王迈迈图书品牌

按最新大纲精神修订
与最新考研题型接轨

数学三 数学四命题分析与应试策略
20套全真模拟试卷与详细解答

2006考研辅导系列

最新考研数学

数学三 数学四

全真模拟试题与详解

主编 阎国辉

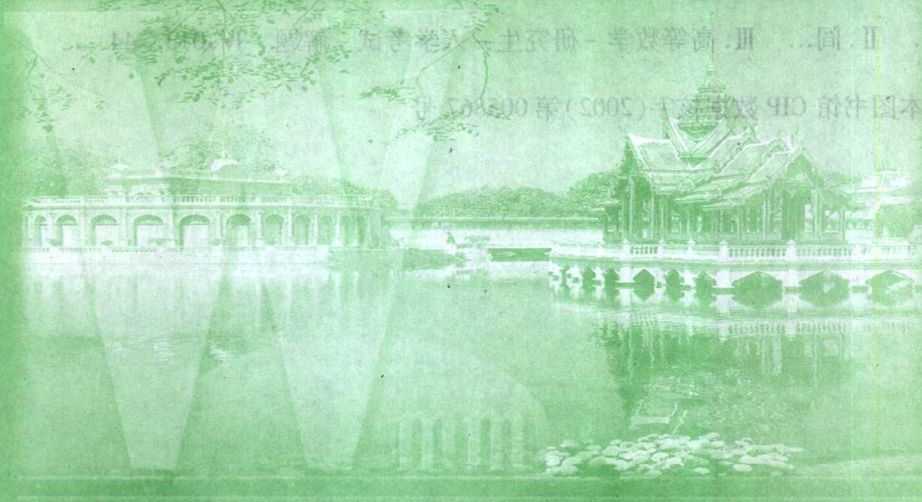
中国致公出版社

王迈迈图书品牌

按最新大纲精神修订
与最新考研题型接轨

数学三 数学四命题分析与应试策略
20套全真模拟试卷与详细解答

2006考研辅导系列



最新考研数学

数学三 数学四

全真模拟试题与详解

主编 阎国辉 副主编 黄文 编者 张宏志 吴春楼 吴纯

中国致公出版社

图书在版编目(CIP)数据

最新考研数学全真模拟试题与详解. 数学三、数学四/阎国辉主编. －北京：中国致公出版社，2002.1

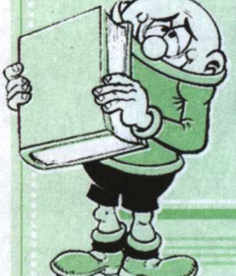
ISBN 7－80096－866－9

Ⅰ.最…　Ⅱ.阎…　Ⅲ.高等数学－研究生－入学考试－解题　Ⅳ.O13－44

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第005867号

中国致公出版社出版
新华书店经销
文字六〇三厂印刷
开本787×1092毫米 1/16　印张 14　字数 270千字
2005年3月第3版　2005年3月第1次印刷
印数1－10000册
ISBN 7－80096－866－9/G·678
定价：16.00元

始终坚持品牌领先战略，永远提供最新、最权威的考试信息是王迈迈英语十余年来畅销全国、领军同行、傲视群雄的根本原因，也是本套考研辅导系列丛书遵循的原则。



考研辅导丛书目录

研究生入学考试英语词汇手册
王迈迈考研英语辅导大全
逆序式最新考研英语词汇手册
幽默考研英语词汇
考研英语历年全真试卷与详解
最新考研英语阅读理解 160 篇
历年考研英语全真试题详细解答
最新考研英语 15 套全真模拟试题与详解
最新考研数学全真模拟试题与详解（数学一、数学二）
最新考研数学全真模拟试题与详解（数学三、数学四）
最新考研政治理论辅导

目录

第一部分

最新硕士研究生入学考试 数学三、数学四命题分析与应试策略

一、命题分析

1. 试卷结构分析

全国硕士研究生入学数学考试是为了招收工学、经济学、管理学硕士研究生实施的具有选拔功能的水平考试。其指导思想是既要有利于国家对高层次人才的选拔，也要有利于促进高等学校各类数学课程教学质量的提高。要求考生比较系统地理解数学的基本概念和基本理论，掌握数学的基本方法，要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

目前数学考试分为四个卷种，即数学一、数学二、数学三和数学四，其中数学三和数学四属于经济类考试，即适合于对数学要求较高或较低的经济学等专业。

从知识内容来看数学三、数学四考查三大板块，即高等数学、线性代数、概率论与数理统计。其中高等数学一般在试卷中有 13 题左右，分值约 74，占总分的 50%；线性代数和概率论与数理统计均为 5 个小题，分值都是 38 分，均占总分的 25%。

试卷从题型来说也有 3 大板块，即填空题、选择题、解答题。其中填空题共有 6 个小题，分值 24，均占总分的 16%；选择题共有 8 个，分值 32，约占总分的 21.3%；解答题有 9 个，分值 94，约占总分的 62.7%。

现列表如下：

数学试卷结构统计表

		高等数学	线性代数	概率论与数理统计	填空题	选择题	解答题	合计
数学三	题数	13	5	5	6	8	9	23
	分值	74	38	38	24	32	94	150
	比例	50%	25%	25%	16%	21.3%	62.7%	100%
数学四	题数	13	5	5	6	8	9	23
	分值	74	38	38	24	32	94	150
	比例	50%	25%	25%	16%	21.3%	62.7%	100%

2. 试卷特点分析

(1)试卷的综合性较强。从历年的试卷可看出，一道试题考察多个知识点，这就要求考生必须学会融合贯通，全面分析、熟练掌握和应用所学的知识。

(2)注重考察掌握概念的灵活性和计算的熟练程度。试题中有一定量的定量计算，定量计算对经济类的学生是非常必要的。考生如果要出色地完成试卷，就必须具有扎实的基本知识和熟练的计算能力。

(3)考察考生解题方法的多样性。数学解题过程是个体的思维能力作用于数学活动的心理过程，是一种思维活动。数学试题注意研究试题信息的配置，考虑从不同角度运用不同的思想方法，创设多条解题路径，使不同思维层次的考生都有表现的机会，从而有效地区分不同数学能力的考生。

(4)注重考生能力的考查。数学活动过程大量的是推理过程，人们在发展数学推理逻辑和推理方式的过程中也发展了自身抽象思维。通过多种推理方法的合理应用，培养学生思维的准确性，深刻性和灵活性；通过对推理过程的合理表述，考察学生思维的逻辑性、完整性和流畅性。

二、应试策略

· 不要局限于学习经济类数学教材

不少人认为,经济类考生只要学过经济类高等数学或参加过经济类数学辅导班就够了,其实这是误导!试卷三、四历年题目表明,除个别题目有一些经济术语之外,绝大部分题目的题型与试卷一相当,而数学上的难度不亚于试卷一。一个考生,如果有较好的理工科数学基础,解答试卷三、四将不会遇到任何困难,其成绩也一定会超过一般学大学经济管理类的考生。因此,少量的经济术语不会成为答卷障碍,少量涉及一些经济术语的题目,不过是一般理工科数学教学中的例题而已。如果考生只限于学习经济类数学教材,则必然距离考研要求相差甚远,达不到应有的应试水平。

· 把握大纲,重视基础

按照大纲准确把握数学的基本概念、基本方法、基本定理。数学是一门演绎的科学,靠侥幸押题是行不通的。只有深入理解基本概念,牢牢的记住基本定理和公式,才能找到解题的突破口和切入点。数学的概念和定理是组成数学试题的基本元件,数学思维过程离不开数学概念和定理,正确理解和掌握好数学概念、定理和方法是取得好成绩的基础和前提。

· 全面复习,抓住重点,多做练习

复习安排上要注意全面复习、抓住重点、多做练习。全面复习是基础,抓住重点是关键,多做练习是重中之重。

复习的前期阶段注重在全面复习的基础上掌握重点;复习的后期阶段则是抓住重点,照顾一般。重点可分为理论重点、现实重点、考试重点三个层次。因为数学学科的特点,多多实际动手练习是非常重要的,不要光看例题,看例题时似乎懂得了很多,但在考试时仍然会感觉无从下手。不要找难题、怪题,要针对基本知识点和基本原理多做练习,体会做题的思路和原理及知识点的应用。

· 做题要学会总结规律

做题到一定的阶段要注意总结,什么样的题目应该怎么做,做这种题目什么地方可能会出错,从各个角度加以归纳。不少考生都有这种困惑:很多题目看起来会做,实际动手又做不出来。出现这种情况的考生,在做题的时候不要急于看答案,自己先想一下,这个题应怎么做。如果你看完题目,马上就找答案,收获就不会大。再有一点,自己平时做题看书会发现一些容易使自己思路出错的题目,不妨拿个本子摘录下来,经常翻翻。

· 重视历年试题,把握考试规律

考研数学复习必须重视历年的考题,分析每年的考题。统计表明,每年的研究生入学考试高等数学内容较之前几年都有较大的重复率,有些考题或者改变某一数字,或改变一种说法,但解题的思路和所用到的知识点几乎一样。所以希望考生一是要注意年年考到的内容,对往年考题要全部消化巩固;二是注意那些多年没考到而大纲要求的内容,这样,通过对考研的试题类型、特点、思路进行系统的归纳总结,并做一定数量习题,有意识地重点解决解题思路问题。

· 通过做模拟试题发现薄弱环节

在精读复习完教材或数学复习指导类书后,要开始做模拟题。做模拟题之前要先纠正观念,不要寄希望于通过做模拟题碰上真题。通过做模拟题,可增加临场应变能力,发现自己的薄弱环节,然后再反过来有目的、有重点地重新复习教材或复习指导类书。调整复习方向,模拟题到底要做多少套,应根据自己的情况而定。我们建议做15~20套高质量的模拟试题。

同时要注意一点,数学模拟练习一定要掌握时间,严格按照题目要求来作题。有的同学在练习时一看题目,觉得会作,就不作了。直接看下一道,这样是不对的,因为数学题目是按解题步骤来给分的,况且不自己动手作一遍,时间上也不好掌握。只有平时养成良好的习惯,考试的时候才能做到心中有数,不至于张皇失措。

第二部分

最新硕士研究生入学考试

数学三、数学四全真模拟试卷

试卷一

得分	评卷人

一、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，把答案填在题中横线上）

(1) 差分方程 $y_{x+1}+2y_x=5x^2$ 的通解为______.

(2) 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin a+\sin\left(a+\dfrac{b}{n}\right)+\ldots+\sin\left(a+\dfrac{n-1}{n}b\right)}{n}$（$n$ 为正整数）______.

(3) 设 A 为三阶方阵 $A=[A_1,A_2,A_3]$，其中 $A_i(i=1,2,3)$ 为 3 维列向量，且 A 的行列式 $|A|=-2$，则行列式 $|-A_1-2A_2,2A_2+3A_3,-3A_3+2A_1|=$______.

(4) 已知 $A_1=\dfrac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-2\\-3&2\end{pmatrix}$，$A_2=\begin{pmatrix}1&1\\-1&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}A_1&0\\0&A_2^{-1}\end{pmatrix}$，$B^*$ 是 B 的伴随矩阵，则 $|B^*|=$______.

(5) 设随机变量 X 与 Y 相互独立，都服从参数为 n,p 的二项分布，则 $P\{\min(X,Y)=0\}=$______.

(6) 设 $y=\dfrac{x^3}{x^2-3x+2}$，则 $(y)^{(n)}=$______

得分	评卷人

二、选择题（本题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目的要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

(7) 设 $f(x)$ 为不恒为零的奇函数，且 $f'(0)$ 存在，则函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$

(A) 在 $x=0$ 处左极限不存在.　　(B) 有跳跃间断点 $x=0$.

(C) 在 $x=0$ 处右极限不存在.　　(D) 有可去间断点 $x=0$.　　[　　]

(8) 设可微函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 取得极小值，则下列结论正确的是

(A) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数等于零.

(B) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数大于零.

(C) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数小于零.

(D) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数不存在.　　[　　]

(9) 当 $x\to0^+$ 时，下列 4 个无穷小当中，哪一个是比其他三个更高阶的无穷小量？

(A) $x^3+\ln(1-x^3)$　　(B) $\int_0^{x^2}\sin t^2\mathrm{d}t$

(C) $\cos\sqrt{x^3}-e^{-\frac{x^3}{2}}$　　(D) $x-\sqrt[3]{\sin(x^3)}$　　[　　]

(10) 累次积分$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(\rho\cos\theta, \rho\cos\theta)\rho d\rho$ 可写成

(A) $\int_0^2 dy \int_0^y f(x,y)dx$　　(B) $\int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)dx$

(C) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$　　(D) $\int_0^1 dx \int_x^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$　　[　　]

(11) 已知三阶矩阵 A 的特征值是 0，±1，则下列结论中不正确的是

(A) 矩阵 A 是不可逆的　　(B) 矩阵 A 的主对角元素之和为 0

(C) 1 和 −1 所对应的特征向量是正交的　　(D) $Ax = 0$ 的基础解系由一个向量组成 [　　]

(12) 设 A 为 $m \times n$ 矩阵，B 为 $n \times m$ 矩阵，则当 $m > n$ 时，方阵 AB 的秩

(A) 大于 m　　(B) 等于 m

(C) 小于 m　　(D) 不小于 m　　[　　]

(13) 假设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，密度函数为 $f(x)$. 若 X 与 $-X$ 有相同的分布函数，则

(A) $F(x) = F(-x)$　　(B) $F(x) = -F(-x)$

(C) $f(x) = f(-x)$　　(D) $f(x) = -f(-x)$　　[　　]

(14) 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关，则结论正确的是

(A) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$ 线性无关

(B) $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$ 线性无关

(C) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$ 线性无关

(D) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$ 线性无关　　[　　]

三、解答题（本题共 9 小题，满分 94 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

得分	评卷人

(15)（本题满分 9 分）

设 $f(x) = \begin{cases} \ln x & x \geq 1 \\ x & x < 1 \end{cases}$，求$\int_0^x f(t-1)dt$

得分	评卷人

(16)（本题满分 8 分）

设某厂生产两种不同型号的元件，其成本为：甲种元件每件 5 元，乙种每件 6 元。若甲、乙两种元件的售价分别定为 x 元和 y 元，则甲元件的销量为 $Q_1 = 2500(y-x)$ 件，乙元件的销量为 $Q_2 = 32000 + 2500(x-2y)$ 件，问甲乙两元件如何定价，才可使利润最大？

得分	评卷人

(17)(本题满分 9 分)

设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义,对于任意的两个$x_1,x_2(x_1\neq x_2)$,恒有$|f(x_1)-f(x_2)|\leqslant(x_2-x_1)^2$,证明:①$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内可微;②$x\in(-\infty,+\infty)$上$f(x)$为常数.

得分	评卷人

(18)(本题满分 8 分)

求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^n\cdot n}x^{n-1}$的收敛域,并求其和函数。

得分	评卷人

(19)(本题满分 8 分)

计算二重积分$\iint\limits_D ye^x d\sigma$,其中$D$是由直线$x+y=2$,$x$轴以及曲线$y=x^2$围成的有界区域。

得分	评卷人

(20)(本题满分 13 分)

设线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2-x_3=1\\2x_1+(a+3)x_2-3x_3=3\\-2x_1+(a-1)x_2+bx_3=a-1\end{cases}$,问$a,b$为何值时,方程组无解,$a,b$为何值时方程组有唯一解,无穷多解,有解时,求出其全部解.

得分	评卷人

(21)（本题满分 13 分）

设 $a_1,a_2,...,a_n$ 均为实数，二次型 $f(x_1,x_2,...,x_n)=(x_1+a_1x_2)^2+(x_2+a_2x_3)^2+...+(x_{n-1}+a_{n-1}x_n)^2$，求该二次型正定条件。

得分	评卷人

(22)（本题满分 13 分）

假设某种商品一周的需要量 X 是一随机变量，其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} xe^{-x} & x>0 \\ 0 & x\leqslant 0 \end{cases}$$

假设各周对该商品的需要是相互独立的.

① 以 U_k 表示 k 周的需要量，求 U_2 和 U_3 的概率密度 $f_2(u)$ 和 $f_3(u)$，

② 以 Y 表示三周中各周需要量的最大值，求 Y 的概率密度 $f_Y(x)$.

得分	评卷人

(23)（本题满分 13 分）

设对某门统考课程，两个学校的考生成绩分别服从 $N(\mu_1,12^2)$，$N(\mu_2,14^2)$，现分别从两个学校随机抽取36位和49位考生的成绩，算得平均成绩分别为72分和78分，问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，两个学校考生的平均成绩是否有显著差异？并给出检验过程。

试卷二

得分	评卷人

一、填空题(本题共6小题,每小题4分,满分24分,把答案填在题中横线上.)

(1) 差分方程 $2y_{t+1}-y_t=3(\frac{1}{2})^t$ 的通解为______.

(2) 设 $y=\begin{cases}2\ln(1+x) & x>0\\ \sin 2x & x\leqslant 0\end{cases}$ 则 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}=$______.

(3) 四元方程组 $Ax=b$ 的三个解是 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$,若 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=(1,2,3,4)^T$,$\alpha_2+2\alpha_3=(3,4,5,6)^T$,秩 $r(A)=3$ 则此方程组的通解是______.

(4) 设矩阵 A,B 满足 $A^*BA=2BA-8E$,其中 $A=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-2&0\\0&0&1\end{bmatrix}$,$E$ 为单位矩阵,A^* 为 A 的伴随矩阵,则 $B=$______.

(5) 设随机变量 X 的概率密度为 $\varphi(x)=\begin{cases}\frac{3x^2}{A^3} & 0<x<A\\ 0 & 其他\end{cases}$,若 $P\{X>1\}=\frac{7}{8}$,则 $A=$______.

(6) 已知 $f(-x)=-f(x)$,且 $f'(-x_0)=k$,则 $f'(x_0)=$______.

得分	评卷人

二、选择题(本题共8小题,每小题4分,满分32分.每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目的要求,把所选项前的字母填在题后的括号内)

(7) 设 $P_n=\frac{a_n+|a_n|}{2}$,$q_n=\frac{a_n-|a_n|}{2}$,$n=1,2\cdots$,则下列命题正确的是

(A) 若 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 条件收敛,则 $\sum_{n=1}^{\infty}P_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}q_n$ 都收敛.

(B) 若 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 绝对收敛,则 $\sum_{n=1}^{\infty}P_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}q_n$ 都收敛.

(C) 若 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 条件收敛,则 $\sum_{n=1}^{\infty}P_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}q_n$ 的敛散性都不定.

(D) 若 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 绝对收敛,则 $\sum_{n=1}^{\infty}P_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}q_n$ 敛散性都不定.

[　　]

(8) 设三阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}a&b&b\\b&a&b\\b&b&a\end{bmatrix}$,若 A 的伴随矩阵的秩等于1,则必有

(A) $a=b$ 或 $a+2b=0$.　　(B) $a=b$ 或 $a+2b\neq 0$.

(C) $a\neq b$ 且 $a+2b=0$.　　(D) $a\neq b$ 且 $a+2b\neq 0$.

[　　]

(9) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续且存在二阶导函数,则下列有关 $f(x)$ 最大值的四个命题中哪一个是错误的。

(A) 如 $x_0\in(a,b)$ 且 $f'(x_0)\neq 0$,则 $f(x_0)$ 不是最大值

(B) 如 $x_0\in(a,b)$ 且 $f(x_0)$ 是最大值,则 $f'(x_0)=0$,$f''(x_0)<0$

(C) 如 $f'(B)<0$,则 $f(b)$ 不是最大值

(D) 如 $f(x)$ 在 (a,b) 中只有一个极大值 $f(x_0)$，没有极小值，则 $f(x_0)$ 是最大值

[ ]

(10) 设 $a=\int_0^1 e^{x^2}dx, b=\int_0^1 e^{(1-x)^2}dx$，则

(A) $a>b$　　(B) $a<b$　　(C) $a=b$　　(D) $b>e$　　[ ]

(11) 设三阶实矩阵 $A=(a_{ij})_{3\times 3}$ 满足条件：①$a_{33}=-1$；②$|A|=1$；③$a_{ij}=A_{ij}(i,j=1,2,3)$，其中 A_{ij} 是 a_{ij} 的代数余子式，则方程组 $A\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$ 的解是

(A) $\begin{bmatrix}3\\5\\2\end{bmatrix}$　　(B) $\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$　　(C) $\begin{bmatrix}0\\0\\-1\end{bmatrix}$　　(D) $\begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix}$

[ ]

(12) 设 $\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_s$ 和 $\beta_1,\beta_2,\dots\beta_t$ 为两个 n 维向量组，且秩$(\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_s)=$秩$(\beta_1,\beta_2,\dots\beta_t)=r$，则

(A) 两向量组等价

(B) 秩$(\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_s,\beta_1,\beta_2,\dots\beta_t)=r$

(C) 当 $\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_s$ 被 $\beta_1,\beta_2,\dots\beta_t$ 线性表出时，$\beta_1,\beta_2,\dots\beta_t$ 也可被 $\alpha_1,\alpha_2,\dots\alpha_s$ 线性表出

(D) 秩 $s=t$ 时两向量组等价

(13) 设随机变量 (Y_1,Y_2) 服从 $\mu_1,\mu_2,\sigma_1{}^2,\sigma_2{}^2,\rho$ 的二维正态分布，且 $\rho<0$，则以 Y_1 与 Y_2 的协方差矩阵 A 为系数的二元非齐次线性方程组 $AX=b$（b 是二维非零列向量）一定是

(A) 无解　　(B) 有无穷多解

(C) 有唯一解　　(D) 无法判定解的情况　　[ ]

其中 $A=\begin{bmatrix}DY_1 & \mathrm{cov}(Y_1,Y_2)\\ \mathrm{cov}(Y_1,Y_2) & DY_2\end{bmatrix}, x=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$

(14) 若 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\int_0^x (e^{x^2}-1)dx}{x^2}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 a 的值是

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) $\frac{1}{2}$　　[ ]

三、解答题（本题共 9 小题，满分 94 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

得分	评卷人

(15)（本题满分 9 分）

已知 $z=z(x,y)$ 满足 $x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=z^2$，设 $\begin{cases}u=x\\ v=\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\end{cases}, \varphi=\frac{1}{z}-\frac{1}{x}, \varphi=\varphi(u,v)$，求证：$\frac{\partial\varphi}{\partial u}=0$

得分	评卷人

(16)(本题满分 8 分)

已知生产 x 对汽车挡泥板的成本是 $C(x)=10+\sqrt{1+x^2}$(元),每对的售价为 5 元,于是销售 x 对的收入为 $R(x)=5x$.

① 出售 $x+1$ 对比出售 x 对所产生的利润增长额为 $I(x)=[R(x+1)-C(x+1)]-[R(x)-C(x)]$. 当生产稳定,产量很大时,这个增长额为 $\lim\limits_{x\to+\infty}I(x)$,试求这个极限值;

② 生产 $3x$ 对档泥板时,每对的平均成本为$\dfrac{C(x)}{x}$,同样当产品产量很大时,每对的成本大致是 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{C(x)}{x}$,试求这个极限值。

得分	评卷人

(17)(本题满分 9 分)

设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上具有连续的导函数,且存在 $c\in[a,b]$,使 $f'(c)=0$. 求证至少存在一点 $\xi\in(a,b)$,使 $f'(\xi)=\dfrac{f(\xi)-f(a)}{b-a}$.

得分	评卷人

(18)(本题满分 8 分)

求满足微分方程 $y^{(4)}-a^2y''=0$(a 为大于零的常数),且当 $x\to0$ 时,$y(x)$ 与 x^3 为等价无穷小的特解。

得分	评卷人

（19）（本题满分 8 分）

设函数 $f(x)$ 在〔0,1〕上连续，并设 $\int_0^1 f(x)\,dx = A$，求 $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)\,dy$.

得分	评卷人

（20）（本题满分 13 分）

证明：① 若 A 可逆，且 $A \sim B$，则 $A^* \sim B^*$

② 若 $A \sim B$，试证存在可逆矩阵 P，使 $AP \sim BP$.

得分	评卷人

(21)（本题满分 13 分）

已知 λ_0 是 $A=\begin{bmatrix}1 & a & -3\\ -1 & 4 & -3\\ 1 & -2 & 5\end{bmatrix}$ 的二重特征值，求 a 与 λ_0 的值，判断 A 是否能相似对角化，并说明理由。

得分	评卷人

(22)（本题满分 13 分）

设随机变量 (X_1,X_2) 服从二维正态分布，$EX_1=EX_2=0,DX_1=DX_2=1,X_2$ 与 X_2 的相关系数为 ρ. 令 $X=X_1-X_2$，试确定概率 $P\{X\leqslant 1\}$ 的取值范围.

得分	评卷人

(23)（本题满分 13 分）

设总体 X 在 $(\mu-\rho,\mu+\rho)$ 上服从均匀分布，试用矩法求未知参数 μ 及 ρ 的估计，它们是否具有一致性？证明你的结论.