能结果为 0 次,1 次,2 次,…. 若用 k 表示"单位时间内收到 k 次呼唤"这一基本事件,则试验的样本空间为 $\Omega=\{0,1,2,3,\cdots\}$. 因此,$A=\{0,1,2,3,4,5\}$,$B=\{2,3,\cdots\}$,$C=\varnothing$,$D=\{5\}$.

例 1.5 测试某厂生产的晶体管的使用寿命,写出其样本空间.

解 若用 x 表示"使用寿命为 x h",则样本空间为

$$\Omega = \{x \mid 0 \leqslant x < \infty\}$$

1.1.2　事件的关系与运算

因为随机事件可以看做样本空间 Ω 的一个子集，所以可以用集合的观点来讨论事件之间的关系.

为直观起见，事件间的关系与运算可借助图示. 图示方法通常是用平面上的某个矩形区域表示样本空间 Ω，而作为样本空间子集的事件则由其内部的圆形区域表示，必要时画上阴影予以标出.

例 1.6　在 1,2,3,…,9,10 十个数字中任取一个，观察其结果.

该试验的样本空间为

$$\Omega = \{1,2,3,\cdots,9,10\}$$

在这个试验中有许多随机事件，这里列举一些事件如下：

$A=\{$取到的数字为 6$\}$，$B=\{$取到的数字为偶数$\}$；

$C=\{$取到的数字为 2,4,6,8,10 中的一个$\}$；

$D=\{$取到的数字为 1,3,5 中的一个$\}$；

$E=\{$取到的数字为小于或等于 6$\}$，$F=\{$取到的数字大于 4$\}$.

下面在讨论事件间的关系与运算时，总假定样本空间 Ω 已经给定，所涉及的事件都是指同一试验中的事件，并利用例 1.6 中的事件作为具体的例子来说明.

(1) 包含关系

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称 B **包含** A 或 A **包含于** B，记为$B\supset A$或 $A\subset B$.

在例 1.6 中，若 $A=\{$取到的数字为 6$\}$，$B=\{$取到的数字为偶数$\}$，则 A 发生必然导致 B 发生. 故 $A\subset B$.

事件间的包含关系如图 1.1 所示.

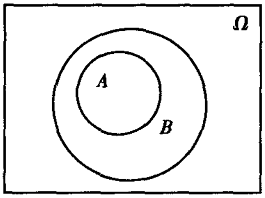

图 1.1

显然，对于任一事件 A，有$\varnothing\subset A\subset\Omega$.

如果 $B\supset A$ 和 $A\subset B$ 同时成立，则称事件 A 与 B **相等**，记为 $A=B$.

在例 1.6 中 $B=\{$取到的数字为偶数$\}$，$C=\{$取到的数字为 2,4,6,8,10 中的一个$\}$，显然有 $B=C$.

在集合观点下，事件 A 与 B 相等就是集合 A 等于集合 B，即 A,B 含有相同的样本点. 相等关系是包含关系的一个特例.

(2)事件的和(并)

由事件 A 与事件 B 至少有一个发生构成的事件,称为事件 A 与 B 的**和(或并)事件**. 记为 $A+B$ 或 $A\cup B$.

在例 1.6 中,$B=\{$取到的数字为偶数$\}$,$D=\{$取到的数字为 1,3,5 中的一个$\}$,则

$$B+D=\{\text{取到的数字为 }1,2,3,4,5,6,8,10\}$$

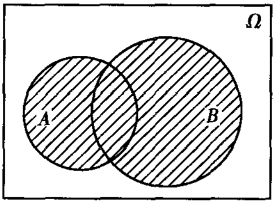

图 1.2

事件 A 与事件 B 的和 $A+B$ 可由图 1.2 中阴影部分说明.

和事件的概念可推广到有限多个事件的情形,事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生这一事件称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和(或并),记作

$$\sum_{i=1}^{n}A_i=A_1+A_2+\cdots+A_n$$

或 $$\bigcup_{i=1}^{n}A_i=A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$$

(3)事件的积(交)

由事件 A 与事件 B 同时发生构成的事件,称为事件 A 与 B 的**积(或交)事件**. 记为 AB 或 $A\cap B$.

在例 1.6 中,$B=\{$取到的数字为偶数$\}$,$F=\{$取到的数字大于 4$\}$,则

$$BF=\{\text{取到的数字为 }6,8,10\text{ 中的一个}\}$$

事件 A 与 B 的积的意义如图 1.3 中阴影部分所示.

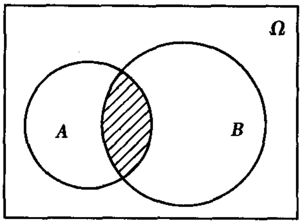

图 1.3

对于事件的和、积的运算及任一事件 A,B,C,借助集合论的知识可知下列等式成立:

1)交换律 $A+B=B+A$,$AB=BA$;

2)结合律 $(A+B)+C=A+(B+C)$,$(AB)C=A(BC)$;

3)分配律 $A(B+C)=AB+AC$,$A+BC=(A+B)(A+C)$;

4)包含关系 $AB\subset A\subset A+B$,$AB\subset B\subset A+B$.

另外,如果 $A\supset B$,则 $A+B=A$,$AB=B$.

特别地,有

$$A+\Omega=\Omega,A\Omega=A,A+\varnothing=A,A\varnothing=\varnothing.$$

积事件的概念可推广到有限多个事件的情形,事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生这一事件称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积(或交),记作

$$\prod_{i=1}^{n} A_i = A_1A_2\cdots A_n \text{ 或 } \bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$$

(4)事件的差

由事件 A 发生而事件 B 不发生构成的事件,称为事件 A 与 B 的差,记为 $A-B$.

在例 1.6 中,$C=\{$取到的数字为 2,4,6,8,10 中的一个$\}$,$E=\{$取到的数字为小于或等于 6$\}$,则 $C-E=\{$取到的数字为 8,10$\}$.

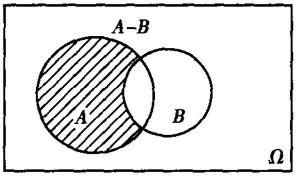

图 1.4

事件 A 与 B 的差的意义可如图 1.4 中阴影部分所示.

(5)事件的互不相容(互斥)

如果事件 A 与事件 B 不能同时发生,则称事件 A 与 B **互不相容**(或**互斥**). 即 $AB=\varnothing$.

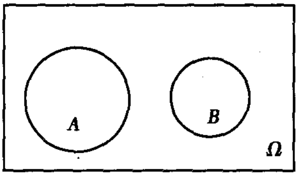

图 1.5

在例 1.6 中,$B=\{$取到的数字为偶数$\}$,$D=\{$取到的数字为1,3,5 中的一个$\}$,则 A 与 B 不能同时发生,它们是互不相容事件.

事件 A 与 B 互不相容的意义如图 1.5 所示.

如果 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容,即

$$A_iA_j = \varnothing(i \neq j,i,j = 1,2,\cdots,n)$$

则称这 n 个事件为**互不相容的事件组**. 如,所有的基本事件构成一个互不相容的事件组.

(6)事件的对立(互逆)

如果事件 A 与 B 满足:$A+B=\Omega,AB=\varnothing$,则称事件 A 与 B 为**互逆**(或**对立**)事件. 事件 A 的逆事件记作 $\overline{A}$,即 $B=\overline{A}$.

A 与 $\overline{A}$ 互相对立意味着在一次试验中,A 与 $\overline{A}$ 两者发生且只能发生其中之一. 事件 A 与 $\overline{A}$ 互相对立的意义如图 1.6 所示.

显然,若 A 与 B 互逆,则 A 与 B 互不相容.

在例 1.6 中,$B=\{$取到的数字为偶数$\}$,则 B 的逆事件 $\overline{B}=\{$取到的数字为奇数$\}$.

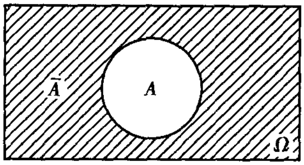

图 1.6

此外,借助以上几个直观图示,显然下面各等式是成立的:

1) $A\bar{A}=\varnothing, A+\bar{A}=\Omega, \bar{\bar{A}}=A$;

2) $A-B=A\bar{B}$;

3)(德·摩根律)$\overline{A+B}=\bar{A}\,\bar{B}, \overline{AB}=\bar{A}+\bar{B}$.

例 1.7 甲、乙两炮手同时向一架敌机炮击,各打一发炮弹,设 $A_1=\{$甲击中敌机$\}$,$A_2=\{$乙击中敌机$\}$,试用 A_1, A_2 及它们的逆事件表示下列各事件:

(1)$A=\{$敌机被击中$\}$;

(2)$B=\{$甲、乙都击中敌机$\}$;

(3)$C=\{$甲、乙都未击中敌机$\}$;

(4)$D=\{$有一人击中敌机$\}$.

并指出事件 A 与 B,A 与 C,B 与 C 各是什么关系,事件 B, C, D 的并是什么意义?

解 (1)$A=\{$敌机被击中$\}$表示事件 A_1, A_2 中至少有一个发生,则

$$A=A_1+A_2$$

(2)$B=\{$甲、乙都击中敌机$\}$表示 A_1, A_2 同时发生,则

$$B=A_1A_2$$

(3)$C=\{$甲、乙都未击中敌机$\}$表示 $\bar{A}_1, \bar{A}_2$ 同时发生,则

$$C=\bar{A}_1\,\bar{A}_2=\overline{A_1+A_2}$$

(4)$D=\{$有一人击中敌机$\}$表示 A_1 发生 A_2 不发生,或者 A_1 不发生 A_2 发生,则

$$D=A_1\bar{A}_2+\bar{A}_1A_2$$

以上分析可知

$$A\supset B, C=\bar{A}, BC=\varnothing, B+C+D=\Omega.$$

1.2 事件的概率

1.2.1 频率与概率

随机事件在一次试验中可能发生也可能不发生,结果事先无法准确预言. 但是,在相同条件下进行大量重复试验时,就会发现有规律性呈现出来,用数量来描述这种规律性,就要用到下面的概念.

(1)频率

定义 1.1　在一定条件下的 n 次重复试验中,如果事件 A 发生 m 次,则 $\frac{m}{n}$ 称为事件 A 的**频率**,记为 $f_n(A)$. 即

$$f_n(A) = \frac{m}{n}$$

显然,频率具有如下基本性质:

1)对于任一事件 A 有

$$0 \leqslant f_n(A) \leqslant 1$$

2)$f_n(\Omega) = 1, f_n(\varnothing) = 0$;

3)如果事件 A 与 B 互不相容,则

$$f_n(A + B) = f_n(A) + f_n(B)$$

例如,历史上有不少人进行过抛掷硬币的实验来观察"正面向上"这一事件发生的规律,如表 1.1 所示是试验结果的记录.

表 1.1　抛掷硬币试验结果记录表

试验者	投掷次数 n	正面向上次数	频　　率
德・摩根	2 048	1 061	0.518 1
蒲　　丰	4 040	2 048	0.506 9
K・皮尔逊	12 000	6 019	0.501 6
K・皮尔逊	24 000	12 012	0.500 5
维　　尼	30 000	14 994	0.499 98
罗曼夫斯基诺	800 640	394 155	0.492 3

又例如,有人利用电子计算机模拟"从 0,1,2,…,9 中任意取出一个数字"这一试验,观察事件"取出的是数字 1"发生的规律. 如表 1.2 所示列出了 10 个2 000次的观察结果.

表 1.2 计算机模拟观察结果表

观察次数	2 000	2 000	2 000	2 000	2 000
“1”出现的次数	194	203	218	185	212
频　　率	0.097 0	0.101 5	0.109 0	0.092 5	0.106 0
观察次数	2 000	2 000	2 000	2 000	2 000
“1”出现的次数	205	183	204	204	205
频　　率	0.102 5	0.091 5	0.102 0	0.102 0	0.102 5

从上面的试验记录可以看出，在多次重复试验中，同一事件发生的频率虽然并不完全相同，但却在一个确定的数值附近摆动，而呈现出一定的稳定性(前一例摆动于0.5附近，后一例摆动于0.1附近)，并且随着试验次数的增加，这种现象愈加显著. 这就是所谓的**频率的稳定性**. 频率的这种稳定性，揭示出随机事件发生的可能性有一定的大小可言：前一例频率稳定于0.5，表示“正面向上”这一事件发生的可能性为0.5，后一例频率稳定于0.1，表示“取出的是数字1”这一事件发生的可能性为0.1；即频率所摆动接近的这个数值就是对相应事件发生可能性大小的一个客观度量，称为相应事件的概率.

(2)概率

定义 1.2(概率的统计定义)　在大量重复实验中，如果事件A的频率稳定在某一确定的常数p附近，则把常数p称为随机事件A的**概率**，记为$P(A)=p$.

在投掷硬币的实验中，事件$A=\{$正面向上$\}$的频率稳定在0.5附近，所以$p=0.5$，即$P(A)=0.5$；而在计算机模拟观察试验中，事件$B=\{$取出的是数字1$\}$的频率稳定在0.1附近，所以$p=0.1$，即$P(B)=0.1$.

以上事例说明事件的概率是客观存在的，并且是事件自身固有的特性，但是在一般情况下，概率p是不可能用统计定义精确得到的，因为定义中的大量试验往往难以办到，并且即使办到，每次所得频率值也往往各异，无法找到精确的p值. 因此，在实际工作中，总是用一定数量试验下的频率作为概率的近似.