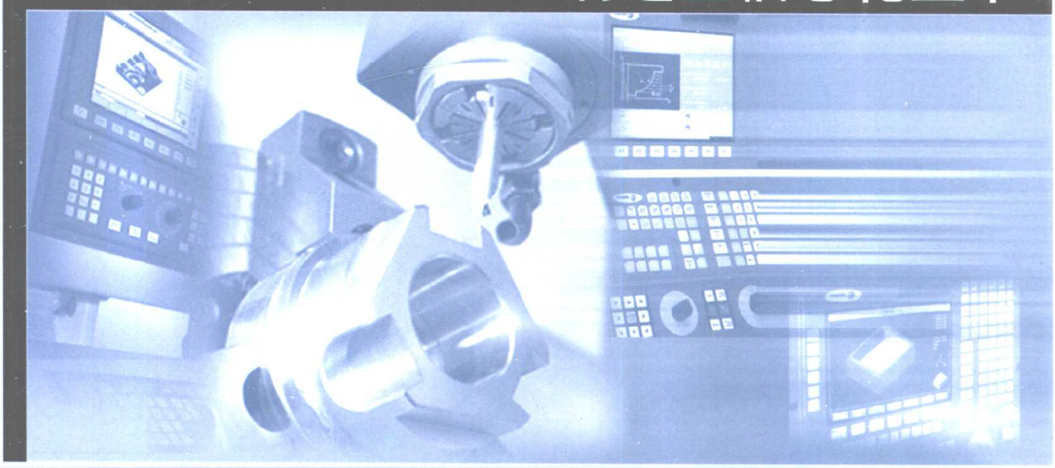
江志斌　编著

制造业信息化丛书



Petri网及其在制造系统建模与控制中的应用

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

制造业信息化丛书

Petri网及其在制造系统建模与控制中的应用

江志斌 编著

机械工业出版社

近年来，Petri 网在计算机、自动化、通信、交通、电力与电子、服务及制造等领域得到了广泛的应用。

本书内容丰富，理论性和适用性相结合、数学表达和文字描述相结合，符合普通理工科学科学生、学者的认知规律。全书由两部分构成，共计 10 章。第一部分，即第 1 章和第 2 章，论述了离散事件动态系统的基本理论和制造系统建模与控制的基础知识。第二部分包括第 3 章至第 10 章，由浅入深地详述了基本 Petri 网，赋时、随机、着色、面向对象、模糊、混合 Petri 网，以及适合现代时变制造系统的变结构 Petri 网理论及其在制造系统建模与控制中的运用。

本书可作为理工科工业工程、制造工程等专业高年级大学生和研究生教材，亦可作为科技工程技术人员继续学习用书。

图书在版编目（CIP）数据

Petri 网及其在制造系统建模与控制中的应用/江志斌编著.—北京：机械工业出版社，2004.5
（制造业信息化丛书）
ISBN 7-111-14071-0

Ⅰ.P… Ⅱ.江… Ⅲ.①离散系统：动态系统-基本知识 ②机械制造-系统建模-基本知识 Ⅳ.0231；TH16

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 014201 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
策划编辑：李万宇
责任编辑：白　刚　版式设计：霍永明　责任校对：吴美英
封面设计：姚　毅　责任印制：闫　焱
北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
2004 年 5 月第 1 版·第 1 次印刷
1000mm×1400mm B5·7.375 印张·287 千字
0 001—4 000 册
定价：25.00 元

前言

8年前，当作者在海外攻读制造工程与工程管理专业博士学位时开始接触到Petri网，被它那由简单的圆、线、弧所构成、却能够描述系统活动之间复杂的逻辑关系的魔力所吸引。作者愿借本书，与读者分享关于Petri网的知识和经验，去体会Petri网的魔力。

Petri网最早由Carl A. Petri博士于1962年在他的博士论文中提出，用来描述计算机系统事件之间的因果关系。早期Petri网主要应用于计算机与信息处理领域，后来具有工程背景的研究人员将Petri网方法用在工程系统尤其是自动制造系统的研究。40多年来，Petri网不断地充实和发展，日臻完善，在计算机、自动化、通信、交通、电力与电子、服务以及制造等领域得到广泛的应用。

Petri网采用可视化图形描述但却被形式化的数学方法所支持，表达离散事件动态系统（Discrete Event Dynamic System，DEDS）的静态结构和动态变化；它是一种结构化的DEDS描述工具，可以描述系统异步、同步、并行逻辑关系；既能够分析系统运行性能（如制造系统设备使用率、生产率、可靠性等），又可以用于检查与防止诸如自动系统的锁死、堆栈溢出、资源冲突等不期望的系统行为性能；能够直接从可视化的Petri网模型产生DEDS监控控制编码，进行系统实时控制；可用于DEDS的仿真，从而对系统进行分析与评估；可以模块化与层次化地描述复杂的DEDS；可以通过结构变化描述系统的变化；支持DEDS形式化数学描述与分析，如不变量分析；Petri网模型还可以转化为其他的DEDS模型，如马可夫链等。正是由于上述特点，Petri网已经成为描述、分析和控制DEDS最有效和应用最广泛的方法。

本书即是一本讲述Petri网方法及其在制造系统建模与控制中运用的专著。全书以离散制造系统为研究对象，由浅入深地介绍了各种Petri网方法及其在制造系统建模和控制中相应的应用，包括如何建立诸如自动流水线、多任务车间、柔性制造单元与系统的制造系统的模型，如何对制造系统的性能（包括操作之间的关系、资源的冲突、系统锁死、设备利用率、生产能力、机器故障率等）进行分析，如何进行系统调度以及实时控制等。并且作为必备的基础部分，本书也简要论述了DEDS的基本理论和制造系统建模与控制的基础知识。本书内容对于DEDS理论在制造系统建模与控制中的运用具有重要的理论意义，同时对实时制造系统的建模与控制实践也有很高的指导与参考价值。

本书资料主要来源于近期国内外学者的研究论文，特别是IEEE上近期发表

的相关论文、作者5年前完成的博士论文以及作者近年来完成国家自然科学基金项目（项目编号：50085003）研究的部分成果。在内容编写上，作者充分考虑了不同层次读者的需要，注意理论和应用相结合。本书的主要特点是：

（1）内容新颖、丰富。全书既详尽地介绍了基本Petri网理论方法，又结合Petri网的发展阐述了各种高级Petri网方法和它们在制造系统中的运用。

（2）书内容循序渐进，而部分章节又相互独立、自成体系，便于不同需求的读者选择阅读。

（3）力求良好的可读性，避免了复杂的数学分析以便于阅读。

本书适合于高等院校、研究院所以及企业从事机械工程、自动化与控制、计算机与信息技术、工业工程及企业管理的工程技术人员阅读，还可以作为这些学科领域高年级本科生和研究生的教材。

本书部分研究工作得到了加拿大Alberta大学左明建教授、香港城市大学冯英杰博士的大力支持和帮助；本书部分研究工作得到了国家自然科学基金资助；在本书编写过程中，博士生何俊明参加了部分资料整理、绘图以及个别章节的编写工作。作者谨此向他们表示感谢！

书中难免会有错误和不妥之处，恳请广大读者批评指正。

作　者

2004年元月于上海交通大学

目　　录

第1章　离散事件动态系统概论

1.1　系统及系统控制

1.1.1　系统及系统建模

关于“系统”，众说纷纭，很难给以统一的定义。但我们可以给出以下三个最具代表意义的定义：

“系统是由单元构成的一个聚合或集合，这些单元通过自然方式或人为地组合，以形成一个复杂的整体。”（Americana 百科全书）

“系统是由单元构成的一个群体，这些单元有序地相互作用或相互依存，以形成一个统一的整体。”（Webster 词典）

“系统是一个由单元构成的集合，这些单元共同作用，以实现任何（整体的）一个部分都无法实现的特定功能。”（国际电工协会电气与电子术语标准词典）

上述定义各异，但从中可以体会系统的两个要点。其一，系统由相互作用的单元构成；其二，任何系统都具有特定的目的。例如，制造系统由制造资源（设施、人、信息等）这样的单元构成，这些制造资源通过设施的布局、生产工艺流程及生产调度计划等相互依存（制造资源之间的约束条件），以实现生产特定的产品或提供特定的服务这样的系统功能。

为了设计、评价、控制（运用）系统的性能，必须建立系统的模型，以定量地描述系统。为此，首先要定义系统的可测变量，如例1.1中的电路中的电压与电流，以及例1.2中的由质块和弹簧构成的谐振系统中质块的位移与速度选择这些可测变量中的部分变量，假设它们随时间变化，并测得其在时间段$[t_0, t_f]$内的数值，从而得到一组称之为输入变量的时间函数，即

$$\{u_1(t), \cdots, u_p(t)\}\ t_0 \leqslant t \leqslant t_f \tag{1-1}$$

然后，再选择一组变量，当输入变量变化时，这些变量随之变化，并可被直接测量。我们称这些变量构成系统的输出变量。即

$$\{y_1(t), \cdots, y_m(t)\} \qquad (t_0 \leqslant t \leqslant t_f) \tag{1-2}$$

上述输入变量可以视为系统的激励，而输出变量可以视为对于激励的响应。必须注意，系统的有些变量既没有在输入变量又没有在输出变量中出现，我们称

其为抑制或隐藏变量。

为简便起见，用列向量 $\boldsymbol{u}(t)$ 与 $\boldsymbol{y}(t)$ 分别表示输入与输出变量，即

$$\boldsymbol{u}(t)=[u_1(t),\ \cdots,\ u_p(t)]^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{y}(t)=[y_1(t),\ \cdots,\ y_m(t)]^{\mathrm{T}}$$

假设系统的输入与输出之间存在着一定的关系，那么系统建模正是采用一定的方法（数学、图表等）描述这一关系。一般地，从数学上这一关系可以表示为

$$y_1(t)=g_1(u_1(t),\ \cdots,\ u_p(t))$$
$$\vdots$$
$$y_m(t)=g_m(u_1(t),\ \cdots,\ u_p(t))$$

即

$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{g}(u)=[g_1(u_1(t),\ \cdots,\ u_p(t)),\ \cdots,\ g_m(u_1(t),\ \cdots,\ u_p(t))]^{\mathrm{T}} \quad (1\text{-}3)$$

系统往往是真实存在的事物，如一个电路、一辆轿车、一个车间或一个人体，而模型则是抽象的，当用数学方法描述系统时，系统的模型为一组数学方程。一般地，模型仅仅是对实际系统特性的近似。然而，当我们确认已获得了系统好的模型或模型对于系统的近似程度已满足需要的时候，二者之间的区别往往予以忽略，因而，“系统”与“模型”可以交替使用。还必须注意的是系统建模的灵活性，即对于同一个系统，由于所考虑的输入与输出变量不同，所建立的模型将有所不同（如例 1-1 所示）。因此，系统建模者首要任务是从特定的角度和实际需要出发，从所有可测变量中遴选输入与输出变量。

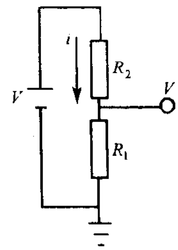


图 1-1　例 1.1 的简单电路系统

例 1.1　在图 1-1 所示的简单电路系统中，存在 5 个变量：源电压 V、电流 i、2 个电阻 R_1 与 R_2 及电阻 R_1 的二端电压 v。根据欧姆定律，可以得到以下关系式：

$$v=V\frac{R_1}{R_1+R_2} \quad (1\text{-}4)$$

-或

$$v=iR_1 \quad (1\text{-}5)$$

假如可以调整源电压 V（系统的输入），而感兴趣的是电压 v（系统的输出），则得到图 1-2a 所示的模型。若源电压 V 恒定，但电阻 R_2 阻值可调，我们感兴趣的仍然是电压 v，则此时的模型如图 1-2b 所示。若源电压 V

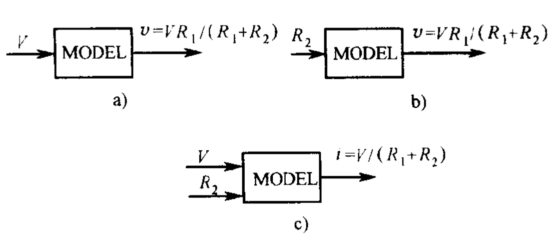


图 1-2　图 1-1 所示系统的模型

与电阻 R_2 均可调整，而我们感兴趣的是电流 i，则系统模型如图 1-2c 所示。

例 1.2 考虑图 1-3 所示的一由质块与弹簧构成的谐振系统。假设在 $t=0$ 时刻，使质块偏离静止位置 $u(0)=u_0>0$，然后释放。根据简单的力学原理，我们知道在任意 $t>0$ 时刻，质块的位移可由下列二阶微分方程及其初始条件唯一确定。即

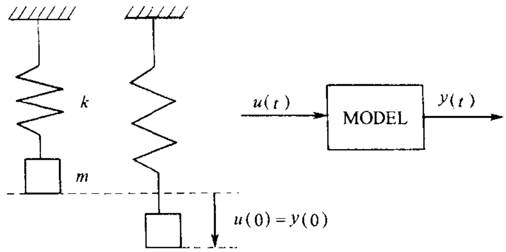


图 1-3 例 1.2 的谐振系统及其模型

$$\begin{aligned} m\ddot{y} &= -ky \\ y(0) &= u_0 \\ \dot{y}(0) &= 0 \end{aligned} \qquad (1\text{-}6)$$

若我们感兴趣的是控制 $u(0)$（输入）并观察质块位置关于时间的函数，则可建立图 1-3 所示的模型。在该模型中，输入为 $u(t)$，而输出唯有 $y(t)$，它是微分方程(1-6)的解。

$$\boldsymbol{u}(t)=\begin{cases} u_0, & t=0; \\ 0, & 其他 \end{cases} \qquad (1\text{-}7)$$

1. 静态与动态系统

在例 1.1 中，所有输入与输出之间的关系均为代数方程。而在例 1.2 中，尽管对于所有 $t>0$，$u(t)$ 均为常数，但输出随着时间 t 而变化。在此例中，任意 $t>0$ 时刻的输出 $y(t)$ 依赖于过去时刻的输入值（特别地，$u(0)$），且输入与输出函数关系为微分方程。若一系统，其任意 $t>0$ 时刻的输出 $\boldsymbol{y}(t)$ 与所有过去 $\tau<t$ 时刻的输入 $\boldsymbol{u}(\tau)$ 无关，则该系统为静态系统。反之，若其任意 $t>0$ 时刻的输出 $\boldsymbol{y}(t)$ 与所有过去 $\tau<t$ 时刻的输入 $\boldsymbol{u}(\tau)$ 有关，则该系统为动态系统。例 1.1 所示系统为静态系统，而例 1.2 所示系统为动态系统。除非另指，本书以后所指系统均为动态系统，因为动态系统更具有普遍意义。

2. 时变与时不变系统

当考虑系统输入与输出关系时，可能涉及这样的问题：“当给一系统施加相同的输入时，系统总会产生相同的输出吗?”答案不一定总是肯定的。这一问题引入另一种系统分类方法。在例 1.2 中，假设连接在弹簧上的质块是一充满液体的容器，且从 $t=0$ 时刻开始泄露，则对于上述问题的答案将是否定的。因为质块的质量随着时间而变化，式（1-6）所示的微分方程为非常定系数微分方程。在式（1.3）中，事实上我们是假定了 $\boldsymbol{g}(\cdot)$ 与时间无关。实际上更具普遍意义的系统输入与输出关系表达方式应为

$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{u},t)=[g_1(u_1(t),\cdots,u_p(t)),\cdots,g_m(u_1(t),\cdots,u_p(t)),t]^{\mathrm{T}} \qquad (1\text{-}8)$$

上式中引入时间 t，以表明输入与输出关系与时间有关，系统是时变的。当输入与输出关系与时间无关时，系统则为时不变的。从数学的角度，若系统输入 $\boldsymbol{u}(t)$ 产生输出 $\boldsymbol{y}(t)$，而间隔任意时刻 τ 后相同的输入产生相同的输出，即 $\boldsymbol{u}(t-\tau)$ 产生 $\boldsymbol{y}(t-\tau)$，则系统为时不变系统；否则系统为时变系统。系统时变的原因是系统的某些参数随时间而变化，如上述泄露的容器的质量。

1.1.2 系统的状态空间建模

粗略地说，系统在某一时刻的状态描述着系统在该时刻的性能。从系统的角度，状态的概念具有更精确的意义，它是许多系统建模与分析技术的"基石"。

在上节中所述的系统输入与输出关系建模中，假设对于所有的 $t \geqslant t_0$ 的时刻 $\boldsymbol{u}(t)$ 完全确定，而且在某时刻 $t=t_1 \geqslant t_0$ 上观测到 $\boldsymbol{y}(t)$。我们的问题是：这些信息是否足以预测所有将来 $t>t_1$ 时刻系统的输出？系统的状态空间建模正是对于这一问题做出肯定的回答。

让我们就例 1.2 回答上述问题。假设已知系统的输入 $\boldsymbol{u}(t)(t>t_0)$ 及 $\boldsymbol{y}(t_1)(t_1>t_0)$，试问我们是否可以唯一确定某一时间 τ 间隔后的输出 $\boldsymbol{y}(t_1+\tau)$？从数学的角度，对于这一问题的答案是否定的。由于系统的模型是一个二阶微分方程，我们无法就初始条件 $\boldsymbol{y}(t_1)$ 解出 $\boldsymbol{y}(t_1+\tau)$；我们还需要知道质块在 t_1 时刻的速度即 $\dot{\boldsymbol{y}}(t_1)$。可见，$\boldsymbol{y}(t_1)$ 和 $\dot{\boldsymbol{y}}(t_1)$ 以及系统的输入 $\boldsymbol{u}(t)$ 提供了求解式(1.6)及确定 $\boldsymbol{y}(t_1+\tau)$ 所需的足够的信息。这一结论引入下列系统状态的定义：

定义 1.1 系统在某一时刻 t_0 的状态是在系统输入 $\boldsymbol{u}(t)(t \geqslant t_0)$ 已知的条件下，唯一确定所有 $t \geqslant t_0$ 时刻上系统输出 $\boldsymbol{y}(t)$ 所需的系统的信息。

与系统的输入 $\boldsymbol{u}(t)$ 和输出 $\boldsymbol{y}(t)$ 相同，系统的状态也用一向量 $\boldsymbol{x}(t)$ 表示，其元素为 $x_1(t)$，…，$x_n(t)$，我们称其为系统的状态变量，即

$$\boldsymbol{x}(t)=[x_1(t),\ \cdots,\ x_n(t)]^{\mathrm{T}}$$

状态空间建模方法是现代时间域控制理论学派的一种基本手段。但建立系统状态空间模型时，除了选择系统的输入与输出外，还必须选择系统的状态。状态空间建模就是建立系统输入、输出即状态之间的数学关系。这一关系被称为系统的动态特性。给定系统某一状态 $\boldsymbol{x}(t_0)$ 以及系统输入 $\boldsymbol{u}(t)(t \geqslant t_0)$，如何确定系统的未来状态？这一问题引入下列定义：

定义 1.2 给定系统某一状态 $\boldsymbol{x}(t_0)$ 以及系统输入 $\boldsymbol{u}(t)(t \geqslant t_0)$，用于确定所有 $t \geqslant t_0$ 时刻系统状态 $\boldsymbol{x}(t)$ 的方程组称为系统的状态方程。

我们再引入系统的状态空间的概念。

定义 1.3 系统的状态空间，通常表示为 X，是系统的状态所有可能取的值。

一般地，系统的状态方程采用下列一阶微分方程形式：

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t),\ \boldsymbol{u}(t),\ t) \tag{1-9}$$

如果已获得了下列方程组,则称已建立了系统状态空间模型。

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t),\ \boldsymbol{u}(t),\ t),\ \boldsymbol{x}(t_0)=\boldsymbol{x}_0 \tag{1-10a}$$

$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(t),\ \boldsymbol{u}(t),\ t) \tag{1-10b}$$

式(1-10a)为给定系统初始状态 $\boldsymbol{x}(t_0)$ 的系统状态方程，式(1-10b)称为系统的输出方程。上述状态方程与输出方程均为矢量形式，它们等价于下面的标量形式：

$$\dot{x}_1(t)=f_1(x_1(t),\ \cdots,\ x_n(t),\ u_1(t),\ \cdots,\ u_p(t),t)x_1(t_0)=x_{10}$$

$$\vdots$$

$$\dot{x}_n(t)=f_n(x_1(t),\ \cdots,\ x_n(t),\ u_1(t),\ \cdots,\ u_p(t),t)x_1(t_0)=x_{n0}$$

及

$$y_1(t)=g_1(x_1(t),\ \cdots,\ x_n(t),\ u_1(t),\ \cdots,\ u_p(t),\ t)$$

$$\vdots$$

$$y_m(t)=g_m(x_1(t),\ \cdots,\ x_n(t),\ u_1(t),\ \cdots,\ u_p(t),\ t)$$

如同选择系统输入与输出，在系统状态变量的选择上，也有极大的灵活性。也就是说，给定一系统，其状态空间模型不是唯一的。好的系统状态空间模型依赖与对于系统的直觉、经验以及是否存在系统自然物理量可直接作为状态变量。

说明 1.1 对于静态系统，状态方程退化为 $\dot{\boldsymbol{x}}(t)=0$，即系统状态总是维持不变,此时系统的模型仅由输出方程(1-10b)完全确定。对于时不变系统，函数 $\boldsymbol{f}$ 与 $\boldsymbol{g}$ 不与时间直接相关(通过 $\boldsymbol{u}(t)$ 与 $\boldsymbol{x}(t)$ 间接相关)，此时系统模型简化为 $\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{f}(x(t),\ \boldsymbol{u}(t))$ 及 $\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t))$。

对于线性系统，由式(1-10a)与式(1-10b)描述的系统状态空间模型简化为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{u}(t),\ \boldsymbol{x}(t_0)=\boldsymbol{x}_0 \tag{1-11a}$$

$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}(t)\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}(t)\boldsymbol{u}(t) \tag{1-11b}$$

式中, $\boldsymbol{A}(t)$、$\boldsymbol{B}(t)$、$\boldsymbol{C}(t)$ 及 $\boldsymbol{D}(t)$ 分别为 $n\times n$、$n\times p$、$m\times n$ 及 $m\times m$ 系数矩阵。

若系统是线性时不变的,则系统的状态空间模型更进一步简化为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t),\ \boldsymbol{x}(t_0)=\boldsymbol{x}_0 \tag{1-12a}$$

$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t) \tag{1-12b}$$

式中所有系数矩阵均为常数，与时间无关。

例 1.3 仍然考虑图 1-3 所示系统。在该系统中，输入为质块的初始位移 $u(t)$，而输出为质块的位移 $y(t)$。假设将系统质块的位移 $y(t)$ 作为一状态变量 $x_1(t)$，则可立即得到简单的输出方程：

$$y(t)=x_1(t) \tag{1-13}$$

将式(1-13)代入式(1-6)，我们得到：

$$m\ddot{x}_1(t)=-kx_1(t) \tag{1-14}$$

在前面的分析中，我们还需要引入质块的速度作为另一状态变量,即

$$\dot{y}(t)=\dot{x}_1(t)=x_2(t) \tag{1-15}$$

再将式(1-14)改写为

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{k}{m}x_1(t) \tag{1-16}$$

将式(1-15)、式(1-16)及式(1-13)写成矩阵形式,即得到标准的状态方程和输出方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1-17}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{1-18}$$

1.1.3 状态空间

我们在上节中所涉及的状态变量均为实数。实数状态变量对于建立式（1-10a）所示的状态方程当然是方便的。但是，我们并没有将状态变量局限于实数，有可能为整数，或诸如｛通，断｝、｛高，中，低｝以及｛绿，红，蓝｝这样的离散集。

根据状态变量的类型，我们可将系统分为连续状态系统与离散状态系统。在连续状态系统，状态空间 X 是由 n 维实数（有时为复数）向量构成的连续集。尽管也有 X 为无限维的特例，但通常它是有限维的（即 n 为一有限整数）。在离散状态系统模型中，状态空间为离散集。由于状态变量只能在离散的时间点上从一个离散状态值跳跃到另一个值，其状态轨迹（状态随时间变化曲线）是分段常数函数。也存在混合系统，其某些状态变量为连续的，而某些状态变量为离散的。

离散状态系统的动态特性很容易观察。这是由于状态转移的机理通常采用简单的逻辑表达方式，例如“设当前的状态为 x，若某些特别的事情发生导致下一状态为 x'”。然而，用数学方法正规地描述和求解离散状态系统状态方程是极其复杂的，相关的方法还不多见。而对于连续状态系统，其状态方程归结为微分方程，有很多数学工具可用于其求解，不过这不是本书所讨论的范畴。

例 1.4(库房问题)　这是一个简单的离散状态系统问题。考虑某一工厂用于储存成品的库房，假设一旦完成一个新成品，它即被送达库房被存储；一辆载货汽车定期到达库房，装运一定数量的成品，我们称之为从库房“发货”。我们感兴趣的是库房库存水平，即在任意时刻库房中的成品存量。为此，定义 $x(t)$ 为时刻 t 成品的数量，定义模型的输出方程为 $y(t)=x(t)$。由于成品的数量是离散的，我们将状态空间 X 定义为非负整数 $\{0, 1, 2, \cdots\}$。

假设我们选择以下 2 个时间的函数作为输入：

$$u_1(t)=\begin{cases}1, & \text{若 1 件成品在 } t \text{ 时刻被送入库房}\\0, & \text{其他}\end{cases} \tag{1-19}$$

及

$$u_2(t)=\begin{cases}1, & \text{若 1 辆载货汽车在 } t \text{ 时刻到达库房}\\0, & \text{其他}\end{cases} \tag{1-20}$$

由 $u_1(t)=1$ 的时刻构成的序列定义了成品送抵库房的"计划"。同样地，由 $u_2(t)=1$ 的时刻构成的序列定义了载货汽车到达库房的"计划"。

为了简化起见，假设：(a)库房足够大，以至于库存量不会超出库存能力；(b)装载一辆载货汽车花费的时间为0；(c)载货汽车一次仅装载1个成品；(d)成品与载货汽车不可能在同一时刻到达，即不存在 $u_1(t)=u_2(t)=1$ 的时刻。

为了推导出系统的状态方程，让我们观察所有可能的状态转移：

(1) $u_1(t)=1$，$u_2(t)=0$。这表明1件成品在 t 时刻到达库房，因此 $x(t)$ 势必经历一次阶跃 $+1$。

(2) $u_1(t)=0$，$u_2(t)=1$。这意味着载货汽车在 t 时刻到达库房，我们必须将库存量减少1。然而存在二种情况：若 $x(t)>0$，则状态将变化 -1；若 $x(t)=0$，表明库存为0，则状态将不变(保持为0)。

(3) $u_1(t)=0$，$u_2(t)=0$。表明在 t 时刻无状态变化。

这里遇到的一个问题是我们无法定义 $x(t)$ 的导数 $\dot{x}(t)$。取而代之，我们用符号 t^+ 表示正好在 t 时刻以后的瞬间。根据这一定义以及上述观察的结果，我们可以得出下列离散状态系统方程：

$$x(t^+)=\begin{cases}x(t)+1, & \text{若 } u_1(t)=1,\ u_2(t)=0\\x(t)-1, & \text{若 } u_1(t)=0,\ u_2(t)=1,\ x(t)>0\\x(t) & \text{，其他}\end{cases} \tag{1-21}$$

说明1.2 方程(1-21)是在离散事件系统研究中出现的许多情形的一个代表。虽然它能够捕捉例1.4的库房动态特性,但数学上它是不完善的;输入函数 $u_1(t)$ 与 $u_2(t)$ 是非正规的；瞬间状态转移所导致的非连续性要求使用别扭的 t^+ 符号。我们可以看到这是非常低效率的系统性能的描述方法，原因是在大多数时间上没有感兴趣的状态发生变化。事实上，只有在为数不多的时间点上，事件"载货汽车到达"与"成品到达"发生，从而关注状态的变化。

在上节中，关于状态的定义要求在假设已知 $\boldsymbol{u}(t)\,(t\geqslant t_0)$ 的条件下在 $t=t_0$ 时刻预测系统未来的性能。然而上述假设并非总是合理的，它排除了系统输入不可预见特征对于该系统的影响。在例1.4中，状态方程(1-21)完全依赖于确切了解"成品到达"与"载货汽车到达"这二个输入函数 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$。然而在许多实际问题中，诸如此类的知识是不可能的。由于交通堵塞和天气原因造成卡车

延期到达，由于机器随机发生的故障，以及生产所需原材料交货延误等对于生产的影响，将不断影响系统的状态，以至于只有采用概率方法才能加以描述。尽管方程（1-21）仍能描述系统性能，但是若 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 的值不是在所有时刻 t 都是确定的，因而系统的状态也是不确定的。

这样一来，我们将涉及另外一种系统分类，即确定性系统与随机系统。若一系统，至少其一输出变量是随机变量，我们称之为随机系统；否则，为确定性系统。一般地，随机动态系统的状态定义着一随机过程，其性能只能从概率上加以描述。因此，对于确定性系统，给定 $\boldsymbol{u}(t)(t \geqslant t_0)$，状态 $\boldsymbol{x}(t)$ 能够赋以确定的值；而对于随机系统，t 时刻系统的状态是随机向量，只能确定其概率分布函数。

我们假设读者熟悉概率论以及随机过程。它们将是本书中有关随机离散事件系统的基础。

1.1.4 离散时间系统

到目前为止，我们一直讨论的是连续时间系统，即时间是连续的。但是，在许多情况下，我们只考虑在离散时间瞬间的系统输入与输出变量，从而引入离散时间系统。之所以研究离散时间系统，原因在于：

（1）作为系统的一个单元的数字计算机都是基于离散时间模式工作的，它内置离散时钟。计算机所辨认或控制的变量都只能在与由时钟频率确定的时间间隔成倍数关系的时刻取值。

（2）许多我们感兴趣的连续时间系统模型的微分方程只能采用数值计算机获得数值解。这一由计算机产生的解实际上是连续时间函数的离散化。如果最终解只能通过计算机获得数值解，那么从一开始就采用离散时间模型是合理的。

（3）得益于数字硬件和计算机技术的发展，基于离散时间模型的数字控制技术具有高度灵活、快速及低成本的优点。

在离散时间模型中，时间轴为一个由时间点序列 $t_0 < t_1 < \cdots < t_k < \cdots$ 定义的时间间隔的序列所取代。一般地，假设所有时间间隔具有相同的长度，即对于 $k = 0, 1, 2, \cdots$，$t_{k+1} - t_k = T$。该常数 T 称为采样间隔。必须指出，时间的离散化并不意味着状态空间的离散化。

从表达方式上，只要将连续时间模型的输入 $\boldsymbol{u}(t)$、输出 $\boldsymbol{y}(t)$，以及状态向量 $\boldsymbol{x}(t)$ 用其在离散时间上的取值 $\{\boldsymbol{u}(k)\}$、$\{\boldsymbol{y}(k)\}$ 及 $\{\boldsymbol{x}(k)\}$ 取代，并用差分方程取代微分方程，即可得到离散时间模型的状态方程与输出方程：

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k), k), \ \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \tag{1-22a}$$

$$\boldsymbol{y}(k) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}(k), \boldsymbol{u}(k), k) \tag{1-22b}$$

特别地，对于线性系统，其离散时间模型为

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}(k)\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{B}(k)\boldsymbol{u}(k), \ \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 \tag{1-23a}$$