

21 世纪
人口学系列教材

数理人口学

查瑞传/著 •

 中国人民大学出版社



数理人口学

第二版

人口学

21 世纪人口学系列教材

数理人口学

查瑞传 著

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数理人口学/查瑞传著.

北京:中国人民大学出版社, 2004

(21 世纪人口学系列教材)

ISBN 7-300-04725-4/F·1461

I. 数…

II. 查…

III. 数理统计-人口学-研究

IV. C92

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 046436 号

21 世纪人口学系列教材

数理人口学

查瑞传 著

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号 邮政编码 100080

电 话 010-62511242(总编室) 010-62511239(出版部)

010-82501766(邮购部) 010-62514148(门市部)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 北京密兴印刷厂

开 本 787×1092 毫米 1/16

版 次 2004 年 3 月第 1 版

印 张 17

印 次 2004 年 3 月第 1 次印刷

字 数 333 000

定 价 25.00 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

中国是世界第一人口大国。无论是在宏观上，还是在微观上，中国社会经济的发展都与人口的状况和问题紧密相关。在中国追求现代化的历史过程中，人口问题始终是我们长期面临的重大问题。人口问题的复杂性世所公认，但中国人口问题可能更复杂。一个多世纪以来，人口问题几乎成了所有经济学家、社会学家和政治家最为关注的热门话题之一。尽管如此之多的人士研究人口问题，但是近百年来，在对人口问题的认识上，却经历了反复的曲折，积累了无数的教训。

对一个事物的正确认识，需要有科学的理论和科学的方法。中国人口问题如此重大，如此复杂，任何人要想深入了解、分析和研究人口问题，必须要掌握基本的人口学理论与方法。20世纪70年代中期，中国开始了具有历史意义的现代人口学科的创建过程。人口学教材建设从一开始就被列为学科创建的最重要工作之一。到80年代中期，中国的大学里已经系统地建立了完整的人口学学士、硕士和博士的培训课程，出版了一系列与国际前沿接轨的人口学教材，如《人口统计学》、《人口经济学》、《世界人口》、《人口理论教程》、《人口思想史》、《人口社会学》、《人口规划与预测》、《人口地理学》、《现代人口分析技术》、《人口普查的分析方法》等，并培养了一大批人口学的专门人才。从那时到现在，国际上人口科学的发展日新月异，新方法、新理论、新流派层出不穷。与此同时，中国人口的研究也迅速向深度

和广度推进。收集到的人口数据堆积如山，人口数量、结构和质量，人口与经济，人口与社会，人口与环境资源等各种问题几乎全部纳入了研究视野。但从 90 年代初期以来，人口学教材的编写高潮却逐渐回落。反映国际最新进展并与中国人口实践紧密结合的新教材，无论是在种类上还是在水平上，都远远不能满足现实的需要。

中国人民大学人口学系（所）是国内最早开设人口学学位教育的机构，曾经培养过上千名人口学专业的本科生、硕士生和博士生，80 年代初编写的《人口统计学》、《世界人口》、《人口理论教程》等曾在人口学界产生了重大而深远的影响。进入 21 世纪后，为了满足人口学教育的需要，在教育部和中国人民大学出版社的大力支持下，中国人民大学人口学系（所）决定牵头组织编写一套能够反映国际国内人口学最新进展的《21 世纪人口学系列教材》。系列教材将涵盖人口学主要分支学科的内容，为各个大学和培训机构开设人口学公共课和专业课提供科学、准确的教学资料。

尽管本套教材是在长期教学实践基础上编写的，编写过程中我们也力争逻辑严谨，内容充实，形式活泼，但疏漏在所难免，望广大读者指正，以便再版时修改。

翟振武

2004 年 1 月于中国人民大学



序

数理人口学的主要任务是运用数学的形式探讨人口数量和结构变化的规律。在人口学的体系中，数理人口学始终是最重要、最核心、最基础的学科之一。自 20 世纪 70 年代后期中国在大学里开展规范的人口学教育以来，数理人口学课程的建设便成了一项艰巨而紧迫的任务。中国人民大学人口学系查瑞传教授经过精心准备，于 1984 年 9 月在中国人民大学人口学系本科生中首次开设了正规完整的数理人口学课程。这是人口学教学领域中一次具有历史意义的首创，它标志着中国人口学与世界人口学前沿的全面接轨。

国外虽然有不少数理人口学方面的专著，但从教材的角度审视，有的失之于内容过于繁杂，有的失之于数学报导过于艰深，有的则又失之于过于偏重在某一个方面，如单纯的生育或预测等。因此，出版一本难易得当、体系严谨、适合教学使用的数理人口学教材，一直是人口学教师和学生的迫切要求。

现在摆在读者面前的《数理人口学》，就是查瑞传教授在多年潜心研究、深入探索基础上，经历长期教学实践检验而完成的中国第一本数理人口学教材。查瑞传教授素以治学严谨而著称于人口学界。他自 1984 年开设数理人口学课程以来的十几年间，课程的讲义不断充实更新，已经数易其稿。但每当同事或学生问起教材出版之事时，查教授总是认真地回答：“教材不比其他书籍，它是给学生看的。特别

是数理人口学，更需要准确严谨。每一个概念、公式、定理，甚至每一个字句，都不能有丝毫的闪失，不能误人子弟。对这份讲义，我还需要推敲。”如此一丝不苟的态度，让所有的人肃然起敬。也正是因为不断追求精益求精，数理人口学的讲稿虽然积累了几尺厚，但在查老师生前始终没有付梓出版。

查老师逝世后，很多教师和学生都呼吁尽早完成数理人口学讲义的整理工作，正式出版《数理人口学》教材。在这种背景下，中国人民大学人口学系把整理出版数理人口学教材列为一项正式的工作，组织了专门的人员，在查瑞传教授家属的大力支持下，开始了对查老师遗稿的整理。乔晓春、王振营、周浩等先后参加了有关部分的整理工作，林富德、翟振武、杜鹏、段成荣、孟向京等对全书的体系和内容进行了全面的审核和必要的调整。附录中教学大纲部分仅为教学之重点，其内容不强求与正文各章节完全一致。《人口研究》编辑部的石玲同志在联络、排版和校对方面做了大量的工作，中国人民大学出版社潘宇同志对本书的出版给予了全力的支持。值此本书出版之际，我谨代表中国人民大学人口学系的全体师生向为本书定稿出版做出贡献的所有人士致以深深的谢意和崇高的敬礼！

查瑞传教授早年就读于西南联合大学，后在清华大学化学系读研究生。新中国成立前夕，他毅然拒绝了亲属提供的赴台湾的机票，留在北京，以一颗赤诚的爱国之心，参加了新中国教育事业的建设。查瑞传教授在中国人民大学从教半个多世纪，先后在统计系、人口学系和人口与发展研究中心工作，桃李满天下。20世纪70年代中期，查瑞传教授转入人口研究领域，亲身参加了创建中国人口科学的全部工作。近三十年的勤奋耕耘，他为中国人口学界留下了一座无价的思想理论宝库，成为中国现代人口学的奠基者之一，成为中国人口学的一代宗师。由于在人口科学建设事业上的伟绩丰功，2001年，查老师荣获了中国人口学界的最高个人成就奖——第四届国家级“中华人口奖”。

1981年秋，当我还是中国人民大学经济系一名本科生时，就在查老师的指导下，参加了北京市妇女生育率的调查工作。那是我和查老师的初次相识。从那以后，我或者作为学生听查老师的课，或者作为同事与查老师共同工作，与查老师相处共二十多年。多少次聆听教诲，多少次掌灯长谈，让我终生难忘！查老师学问的博大精深，查老师为人的高风亮节，一直是我和我的同事们努力学习的楷模。有幸能和查老师这样大师级的学者在一个集体里工作，我感到无比的自豪，并终生引以为荣。

在中国人民大学人口学系（所）的集体里，查瑞传教授不仅是我们德高望重的师长，更是我们这个集体的擎天大柱。查瑞传教授的逝世，是我们系（所）的重大损失，也是中国人口学界的重大损失。我至今仍然记得查老师在逝世前两天对我的亲自交代：“我已经和我的家属商量好了，我逝世后不发讣告，不举行遗体告别，

不开追悼会，这件事由你监督执行。”两天后，查老师逝世的噩耗一经传出，凡与查老师相识的学生和同事顿时泪飞如雨，海内海外唁函如雪。我和我的同事们，与查老师的家属一道，忍着巨大的悲痛，遵照遗嘱，从简送别了我们无比尊敬和爱戴的查老师。与此同时，我们也共同做出了一项郑重的决定：立即整理查老师的全部遗稿，尽快出版发行。我们要用查老师那充满理性和科学光芒的思想，在人们的心中塑造一座纪念查老师的永恒丰碑。查老师逝世几个月后，《查端传文集》完成出版。现在，《数理人口学》也交付印刷了。我们至此才稍感欣慰。我相信，这些著作的出版，不仅为人口学界提供了思想财富，也是对查老师在天之灵的告慰。愿中国人口学如查老师期望的那样，繁荣兴盛，走向世界前沿！

翟振武

2004年1月于中国人民大学



目 录

序	(I)
导言 数理人口学的含义、内容与任务	(1)
第一章 作为时间函数的人口总数	(4)
第一节 人口数及其增长的特性	(4)
第二节 人口增长的数学公式	(5)
第三节 罗吉斯蒂增长	(8)
第四节 人口各部分的增长率不同时的人口增长	(16)
习题一	(21)
第二章 生命表和死亡率	(23)
第一节 死亡在总人口数变化中的作用	(23)
第二节 生命表函数及死亡力	(24)
第三节 实际死亡率 ${}_nM_x$ 与死亡概率 ${}_nq_x$ 的关系	(26)
第四节 死亡力 $\mu(x)$ 的变动对 ${}_0e_0$ 的影响	(33)
第五节 死亡概率 q_{k+n} 变化对平均寿命 ${}_0e_k$ 之影响	(41)
习题二	(50)
第三章 稳定人口	(52)

第一节 稳定人口的定义	(52)
第二节 稳定人口基本特征	(53)
第三节 自然增长率 r 的特征方程	(57)
第四节 稳定人口的各项指标	(59)
第五节 稳定人口的平均年龄	(85)
习题三	(86)
第四章 稳定人口各种指标变动的相互影响	(89)
第一节 生育率水平变动的影响	(89)
第二节 死亡率变动的影响	(94)
第三节 死亡消失的影响	(97)
第四节 净再生产率 R_0 的变动对自然增长率 r 的影响	(98)
第五节 平均世代间隔 T 变化对 r 的影响	(101)
第六节 生育年龄的分布情况对 r 的影响	(103)
习题四	(104)
第五章 矩阵在人口预测和人口分析中的应用	(106)
第一节 封闭人口预测的基本内容	(106)
第二节 利用矩阵进行预测	(107)
第三节 最终人口年龄结构的计算	(111)
习题五	(121)
补充习题	(124)
 附录 1 《数理人口学》教学大纲	 (127)
附录 2 稳定人口模型的推广	(141)
附录 3 静止人口	(153)
附录 4 矩和矩母函数的解释	(157)
附录 5 婴儿死亡率 (IMR 或 m_1) 的计算	(162)
附录 6 关于 Lotka 的积分方程 (Lotka's Integral Equation)	(164)
附录 7 《数理人口学》习题答案	(166)
附录 8 解题中应该注意之点	(211)
附录 9 《数理人口学》复习题	(218)
附录 10 《数理人口学》考试题	(221)
附录 11 《数理人口学》部分考试题答案	(238)
参考书目	(261)

数理人口学的含义、内容与任务

科学的发展与生物个体的繁殖不同，往往不是以一个完整的、独立的形态出现。一门学科的产生尤其如此。人们认识客观世界并不是先划分了学科，然后在一定框框内去观察、分析。相反，人们首先接触到的是纷繁复杂的、有多方面表现的客观事物。这些事物的不同侧面、不同表现刺激人们的感官，影响人们的生产和生活，人们便去研究它们，得到许多感性知识，通过反复观察，逐渐看到、理解到，后来并有意识、有目的地找出许多规律性的联系。在这个发展过程中，老的学科不断分裂，新的学科不断涌现，很像细胞分裂的过程。我们中国古代从笼统的知识当中归纳出礼、乐、射、御、书、数六艺。古代阿拉伯人、古代希腊人建立了天文学、几何学、数学、哲学等等。直到中古，哲学还是一门无所不包的学科。以后，专门致力研究自然界事物分类与联系的活动及其成功形成了自然哲学，又进一步分解成物理学、化学、生物学等。近代，它们又进一步分成许多更细的学科。对于人类社会活动的研究逐渐产生了政治学、法学、经济学、社会学等等。

对人口本身数目的统计与简单分类可以追溯到远古，那是人口统计的早期萌芽。从政治和经济角度考虑人口的数目增减和地区迁移，也是历代当政者所关心的事情。但是，把人口本身作为研究对象，进行细微深入的分析研究，揭示其自身发展变化的机制，则是较晚的事情，一般被认为始自英国格兰特编制生命表的活动。

人口学可以说是从这时开始逐渐发展形成一门独立学科。随着对人口现象的研究不断展开和深入，人口学的内容不断丰富，方式不断增加，逐渐形成了一个人口学体系。新学科的出现和形成是人们对人口现象研究和认识逐渐积累的成果，而不是人为地制造出来的。经过分化而产生新的人口学学科是人口学体系发展的一个方面。

另一方面，人口学在其发展过程中又不断吸收其他科学的内容，加深自己的研究。通过相互渗透、相互融合而逐渐形成新的学科。数理人口学就属于这种情形。

严格说，人口学从其萌芽产生时起，从来没有离开过对人口现象数量方面的观察、分析和研究，也一向运用着数学工具，尽管是比较简单的。但是，随着对人口现象认识的日益加深，为了进一步揭示和探讨人口现象的内在联系、变动机制，为了对人口现象做更精确的描述，便越来越多地利用数学方法。在利用数学方法分析人口现象、揭示现象之间内在联系、寻找规律性的基础上，一门新的学科——数理人口学——正在逐步形成。上面所说的，也可以说就是数理人口学的含义。在人口学体系中，它是运用数学工具、以数学思维方式分析研究人口现象的内在联系与客观规律性的一门学科。

数理人口学与人口学（又称形式人口学，formal demography）或我们通常所说的“人口统计学”之间并无明确的界限。人口学中论述人口数的增长、结构、出生、死亡、迁移、预测等等，数理人口学中也要分析研究这些问题。但是，后者更注重其数量之间的数学关系，更注重探讨一个（或一些）变量的变动所引起的另一个（或一些）变量的相应变动。例如，人口学揭示出人口年龄结构随人口增长速度的变动而变动，增长速度减缓必然导致人口年龄结构的老化。数理人口学则进一步揭示这种依存关系的数学联系，给出这种联系的数学公式。从这个意义上说，数理人口学是人口学在一个特定方面的进一步展开。人口学是数理人口学的基础，是数理人口学不断开拓的出发点；数理人口学反过来又不断以新的成果来进一步充实和丰富人口学。

由于数理人口学是一门新产生的、正在成长发展中的学科，因此，它的内容并未定型。根据目前已经研究的问题，大致包括以下一些内容：人口数随时间而变动的模型，人口的死亡变动，生命表，稳定人口模型，生育率变动的影响，矩阵在人口发展模型和人口预测中的运用。有时也把根据不完全资料进行的估算包括在数理人口学中。但是我们这里主要是探讨人口现象的数学关系。

我们研究一切自然现象和社会现象，第一步是认识这些现象，测定其规模、水平、结构比例、变化速度；进而揭示其影响因素、相互关系。这些都属于认识世界。第二步则是在正确认识的基础上，采取正确的步骤措施，改变客观世界，以达

到我们的主观要求。如果不能准确地、透彻地认识客观事物，就可能得出似是而非的结论，采取错误的行动步骤。人口现象除了受到复杂的社会经济因素影响外，就是人口再生产过程本身也由于其重复性、周期长、惯性大，而容易使人看不清其内部变化的机制。通过数学方法，做细致的定量研究，可以有助于更确切地认识和分析人口现象，更合理地把人口发展过程掌握在自己手中。



作为时间函数的人口总数

第一节 人口数及其增长的特性

一、人口数是随时间而变动的变量

人口变动的要素包括人口的出生、死亡和迁移. 封闭人口的变动, 只涉及出生和死亡两个要素. 在考虑一般的人口变动时, 往往迁移与生死合并作为增减考虑. 人口数目可简单看做时间变量的函数, 这里只考虑函数关系而不分析其因果关系. 与人口数变动有因果关系的诸变量(如出生、死亡和迁移), 它们的变化也均在时间过程中进行, 也是时间的函数, 是因与果之间的时间先后关系.

二、人口增长与原有人数的关系

人口是自我再生的系统, 反映人口增长的指标是人口增长量和人口增长率. 增长量(可直接观察计量)取决于增长率、时间和人口基数. 人口基数是人口增长的内因.

如果 P_t 表示 t 时刻人口数, 那么 $t + \Delta t$ 时刻的人口增长量为:

$$\Delta P = P_{t+\Delta t} - P_t$$

在这里,人口增长密度被定义为 $\frac{\Delta P}{\Delta t}$,人口增长率可表示为:

$$k = \frac{P_{t+\Delta t} - P_t}{\Delta t \cdot P_t}$$

当 Δt 为1, k 为单位时间增长率(如年增长率);当 $\Delta t \rightarrow 0$, k 为瞬间(Instantaneous)增长率,

$$k = \frac{dP(t)}{dt} \cdot \frac{1}{P(t)}$$

$P(t)$ 与 P_t 之间是有区别的. $P(t)$ 表示连续人口, P_t 表示离散人口.

三、人口增长的离散性(discreteness)和连续性(continuity)

增长是时间上的变化,时间是连续变量,人数是离散变量,但可有条件地作为连续变量处理.

第二节 人口增长的数学公式^①

一、增长率不变情况下的人口增长

1. 不连续增长

若增长率为 k ,那么,

$$P_1 = P_0(1+k)$$

$$P_2 = P_0(1+k)^2$$

$$P_n = P_0(1+k)^n$$

这里 n 为时间间隔的单位数,它可取任何时间长度为间隔,一般以一年为

期.
 n 与 t 是不同的. n 通常取正整数,而 t 是连续变化的时间值,它的取值是实数.

2. 连续增长

在单位时间内,当 $n \rightarrow \infty, \Delta t \rightarrow 0$ 时,

$$P(t) = P(0) \cdot e^{k \cdot t}$$

^① 人口增长公式的建立,解人口增长率的微分方程,微分方程的定义、形式及其解法.

3. 增长率 k 之确定

由于人口实际增长率并非固定不变,而有系统变动和偶然波动,上述固定 k 值多为一段时期内之平均值.得自 P_0 与 P_n 或 $P(0)$ 与 $P(t)$.

离散计算:

$$k = \sqrt[n]{P_n/P_0} - 1$$

连续计算:

$$k = \ln[P(t)/P(0)]/t$$

计算出来之 k 值取决于 t 值,以年为单位计算,则为年率.二者实为两个不同数值. $P(t)$ 与 P_0 不变,按以上两法计算所得之 k 不同.

二、增长率不断改变情况下的人口增长

1. 增长率变动下,人口增长的通式

增长率随时间而变.作为时间函数 $k(t)$,它的具体形式不确定.

$$\begin{aligned} P(T) &= P_0 e^{k_0 \Delta t_0} \cdot e^{k_1 \Delta t_1} \cdot \dots \cdot e^{k_i \Delta t_i} \cdot \dots \\ &= P_0 e^{k_0 \Delta t_0 + k_1 \Delta t_1 + k_2 \Delta t_2 + \dots} \\ &= P_0 e^{\sum_{i=0}^{\infty} k_i \Delta t_i} \end{aligned}$$

$$\lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} P(T) = P_0 e^{\int_0^T k(t) dt}$$

根据 $k(t)$ 的定义,

$$k(t) = \frac{dP(t)}{dt} \cdot \frac{1}{P(t)}$$

是一微分方程.

$$k(t) dt = \frac{dP(t)}{P(t)}$$

$$\therefore \int_0^T k(t) dt = \int_{P_0}^{P_T} d \ln P(t)$$

$$\therefore \ln P_T - \ln P_0 = \ln(P_T/P_0) = \int_0^T k(t) dt$$

$$P_T/P_0 = e^{\int_0^T k(t) dt}$$

$$\therefore \bar{k} = \frac{1}{T} \int_0^T k(t) dt$$

$$\therefore \int_0^T k(t) dt = \bar{k} T$$

所以,上式也可简写为