金牌教练

朱华伟 编著

高中

数学精典题解与评注

权威性

启迪性

针对性

XINKEBIAOXINAOSHU

珠海出版社

高一卷

责任编辑：王大凡

封面设计：李 翔

朱华伟 博士研究生，特级教师，中国数学会奥林匹克委员会委员，全国华罗庚金杯赛主试委员会委员，中国数学奥林匹克高级教练，中国数学奥林匹克（珠海）培训中心主任，享受国务院政府特殊津贴的数学专家。曾担任1996年汉城国际数学竞赛中国队教练，取得团体冠军和两枚金牌、一枚银牌、一枚铜牌的佳绩。多次担任国际数学奥林匹克中国队教练，曾任全国高中数学联赛命题组成员。连续四届担任全国华罗庚金杯赛武汉队主教练，取得团体冠军，共辅导12名学生获金牌，获全国华罗庚金杯赛金牌教练奖和伯乐奖。

ISBN 7-80689-264-8

9 787806 892640 >

ISBN 7-80689-264-8

G·311 定价：16.00元

高中数学精典题解与评注

高一卷

主编　朱华伟

珠海出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学精典题解与评注.高一/朱华伟主编.—珠海:珠海出版社,2004.8

ISBN7-80689-264-8

Ⅰ.高…　Ⅱ.朱…　Ⅲ.数学课—高中—解题　Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 070102 号

高中数学精典题解与评注(高一)

作　　者:朱华伟
终　　审:李向群
责任编辑:王大凡
封面设计:李　翔

出版发行:珠海出版社
地　　址:珠海市银桦路 566 号报业大厦 3 层
电　　话:0756-2639346　邮政编码:519001
邮　　购:0756-2639344　2639345　2639346
网　　址:www.zhcbs.com
E-mail:zhcbs@zhcbs.com

印　　刷:武汉市精彩印务有限公司
开　　本:890×1240　1/32
印　　张:14　字数:384 千字
版　　次:2004 年 8 月第 1 版
　　　　2004 年 8 月第 1 次印刷
印　　数:1-30000 册
书　　号:ISBN7-80689-264-8/G·311
定　　价:16 元

本书作者简介

朱华伟 博士研究生，特级教师，广州大学教育软件研究所副研究员，中国数学奥林匹克委员会委员，中国数学奥林匹克高级教练。

李小平 教育学博士，南京师范大学教育科学院博士后，发表教育学、创造学及数学教育论文30余篇。

王池富 教育硕士，武汉二中特级教师、党委书记，享受武汉市政府特殊津贴的专家。

孔　峰 教育硕士，武汉市教研室特级教师。

朱　晓 教育硕士，武汉市外国语学校高级讲师。

刘箭飞 教育硕士，武汉六中高级教师，国家级骨干教师培训班学员。

李景华 中国科学院博士研究生，北京市数学奥林匹克学校教练。

王艳艳 武汉市十一中高级教师，武汉市硚口区学科带头人。

前 言

学习数学必须演算大量的习题，但面对浩如烟海的辅导资料，遴选哪些习题给学生演练，才能既固根正本，有利于形成熟练的技能，又能培养学生的数学思维能力；对选定的题目从何处入手分析，怎样分析既符合学生知识水平现状，顺应学生已有知识结构，又有 利于培养学生举一反三触类旁通的能力；对同类习题分析解答之后如何归纳提炼出隐藏在字里行间的思想方法，以便学生形成解决问题的策略知识……这些都是数学教育工作者、家长和学生急需解决的问题。基于上述考虑，经过认真研究，我们组织学有特长教有特色研有成果的几位同仁精心编撰了这套《高中数学精典题解与评注》丛书，这部丛书具有以下几方面的特色：

1. **编排体系新颖** 本书章节按新的高中数学教学大纲设置，以新编高中数学教材为依据，体现了依纲据本的原则。

2. **题目选择精当** 本书所选题目体现了典型性、新颖性、示范性、培养性和研究性，本书所遴选题目既有传统佳题，又有全国各地近几年涌现的好题，还有作者根据自己的教学实践和科研内容编撰的部分新题，这些题目涵盖了高中阶段所有的数学知识点，从这些题目中可以体会到如何深刻理解基本概念，如何牢固掌握基础知识、基本思想和方法，如何有效地培养学生应用所学数学知识解决实际问题的能力。另外，从部分自编新题中可以领略到数学问题是如何形成和提出完善的，它所渗透的创造性思维能力的培养正是目前数学教育界研究的热点问题。

3. **分析与解答讲究启蒙** 如何审题，思维从何处切入最适合学生实际，如何沟通已知与未知间的联系，思维障碍之处如何进行有效的预防和排除等，正是培养学生的高素质和能力的关键之着，也是当今教育

界正在深入探讨和研究的问题，本书对所选题目的分析与解答，注重启迪性，融解题指导与思维训练于一体，突出引导学生抓住关键、理清思路、沟通联系、学会转化，通过暴露解题思维中的启动与定向联系与转化，回顾与推广等环节，强化思维训练，突出数学思想方法的作用。

4. **问题评注有特色** 本书中很多题下有评注，这些评注的作用是对某些问题通过评注阐述分析与解答过程中意犹未尽之处，意欲画龙点睛，对可进一步深入研究的问题通过评注予以拓展引伸，意在引导学生去创造；对一题多解问题，通过评注提出相关问题，沟通特技与通法间的联系。总之，评注的目的在于，一方面提示问题的背景和来源，另一方面训练学生通过类比转化发现解决问题的思路及合理猜测提出新问题的技巧，希望学生不仅知其然，更知其所以然，以期达到授之以渔的目的。

本书既可供高中学生合理使用，又方便教师教学参考，还可供家长辅导借鉴。

虽各位作者力求不出纰漏，但由于时间仓促，加上水平限制，书中定有不尽如人意之处，敬希广大读者在使用本书过程中提出宝贵批评意见或建议，以便再版时修订，使其日臻完善！

朱华伟

2004年6月

目　　录

第一章　集合与简易逻辑

§1.1　集合及其运算

题 1　记自然数集为 $\mathrm{N}=I, A=\{x|x=2n, n\in\mathrm{N}\}, B=\{x|x=4n, n\in N\}$，则 N 可表示成（　　）.

(A)$A\cap B$　　(B)$C_IA\cup B$　　(C)$A\cup C_IB$　　(D)$C_IA\cup C_IB$

解　∵　$I=\mathrm{N}, B=\{x|x=4n, n\in\mathrm{N}\}$，

∴　$C_IB=\{x|x=4n+1, n\in\mathrm{N}\}\cup\{x|x=4n+2, n\in\mathrm{N}\}\cup\{x|x=4n+3, n\in\mathrm{N}\}$.

因此，$I=\mathrm{N}=B\cup C_IB=A\cup C_IB$. 选(C).

评注　按自然数除以 4 的余数可将自然数 n 划分为余数为 0,1,2,3 共四类，所以 $\mathrm{N}=\{x|x=4n, n\in\mathrm{N}\}\cup\{x|x=4n+1, n\in\mathrm{N}\}\cup\{x|x=4n+2, n\in\mathrm{N}\}\cup\{x=4n+3, n\in\mathrm{N}\}$. 像这样按余数进行划分的思想亦称为模的剩余数思想. 本题就是用模 4 的剩余类来分析的. 如果使用模 2 的剩余类，则有 $\mathrm{Z}=\{$奇数$\}\cup\{$偶数$\}$.

题 2　方程组 $\begin{cases}4x+y=6,\\3x+2y=7\end{cases}$ 的解集为（　　）.

(A)$\{x=1, y=2\}$　(B)$\{1,2\}$　(C)$(1,2)$　(D)$\{(1,2)\}$

解　关于集合的表示，首先应弄清它的代表元素的指意，因为集合可包罗万象，它的元素可以是点、数、式、图形、物体等. 本题指二元一次方程组的解集，它的元素是二元一次方程组的解，应用数对表示，故选(D).

评注 1　方程组的解集还可写成

$$\{(x,y)\mid\begin{cases}4x+y=6,\\3x+2y=7\end{cases}\}=\{(x,y)\mid\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}\}.$$

评注 2　记 $A=\{$直线$\}, B=\{$圆$\}$，则 $A\cap B=\varnothing$，并非 $A\cap B=$

{点}. 因为 A 中元素是直线, B 中元素是圆, 所以 A 与 B 中没有公共元素.

题 3 直角坐标平面上除去两点 $A(1,1)$、$B(2,-2)$ 可用集合表示为( ).

(A) $\{(x,y)\mid x\neq1, y\neq1, x\neq2, y\neq-2\}$

(B) $\left\{(x,y)\mid \begin{cases}x\neq1,\\ y\neq1\end{cases}\text{或}\begin{cases}x\neq2,\\ y\neq-2\end{cases}\right\}$

(C) $\left\{(x,y)\mid \begin{cases}x\neq1,\\ y\neq1\end{cases}\text{且}\begin{cases}x\neq2,\\ y\neq-2\end{cases}\right\}$

(D) $\{(x,y)\mid[(x-1)^2+(y-1)^2][(x-2)^2+(y+2)^2]\neq0\}$

解 考察点 $(1,0)$, 显然点 $(1,0)$ 在除去点 A 和 B 以外的平面上, 但点 $(1,0)$ 不在 (C) 中, 故 (C) 是错误的. 另外, 答案 (A)、(B) 也不合题设, 所以应选 (D).

评注 1 按集合表示规则知, 形如 $\left\{(x,y)\mid \begin{cases}x\neq1\\ y\neq1\end{cases}\right\}$ 的集合中元素的横纵坐标均不等于 1, 即凡横纵坐标都不等于 1 的元素所构成的集合, 比如点 $(1,0)$, $(1,2)$, $(0,1)$, $(2,1)$ 等都不属于集合 $\left\{(x,y)\mid \begin{cases}x\neq1\\ y\neq1\end{cases}\right\}$. 由此可知, 平面上除去点 $(1,1)$ 的点的集合不应用集合 $\left\{(x,y)\mid \begin{cases}x\neq1\\ y\neq1\end{cases}\right\}$ 表示, 应该表示为 $\{(x,y)\mid(x-1)^2+(y-1)^2\neq0\}$.

评注 2 如果记全集 $I=\{(x,y)\mid x\in\mathrm{R}, y\in\mathrm{R}\}$, $P=\{(1,1)\}$, 那么 C_IP 表示平面上除去点 $(1,1)$ 的所有点的集合. 过点 $(1,1)$ 且平行于坐标轴的直线将平面划分为若干个区域, 如图 1－1. 显然

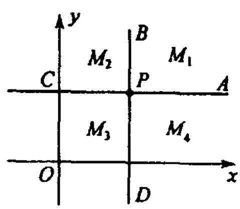

图 1－1

$C_IP=M_1\cup M_2\cup M_3\cup M_4\cup M_5\cup M_6\cup M_7\cup M_8$ (M_5, M_6, M_7, M_8 分别表示位于射线 PA, PB, PC, PD 上的点构成的集合, 不含端点 $P(1,1)$).

而集合

$\{(x,y)\mid \begin{cases}x\neq1,\\ y\neq1\end{cases}\}=M_1\cup M_2\cup M_3\cup M_4$. 像这样借用直观图形帮助分析抽象符号语言的方法往往能起到事半功倍的效果.

题 4　满足条件$\{1,2\}\subseteq A\subset\{1,2,3,4\}$的集合 A 的个数是(　　).

(A)2　　(B)3　　(C)4　　(D)8

解　由于集合 A 中必须含有元素 1、2,所以只需考察集合$\{3,4\}$有多少个真子集,再将每个真子集中添加元素 1,2 即为集合 A. 因为$\{3,4\}$的真子集有 3 个,所以符合题设的集合 A 共有 3 个. 故选(B).

评注 1　若集 $M=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$,则集 M 的子集共有 2^n 个,真子集共有 2^n-1 个,非空子集共有 2^n-1 个,非空真子集共有 2^n-2 个.

评注 2　如果将题 4 中条件改为$\{1,2\}\subseteq A\subseteq\{1,2,3,4\}$,$\{1,2\}\subset A\subset\{1,2,3,4\}$,$\{1,2\}\subset A\subseteq\{1,2,3,4\}$,那么符合条件的集合 A 的个数分别为 4,2,3.

评注 3　题 4 的条件还可等价变形为

$\{3,4\}\cup A=\{1,2,3,4\}\quad(A\neq\{1,2,3,4\})$.

题 5　集合 $M=\{x\mid x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$,$G=\{x\mid x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\}$,则(　　).

(A)$M=G$　(B)$M\supsetneqq G$　(C)$M\subsetneqq G$　(D)$M\cap G=\varnothing$

解　在 M 中对 k 分成两类:$k=2n$ 或 $k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$,此时

$M=\{x\mid x=n\pi+\frac{\pi}{4},n\in\mathbf{Z}\}\cup\{x\mid x=n\pi+\frac{3}{4}\pi,n\in\mathbf{Z}\}$;

在 N 中对 k 分成四类:$k=4n$ 或 $k=4n+1$,$k=4n+2$,$k=4n+3(n\in\mathbf{Z})$

此时 $N=\{x\mid x=n\pi+\frac{\pi}{2},n\in\mathbf{Z}\}\cup\{x\mid x=n\pi+\frac{3}{4}\pi,n\in\mathbf{Z}\}\cup\{x\mid x=n\pi+\pi,n\in\mathbf{Z}\}\cup\{x\mid x=n\pi+\frac{5}{4}\pi,n\in\mathbf{Z}\}$

$\therefore$　$M\subsetneqq G$,选(C)

评注　若集合 $M=\{x\mid x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\}$,$N=\{x\mid x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\}$

则

(A)$M=N$　(B)$M\supsetneqq N$　(C)$M\subsetneqq N$　(D)$M\cap N=\varnothing$

则同样选(C),此题可改变为题5.

$\{x|x=4n+3,n\in\mathbf{Z}\}\subset\{x|x=2m+1,m\in\mathbf{Z}\}$.

题6　已知 $A=\{y|y=x^2-4x+3,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{y|y=-x^2-2x+2,x\in\mathbf{R}\}$,则 $A\cap B$ 等于(　　).

(A)$\varnothing$　(B)$\{-1,3\}$　(C)R　(D)$[-1,3]$

解　集合 A,B 均是由某些实数构成的,其构成元素并不是指自变量 x 的值,而是相应的函数值 y.换句话说,集合 A、B 指的是两个函数的值域,因此,

由 $x^2-4x+3=(x-2)^2-1\geqslant-1$ 知 $A=\{y|y\geqslant-1\}$;

由 $-x^2-2x+2=-(x+1)^2+3\leqslant3$ 知 $B=\{y|y\leqslant3\}$.

所以 $A\cap B=\{y|-1\leqslant y\leqslant3\}$.选(D).

评注　如果将题中条件更改为:$A'=\{(x,y)|y=x^2-4x+3\}$,$B'=\{(x,y)|y=-x^2-2x+2\}$,则根据抛物线 $y=x^2-4x+3$ 与抛物线 $y=-x^2-2x+2$ 没有交点可得出 $A'\cap B'=\varnothing$.

题7　已知 $I=\{(x,y)|x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$,$A=\{(x,y)|\frac{y-3}{x-2}=1\}$,$B=\{(x,y)|y\neq x+1\}$,则 $C_I(A\cup B)$等于(　　).

(A)$\varnothing$　(B)$\{(2,3)\}$　(C)$(2,3)$　(D)$\{2,3\}$

解　$\because$　$\frac{y-3}{x-2}=1\Leftrightarrow y=x+1$ 且 $x\neq2$,

$\therefore$　$A\cup B=\{(x,y)|y=x+1$ 且 $x\neq2\}\cup\{(x,y)|y\neq x+1\}$.

$\therefore$　$C_I(A\cup B)=\{(x,y)|\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}\}=\{(2,3)\}$.选(B).

评注1　如果利用 $C_I(A\cup B)=C_IA\cap C_IB$,不可误以为 $C_IA=\{(x,y)|y\neq x+1$ 且 $\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}\}$.正确的是 $C_IA=\{(x,y)|y\neq x+1$ 或 $\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}\}$,因此 $C_IA\cap C_IB=\{(x,y)|y\neq x+1$ 或 $\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}\}\cap\{(x,y)|y\neq$

$x+1\}=\{(2,3)\}$.

评注 2 题 7 还可描述为：

已知 $I=\{(x,y)\mid x,y\in\mathrm{R}\}$，$A=\{(x,y)\mid \dfrac{y-3}{x-2}=1\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x+1\}$，则 $C_IA\cap B=\{(2,3)\}$.

题 8　设 A,B 是两个非空集合，且存在 $a\in A,a\notin B$，则下列结论中正确的是(　　).

(A)$a\in A\cap B$　　(B)$a\notin C_IA\cup C_IB$

(C)$a\in A\cap B$　　(D)$a\notin C_I(A\cap B)$

解　$\because$　$a\notin B\Leftrightarrow a\in C_IB$，

$\therefore$　$a\in A$ 且 $a\notin B\Rightarrow a\in A\cap\overline{B}$. 选(C).

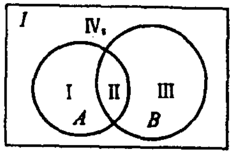

图 1－2

评注　如图 1－2 所示，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ部分可分别表示为 $A\cap C_IB$，$A\cap B$，$C_IA\cap B$，$C_I(A\cup B)$. 比如Ⅰ就是由属于集 A 但不属于集 B 的元素组成的集合. 由此不难得出全集 $I=(A\cup B)\cup(C_I(A\cup B))=(A\cap C_IB)\cup(A\cap B)\cup(C_IA\cap B)\cup(C_I(A\cup B))$，如果要证明这个式子就很繁琐了，这正好体现了直观图的优势. 按此韦恩图还可验证德・摩根定律：

$$C_I(A\cup B)=C_IA\cap C_IB,\ C_I(A\cap B)=C_IA\cup C_IB.$$

题 9　已知集合 A,B,C 满足条件 $A\cup B=A\cup C$，那么下列各式中一定成立的是(　　).

(A)$A\cap B=A\cap C$　　(B)$B=C$

(C)$A\cap C_IB=A\cap C_IC$　　(D)$C_IA\cap B=C_IA\cap C$

解　考察集合 B,C 与 A 的关系可分 $B\subseteq A,C\subseteq A$ 及 $B\nsubseteq A,C\nsubseteq A$ 两种情形. 当 $B\subseteq A,C\subseteq A$ 时(A)、(B)、(C)均不恒成立，不难验证(D)是正确的.

选(D).

评注　如果结合集合的运算性质，由 $A\cup B=A\cup C$ 可得 $C_IA\cap(A\cup B)=C_IA\cap(A\cup C)\Rightarrow(C_IA\cap A)\cup(C_IA\cap B)=(C_IA\cap A)\cup(C_IA\cup C)\Rightarrow C_IA\cap B=C_IA\cap C$. 上面推导过程中主要使用了分配律 $A\cap(B\cup$

$C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$（对应的还有：$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$. 关于集合的运算性质还有：

交换律　$A\cup B=B\cup A, A\cap B=B\cap A$;

结合律

$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C, A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$;

吸收律　$A\cup(A\cap B)=A, A\cap(A\cup B)=A$;

对偶律　$C_I(A\cup B)=C_IA\cap C_IB, C_I(A\cap B)=C_IA\cup C_IB$（此即摩根定律).

题 10　设 S,T 是两个非空集合，且 $S\not\subseteq T, T\not\subseteq S$，记 $P=S\cap T$，则 $S\cup P$ 等于(　　).

(A)P　(B)T　(C)S　(D)$\varnothing$

解　如图 1—3，显然 $S\cup P=S$.

评注　由题 9 注中分配律及吸收律可知：

$$S\cup P=S\cup(S\cap T)=(S\cup S)\cap(S\cup T)=S\cap(S\cup T)=S.$$

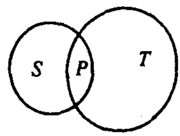

图 1—3

题 11　已知集合 A,B 的并集 $A\cup B=\{a_1,a_2,a_3\}$. 当 $A\neq B$ 时，(A,B)与(B,A)视为不同的对，这样的(A,B)对的个数有(　　).

(A)8　(B)9　(C)26　(D)27

解　集合$\{a_1,a_2,a_3\}$的所有子集是：$\varnothing,\{a_1\},\{a_2\},\{a_3\},\{a_1,a_2\},\{a_1,a_3\},\{a_2,a_3\},\{a_1,a_2,a_3\}$. 集合 A 可以是上述 8 个子集中的任一个，具体可将 A 分为：当 A 是空集 $\varnothing$ 时，$B=\{a_1,a_2,a_3\}$；当 A 只含有一个元素时，比如 $A=\{a_1\}$，则$\{a_2,a_3\}\subseteq B\subseteq\{a_1,a_2,a_3\}$，此时集 B 有 2 个，由此可知所有的可能的集合 B 有 $C_3^1\cdot 2$ 个；当 A 含有两个元素时，所有可能的集合 A 有 C_3^2 个，比如 $A=\{a_1,a_2\}$则$\{a_3\}\subseteq B\subseteq\{a_1,a_2,a_3\}$，此时集合 B 可有 4 个，由此可知所有的可能的集合 B 有 $C_3^2\cdot 4$ 个；当 $A=\{a_1,a_2,a_3\}$时，则 $B\subseteq\{a_1,a_2,a_3\}$，集合 B 的个数有 $2^3=8$ 个. 所以，满足条件的(A,B)对的个数共有 $1+C_3^1\cdot 2+C_3^2\cdot 2^2+C_3^3\cdot 2^3=3^3$ 个. 选(D).

评注 1　如果从 $A\cup B$ 中任一元素的归属情形入手，可分为 $A\cup B$ 中的元素仅属于A、仅属于 B、属于 $A\cap B$ 三种情形，由此可知 $A\cup B$

中 3 个元素的归属共有 $3^3=27$ 种情形，即(A,B)对共有 27 个.

评注 2 题 11 可推广为：

若 $A\cup B=\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n\}$，则满足条件的$(A,B)$对共有 3^n 个.

题 12 已知全集 I 中有 15 个元素，集合 $C_IM\cap N$ 中有 3 个元素，$C_IM\cap C_IN$ 中有 5 个元素，$M\cap C_IN$ 中有 4 个元素，则集合 N 中元素的个数是(　　).

(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

解 根据图 1—4 即知，选(D).

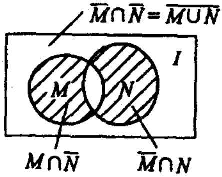

图 1—4

评注 1 由于$(A\cup B)\cup C_I(A\cup B)=I$，记集合 A 的元素个数为 Card(A)，则

$$\text{Card}(A\cup B)=\text{Card}(A)+\text{Card}(B)-\text{Card}(A\cap B),$$

$$\text{Card}(A\cup B)=\text{Card}(I)-\text{Card}C_I(A\cup B).$$

如果推广到三个有限集 A,B,C，则有

$$\begin{aligned}\text{Card}(A\cup B\cup C)=&\text{Card}(A)+\text{Card}(B)+\text{Card}(C)\\&-\text{Card}(A\cap B)-\text{Card}(A\cap C)\\&-\text{Card}(B\cap C)+\text{Card}(A\cap B\cap C).\end{aligned}$$

评注 2 利用注 1 的结论还可解决与自然数相关的计数问题，比如：

从 1 到 100 的所有自然数中，能被 2 整除但不能被 5 整除的自然数有多少个？

记 $A=\{1\sim100$ 中能被 2 整除的自然数$\}$，$B=\{1\sim100$ 中能被 5 整除的自然数$\}$，则

$A\cap B=\{1\sim100$ 中能被 5 整除且又能被 2 整除的自然数$\}$，

$A\cap C_IB=\{1\sim100$ 中只能被 2 整除不能被 5 整除的自然数$\}$，

$C_IA\cap B=\{1\sim100$ 中不能被 2 整除但能被 5 整除的自然数$\}$.

经计算发现：

Card$(A)=50$，Card$(B)=20$，Card$(A\cap B)=10$.

$\therefore$ Card$(A\cup B)=50+20-10=60$.

因此 $\mathrm{Card}(A\cap C_IB)$

$=\mathrm{Card}(A)-\mathrm{Card}(A\cap B)=50-10=40$,

即 1 到 100 的所有自然数中，能被 2 整除但不能被 5 整除的自然数有 40 个.

题 13 设 $A=\{x|-1<x<3\}$, $B=\{x|x>a\}$. 若 $A\subset B$, 则 a 的取值范围是______."

解 借助数轴直观图分析可得 $a\leqslant -1$.

评注 如果 $A=\{x|-1<x<3\}$, $B=\{x|x>a\}$, 且 $A\cap B=\varnothing$, 则 $a\geqslant 3$.

题 14 设 $A=\{x|\sqrt{x-1}\leqslant 3-x\}$, $B=\{x|x^2-(a+1)x+a\leqslant 0\}$. 且 $A=B$, 则实数 a 的值等于______.

解 ∵ $\sqrt{x-1}\leqslant 3-x\Leftrightarrow\begin{cases}3-x>0,\\(3-x)^2\geqslant x-1\geqslant 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow 1\leqslant x\leqslant 2.$

$x^2-(a+1)x+a\leqslant 0\Leftrightarrow(x-1)(x-a)\leqslant 0$,

由 $A=\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$ 及 $A=B$ 知 $a=2$.

评注 题 14 可变形为：

设 $A=\{x|\sqrt{x-1}\leqslant 3-x\}$, $B=\{x|x^2-(a+1)x+a\leqslant 0\}$, 且 $A\subset B$, 求实数 a 的取值范围.

借助数轴分析可得 $a>2$.

题 15 已知集合 $A=\{a,a+d,a+2d\}$, $B=\{a,aq,aq^2\}$, 其中 $a\neq 0$, 且 $A=B$, 则 q 等于______.

解 由 $A=B$, 需分两种情况讨论

(1) $\begin{cases}a+d=aq & ①\\a+2d=aq^2 & ②\end{cases}$

由②－①得　$d=aq(q-1)$ 代入①得

$a+aq(q-1)=aq$

即　$q^2-2q+1=0$

∴　$q=1$, 但此时 $aq=aq^2=a$