总主编 吴万用 王永珊

Mathematics

课标时代de学

初三几何

本册主编 金至涛

KEBIAOSHIDAI 课标时代

KBSD

云南教育出版社

KBSDDX

课标时代de学

初三几何

教与学示范

● 本册主编　金至涛
● 编　　者　金至涛　许金玲
　　　　　　白鹤翔

云南教育出版社

图书在版编目(CIP)数据
课标时代de学. 初三几何/金至涛主编. —昆明:云南教育出版社,2004.5

Ⅰ.课… Ⅱ.金… Ⅲ.几何课—初中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第032597号

课标时代de学
初三几何

责任编辑:何 醒 张可存
策 划:何 醒 王永珊
装帧设计:五明设计 王 毅
可铭堂艺术工作室+凌子
出版发行:云南教育出版社
社 址:昆明市环城西路609号
经 销:全国新华书店
印 刷:辽宁美术印刷厂
开 本:890mm×1240mm 1/32
印 张:10
字 数:320千字
版 次:2004年6月第1版
印 次:2004年6月第1次印刷
印 数:1—15 000册
书 号:ISBN7-5415-2543-X/G·2046
定 价:12.00元

KBSDDX

课标时代de学丛书

编委会

KBSDDX

致读者

一直有个浓浓的愿望，想给我们可爱的中学生朋友出版一套可以对学习有帮助又对成长有启示的书，让大家既学到知识，又学会思考，学会交流，学会应用，学会实践，在感受到学习是愉快的而不是负担的同时，收获丰硕的学习成果……这套《课标时代 de 学》将让这个美好的愿望成为现实。

学习需要悟性，当你会学的时候，一切都变得轻松简单，让我们远离题海战术，一起尝试新的学习方式吧!

读了这套丛书，你将在获得知识的同时，学会学习，一生受益，成为一个有价值的人。

KBSDDX

前言

跨入21世纪，国家教育部颁布的《国家基础教育课程改革指导纲要》及制订的各门课程的课程标准，以其先进的教育理念宣告我国基础教育进入新的时代——“课标时代”。“课标时代”对教学的目标要求是：加强课程内容与学生生活及现代社会科技发展的联系，关注学生的学习兴趣和经验；使学生获得终身学习必备的基础知识和基本技能的过程，同时成为学会学习和形成正确价值观的过程；倡导学生主动参与，乐于探究，勤于动手；培养学生搜集和处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力，以及交流与合作的能力。《课标时代de学》正是基于实现这一教学目标而组织编辑出版的，它是出版工作者与全国众多优秀教师集体智慧的结晶，是为推进这种先进教育理念的深入和课程思想的实现而做的大胆而有益的尝试。

《课标时代de学》体例设计先进、科学，具有鲜明的时代特征。

KBSDDX

《课标时代 de 学》让学生学会学习。丛书依据“学习内容”和“学习过程”将每节课设计成“学什么”和“怎样学”相辅相成的两大板块，它摒弃机械灌输的知识传授模式，将学习探究过程引入助学读物，让学生在学会知识的同时学会学习。

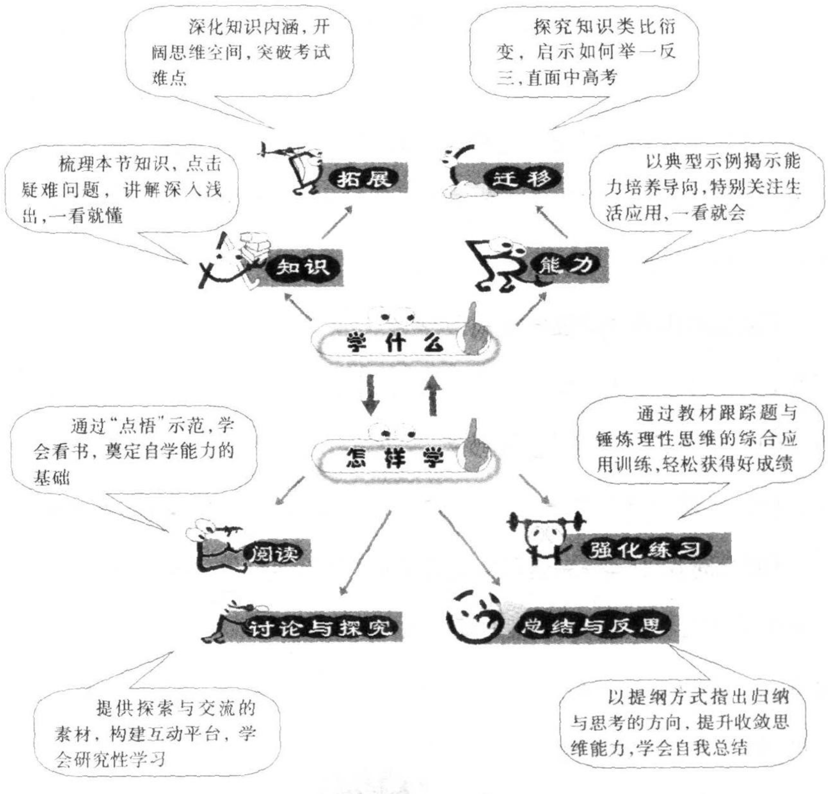
《课标时代 de 学》让学生自主学习。丛书突出学生的主体地位，作者只是引导读者走进学习乐园的向导。丛书通过“点悟”、“点评”、“提示”等画外音与学生互动交流，点到为止，授人以渔。

《课标时代 de 学》让学生高效学习。丛书体例设计符合学生的认知规律，学习内容与学习过程循序渐进，科学高效。“学什么”包括知识、能力、迁移、拓展，“怎样学”包括阅读、讨论与探究、总结与反思、强化练习，单元(章末)综合练习包括基础题、综合题、创新题、中(高)考题、竞赛题。

《课标时代 de 学》完全可以让学生获得好成绩。只要认真研读丛书，按照新的学习方式去学习，就会轻轻松松提高学习成绩。丛书还特别关注中(高)考的最新趋向，尤其是“迁移”、“拓展”栏目及“能力”中的“生活应用”都是中高考的命题点或命题方向，将对备考提供莫大帮助。

KBSDDX

导读示意图



KBSDDX

目录

6

第六章　解直角三角形

知识链接

- 直角三角形
  - 边与边关系——勾股定理
  - 角与角关系——两锐角互余
  - 角与边关系
    - 正弦
    - 余弦
    - 正切
    - 余切
  - 应用

本章内容属于三角学．中学数学把三角学内容分成两部分．第一部分归入初中阶段，就是本章的解直角三角形．第二部分是三角学内容的主体部分，包括解斜三角形、三角函数、反三角函数和三角方程，将归入高中阶段，第一部分是第二部分的必要基础，只有学好锐角三角函数和直角三角形的解法，才能继续学习三角函数和斜三角形的解法．

本章的重点是锐角三角函数的概念和直角三角形的解法．特殊锐角与其三角函数值之间的对应关系也很重要，应当牢记，即：已知特殊锐角，说出它的四个三角函数值；反过来，已知特殊锐角的三角函数值，说出这个角的度数．

锐角三角函数的概念，既是本章的难点，也是学好本章的关键．

目标要求

1. 了解锐角三角函数的概念，能够正确地应用 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$, $\cot A$ 表示直角三角形(其中一个锐角为 $\angle A$)中两边的比．熟记 $0°$，$30°$，$45°$，$60°$，$90°$角的各个三角函数值，会解含有这三个特殊锐角的三角函数值的算式，会由一个特殊锐角的三角函数值说出这个角．

2. 会用计算器求锐角三角函数值和由锐角三角函数值求锐角．

3. 理解直角三角形中边、角之间的关系，会运用勾股定理、直角三角形的两个锐角互余及锐角三角函数解直角三角形，并会用解直角三角形的有关知识来解某些简单的实际问题(包括一些能用直角三角形解的斜三角形问题)，从而进一步把数和形结合起来．

一　锐角三角函数

6.1　正弦和余弦

学什么

知识

1. 正弦和余弦的定义

如图 6-1，在△ABC 中，∠C 为直角，我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫做∠A 的正弦，记作 $\sin A$，即 $\sin A=\dfrac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\dfrac{a}{c}$.

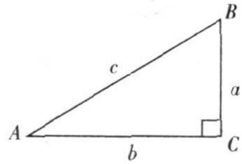


图 6-1

我们把锐角 A 的邻边与斜边的比叫做∠A 的余弦，记作 $\cos A$，即 $\cos A=\dfrac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}=\dfrac{b}{c}$.

注意：(1)"$\sin A$"和"$\cos A$"都是一个完整的记号，不能理解为 sin 与 A，cos 与 A 的积；

(2)正弦和余弦的定义都是在直角三角形中给出的，应用时避免对任意三角形随便套用定义．

2. 0°、30°、45°、60°、90°角的正弦值、余弦值

根据正弦和余弦定义，结合图 6-2，可得到如下几个常用的特殊角的正弦值和余弦值：

(1) $\sin30^\circ=\dfrac{1}{2}$, $\sin45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

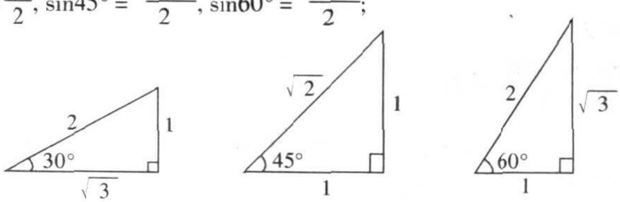


图 6-2

(2) $\cos30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos60^\circ=\dfrac{1}{2}$.

规定 $\sin0^\circ=0$, $\sin90^\circ=1$, $\cos0^\circ=1$, $\cos90^\circ=0$.

3. 互为余角的正弦和余弦之间的关系

设 A 为锐角则　$\sin A=\cos(90^\circ-A)$,

$\cos A=\sin(90^\circ-A)$

即，任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值.

注意：此结论适合于两个角互为余角的情况，它们不一定是同一直角三角形中的两个锐角.

4. 同角的正弦和余弦之间的关系

$\sin^2A+\cos^2A=1$（A 为锐角）

即，同一锐角的正弦和余弦的平方和等于 1.

能力

1. 培养判断能力

例　下面四个语句：① $\cos A$ 表示角 A 与符号 cos 的乘积；②若 $\angle B$ 为锐角，则 $\sin B$ 是一个任意正数；③若 α 为锐角，则 α 的正弦值和余弦值均为固定值；④ $\sin^2 75^\circ+\sin^2 15^\circ=1$.

其中正确的个数为　（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

解　正确的选项为 A。

本题主要考查正弦、余弦的概念，互为余角的正弦和余弦之间的关系以及同角的正弦和余弦之间的关系．①错，因为 $\cos A$ 是余弦的数学表达符号，是一个整体，不能看成 $\cos\cdot A$；②、③错，在直角三角形中，正弦、余弦分别是直角三形中两直角边与斜边的比值，只有当锐角 B 和 α 确定后，这些比值才都是固定值而不是任意正数；④正确，因为 $\sin 15^\circ=\cos 75^\circ$，故选 A.

点评

2. 培养计算能力

例　计算 $\dfrac{\sin 60^\circ+\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ-\sin 30^\circ}$ 的结果为　（　　）

A. -1　　B. $2-\sqrt{3}$　　C. 0　　D. $2+\sqrt{3}$

解　正确选项为 D。

〔**点评**　本题考查特殊角的正弦值、余弦值及计算，解题的关键是记住特殊角的正弦值、余弦值.〕

迁移

正弦、余弦的概念，是本章的起点，它与我们学过的勾股定理和直角三角形的性质

有着密切的联系，同时又是重点、难点、关键．它是全章知识的基础，对今后的学习或工作都十分重要．

拓展

例 1　求适合下列条件的锐角：

(1)$\cos 3\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$；　　　　(2)$2\sin(\alpha-20°)=\sqrt{3}$.

分析：从特殊角的正弦值和余弦值入手，按角与函数值的对应关系先整体求出 3α 与 $\alpha-20°$的大小．

解　(1)因为 $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $3\alpha=30°$,

所以 $\alpha=10°$.

(2)因为 $2\sin(\alpha-20°)=\sqrt{3}$.

所以 $\sin(\alpha-20°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

因为 $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

所以 $\alpha-20°=60°$,

所以 $\alpha=80°$.

例 2　已知：$\angle A$、$\angle B$ 为两个锐角，且 $\sin A$ 是方程 $6x^2-11x+3=0$ 的根，$\cos B$ 是方程 $6x^2-x-2=0$ 的根，求 $\sin^2 A+\cos^2 B$ 的值．

解　解方程 $6x^2-11x+3=0$，得 $x_1=\frac{1}{3}$, $x_2=\frac{3}{2}$,

因为$\angle A$ 为锐角，所以 $0<\sin A<1$, 所以 $\sin A=\frac{1}{3}$,

又方程 $6x^2-x-2=0$ 的根为 $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{2}{3}$.

因为$\angle B$ 为锐角，所以 $0<\cos B<1$, 所以 $\cos B=\frac{2}{3}$.

所以 $\sin^2 A+\cos^2 B=(\frac{1}{3})^2+(\frac{2}{3})^2=\frac{5}{9}$.

注意：与一元二次方程结合的问题会出现两解情形，要根据三角函数的几何性质进行检验排除多余解．

怎样学

阅读

阅读教材节选

“……如图 6-3, 在△ABC 中，∠C 为直角，我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫做∠A 的正弦，记作 $\sin A$, 即

$$\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}.$$

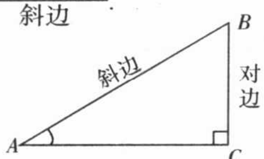


图 6-3

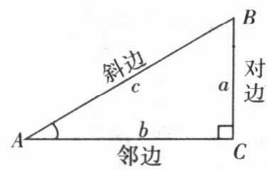


图 6-4

如图 6-4，在△ABC 中，∠C 为直角，我们把锐角 A 邻边与斜边的比叫做∠A 的余弦，记作 $\cos A$, 即

$$\cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}.\text{”}$$

> $\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}$实质是一个比值，没有单位，它只与∠$A$ 的大小有关，而与三角形的边长无关．
>
> **点悟**

阅读示范题

例 1 求下列各式的值：

(1) $\sin30°+\cos30°$;

(2) $\sqrt{2}\sin45°-\frac{1}{2}\cos60°$.

解 (1) $\sin30°+\cos30°$

$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$;

(2) $\sqrt{2}\sin45°-\frac{1}{2}\cos60°$

$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{3}{4}$.

> **点悟**
>
> 本题主要考查特殊角三角函数值计算，只要牢记 30°、45°、60°特殊角三角函数值即可算出．

例 2 计算 $\sin62°\cos°28°+\cos62°\cdot\sin28°$的值

解 因为 $\sin62°=\sin(90°-28°)=\cos28°$,

$\cos 62° = \cos(90° - 28°) = \sin 28°$.

所以 $\sin 62° \cos 28° + \cos 62° \sin 28° = \cos^2 28° + \sin^2 28° = 1$.

〔**点悟**　公式 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 的应用比较广泛，应牢记．〕

讨论与探究

1. 在 Rt△ ABC 中，各边的长都扩大了 4 倍，那么下列关于锐角 A 的正弦值的说法错误的是　（　　）

A. 扩大了 4 倍　　B. 缩小了 4 倍

C. 没有变化　　D. 不能确定

解　正确选项为 C.

该题之所以易错选 A 其原因是对角的正弦定义产生的过程没有正确理解所致，根据正弦定义，结合“各边都扩大 4 倍”的信息从而联系相似三角形的相关知识综合分析，即可知选 C.

点评

2. 判断 $\sin 20° + \sin 40° = \sin 60°$是否正确．

解　不正确

〔**点评**　错误地认为：若 $40° + 20° = 60°$，则有 $\sin 20° + \sin 40° = \sin 60°$成立，正确答案应是：不正确．〕

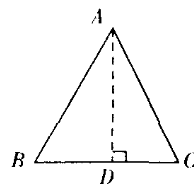


图 6-5

3. 化简 $\sqrt{(\sin\alpha - 1)^2}$（$\alpha$ 为锐角）会出现什么错解？

解　错解：　$\sqrt{(\sin\alpha - 1)^2} = |\sin\alpha - 1| = \sin\alpha - 1$.

〔**点评**　因为当 $0° < \alpha < 90°$时，$0 < \sin\alpha < 1$ 所以 $\sin\alpha - 1 < 0$，所以 $\sqrt{(\sin\alpha - 1)^2} = 1 - \sin\alpha$.〕

4. 等腰三角形底边长 10，周长 36，那么关于底角的余弦会错选哪一项　（　　）

A. $\frac{5}{13}$　　B. $\frac{12}{13}$　　C. $\frac{10}{13}$　　D. $\frac{5}{12}$

解　错解：腰长 $= \frac{36 - 10}{2} = 13$. 底角的余弦 $= \frac{10}{13}$ 故选 C.

错因主要是忽视了该三角形不是直角三角形．

正确解答：如图 6-5，△ ABC 是等腰三角形，底边 $BC = 10$，过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D，则 $BD = \frac{1}{2} BC = 5$. $\therefore AB = AC = 13$

在 Rt△ ABD 中，$\cos B = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{13}$.

点评

总结与反思

1. 本节哪些知识点应理解掌握?其中哪个知识点最难?

正弦和余弦的定义,30°、45°、60°角的正弦、余弦值,正弦、余弦间的关系,其中,对正弦、余弦的定义的理解最难.

提示

2. 本节在能力方面有哪些要求?

(1)了解正弦和余弦的概念,能正确地应用 $\sin\alpha$ 和 $\cos\alpha$ 表示直角三角形中两边的比;(2)熟记 30°、45°、60°角的正弦和余弦的三角函数值;(3)掌握互余两角的正弦和余弦的关系式;(4)掌握同角的正弦和余弦的关系式.

提示

强化练习

教材跟踪练习

1. 在△ABC 中,∠$C=90°$, $AC=5$, $AB=13$, 则 $\cos B$ 的值等于 ( )

A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $\frac{10}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

2. 在△ABC 中,∠$C=90°$,则下列式子中正确的是 ( )

A. $\sin B=\cos B$ B. $\sin A=\cos B$

C. $\cos A=\cos B$ D. 以上都不对

3. 在△ABC 中,∠$C=90°$,∠$A=30°$,则 $\sin A+\cos B$ 的值为 ( )

A. 1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

4. 已知 α 为锐角,且 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$,则 $\sin(90°-\alpha)$的值为 ( )

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $\frac{16}{25}$