



青年自学丛书

数 学

上海人民出版社

青年自学丛书

数 学

(上 册)

上海人民出版社

青年自学丛书

数 学

(上 册)

上海师范大学数学系 编

上海人民出版社出版

(上海绍兴路5号)

新华书店上海发行所发行 上海商务印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 11.375 字数 250,000

1975 年 5 月第 1 版 1975 年 5 月第 1 次印刷

印数 1—200,000

统一书号: 13171·131 定价: 0.60 元

毛主席语录

农村是一个广阔的天地，在那里是可以大有作为的。

自然科学是人们争取自由的一种武装。人们为着要在社会上得到自由，就要用社会科学来了解社会，改造社会进行社会革命。人们为着要在自然界里得到自由，就要用自然科学来了解自然，克服自然和改造自然，从自然里得到自由。

《青年自学丛书》编辑说明

毛主席教导我们：“知识青年到农村去，接受贫下中农的再教育，很有必要。”成千上万的知识青年，响应毛主席的伟大号召，满怀革命豪情，奔赴祖国的农村和边疆。他们认真读马、列的书，读毛主席的书，积极投入批林批孔，朝气蓬勃地战斗在三大革命运动的第一线，坚定地走同工农相结合的道路，对建设社会主义新农村作出了贡献，阶级斗争和路线斗争的觉悟有了很大提高。无产阶级英雄人物不断涌现，一代革命青年正在茁壮成长。这是毛主席革命路线的伟大胜利。

按照毛主席关于“要关怀青年一代的成长”的教导，为了适应广大上山下乡知识青年自学的需要，特编辑、出版这套《青年自学丛书》。丛书以马列主义、毛泽东思想为指导，内容包括哲学、社会科学、文学、自然科学的一些基本知识和实用农业技术知识等。我们希望，这套丛书的出版，能对上山下乡知识青年的学习起积极作用，有助于他们进一步提高路线斗争觉悟、政治理论水平和文化科学水平，在又红又专的道路上阔步前进，更好地适应建设社会主义新农村和各项事业发展的需要。

我们对大力支持这套丛书的出版工作的有关单位和作者，表示衷心的感谢，并欢迎广大读者对这套丛书提出意见和批评，以便改进。

上海人民出版社

编 者 的 话

“农村是一个广阔的天地，在那里是可以大有作为的。”广大知识青年遵照伟大领袖毛主席的教导，奔赴农村干革命，以实际行动向资产阶级法权挑战，在三大革命斗争中，作出了应有的贡献。

在建设社会主义新农村的过程中，很多地方需要应用数学知识。为了帮助广大青年学习初等数学，我们编写了这本《数学》，分上下两册。上册包括数，式，三角函数和三角形，农村简易测量，任意角三角函数，一次函数和直线等六章；下册有抛物线、二次函数和一元二次方程，圆、椭圆和双曲线，其他几种常用曲线，对数和几种计算工具，优选法和统筹方法，数理统计方法简介等六章。

我们力求改革旧的数学体系，对内容的取舍，例题的配备，尽可能根据农村实际。本书在介绍了一段内容之后，配有几道练习题，供读者练习，答案即附在下面方括号内。每节之后的习题答案，则附于书后附录中。本册附录中还排有英文字母、希腊字母及其读音表，常用的计量单位及其换算表，平方根表和三角函数表，以备读者查阅。

由于我们对马列主义、毛泽东思想学习不够，思想水平不高，又缺乏实践经验，书中缺点错误一定很多，欢迎读者批评指正。

编 者

1974年12月

目 录

第一章 数	1
第一节 简单几何图形中的一些数量关系	1
一、线段的度量(1) 二、角的度量(2) 三、垂线和平行线(4) 四、三角形(7) 五、圆(11) 六、用字母代表数(13)	
第二节 正数和负数	17
一、为什么数的前面要添正号或负号(17) 二、点的坐标(18) 三、数的大小比较(23)	
第三节 数的四则运算	25
一、加法(25) 二、减法(27) 三、乘法(30) 四、除法(33)	
第四节 数的乘方和开方	36
一、乘方(36) 二、开方(42)	
第五节 农业生产中的一些简单计算问题	49
一、地积和土方的计算(49) 二、有关合理密植的计算(56) 三、秧苗数和种子重量的计算(58) 四、估产(59)	
第二章 式	67
第一节 整式	67
一、整式的加法和减法(67) 二、整式的乘法(73) 三、乘法公式(75) 四、因式分解(78)	
第二节 分式	86
一、分式的基本性质(86) 二、分式的乘除法(87) 三、分式的加减法(88)	
第三节 根式	91
一、根式的化简(92) 二、分数指数幂(95) 三、根式的运	

算(97)	
第四节 一元一次方程和一元一次不等式	101
一、什么叫做一元一次方程(101) 二、怎样求出一元一次方程的解(102) 三、农村应用举例(105) 四、什么叫做不等式(107) 五、怎样求一元一次不等式的解(108)	
第五节 比和比例	113
一、比和比例的意义(113) 二、正比例及其应用(117) 三、反比例及其应用(120)	
第三章 三角函数和三角形	124
第一节 锐角三角函数和直角三角形的解法	124
一、什么叫锐角三角函数(124) 二、解直角三角形和农村应用举例(131)	
第二节 任意三角形的边角关系和解法	146
一、任意三角形的边角关系(146) 二、解任意三角形和应用举例(150)	
第三节 相似三角形及其应用	158
一、相似三角形和相似多边形(158) 二、估测(166)	
第四节 全等三角形及其应用	173
一、全等三角形的概念与判定(173) 二、有关全等三角形的作图(176) 三、对称图形(181) 四、大片麦田选场(187) 五、梯田修建中的等高线测量(190)	
第四章 农村简易测量	195
第一节 怎样画生产队平面图	195
一、小平板仪的构造和安置(195) 二、测绘平面图的方法和原理(200) 三、测绘生产队平面图(202)	
第二节 怎样测量地面高度	207
一、水准仪和水准尺的构造和使用(208) 二、水准测量的原理和方法(210) 三、简易水准测量工具(214) 四、视距测量(216)	
第三节 兴修小型河道的测量	219

一、走向、定线 (219)	二、河道纵断面水准测量 (220)
三、河道横断面的设计和测量 (223)	四、画横断面图 (227)
五、土方计算 (230)	六、放样与验收 (233)
第五章 任意角三角函数	236
第一节 任意角三角函数及其线段表示	236
一、任意角 (236)	二、任意角的三角函数 (242)
三、三角函数的线段表示 (247)	四、三角函数值的变化 (248)
五、任意角三角函数值的求法 (251)	六、同角三角函数间的关系 (254)
第二节 复角三角函数	261
一、和角公式 (261)	二、和、差化积公式 (268)
三、复角三角函数在测量上的应用 (271)	
第六章 一次函数和直线	279
第一节 函数	279
一、常量和变量 (279)	二、函数概念 (280)
三、函数的表示法 (284)	四、函数图象的应用 (289)
第二节 一次函数	293
一、正比例函数 (293)	二、一次函数 (296)
第三节 直线的方程	299
一、直线方程的几种形式 (299)	二、点到直线的距离 (304)
第四节 二元一次方程组	310
一、二元一次方程组的概念 (310)	二、用消元法解二元一次方程组 (312)
三、图解法和两直线的交点 (316)	四、二元一次方程组应用举例 (318)
五、直线型经验公式 (322)	
第五节 二元一次不等式	326
一、二元一次不等式 (326)	二、合理下料问题 (328)
三、二元一次不等式组 (330)	四、合理安排生产问题 (331)
附录	335
一、英文字母和希腊字母 (335)	二、常用计量单位 (336)
三、平方根表 (338)	四、三角函数表 (343)
五、习题答案 (350)	

第一章 数

第一节 简单几何图形中的一些数量关系

人们在生产实践和日常生活中接触到各种物体，它们都具有一定的形状，例如三角形的屋架、长方形的台面、圆形的车轮等等。许多形状多次反映到人们的头脑里，就形成了几何图形的概念。这里的三角形、长方形和圆都是几何图形。研究和掌握几何图形的基本性质和数量关系，是为了分析和解决有关的实际问题，改造客观世界。

一、线段的度量

一段拉直的绳子，黑板的边沿等等都是有两个端点的线，这种线叫做线段。如果以 A 和 B 表示线段的两个端点，那么这条线段就可以用 AB 来表示(图 1-1)。把线段向一个方向无限延长所形成的几何图形，叫做射线(图 1-2)。把线段向两个方向无限延长所形成的几何图形，叫做直线(图 1-3)。



图 1-1



图 1-2

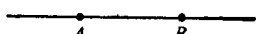


图 1-3

木工划线时，先固定墨线的两端，然后弹线，就在木板上

画出一条直线。从中我们知道：过两点能够画也只能画一条直线，也就是：两点决定一直线。

每一条线段都界于两个端点之间，它们都有一定的长度。要度量一条线段的长度，需要选定一个长度单位。假定选取一厘米做长度单位，用它去度量线段 AB 。如果线段 AB 刚好是 1 厘米的 5 倍，那么线段 AB 的长度就是 5 厘米；如果刚好是 1 厘米的三分之一，那么线段 AB 的长度就是 $\frac{1}{3}$ 厘米（图 1-4）。因此，只要长度单位选定了，线段的长度都可以用一个数来表示。通常我们把联结两点的线段的长度叫做两点间的距离。

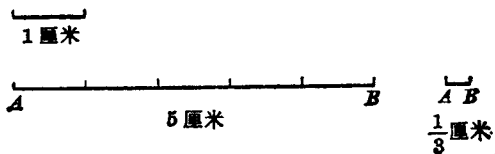


图 1-4

二、角的度量

时钟长、短针之间和台面相邻两边之间都形成一个角。从一点引出两条射线所组成的图形就是角。角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而形成的。如图 1-5 的角，可以看成是由射线 OA 绕端点 O 旋转到 OB 而形成的。端点 O 叫做角的顶点；射线的起始位置 OA 叫做角的始边，终止位置 OB 叫做角的终边。 OA 和 OB 都叫做角的边。以 O 为顶点， OA 和 OB 为两边的角记为 $\angle AOB$ 。在不会与其他角混淆的情况下，可简记为 $\angle O$ 。有时为了简便起见，在角里注上数字，例如图 1-6 里的 $\angle 1$ ， $\angle 2$ 。

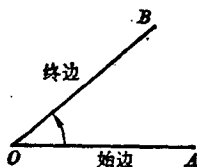


图 1-5

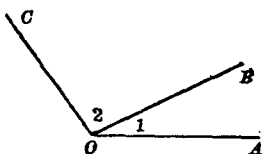


图 1-6

当射线转到和始边成一直线时，这样所成的角叫做平角 (图 1-7)。平角的一半叫做直角 (图 1-8)。常用的三角尺其中最大的一个角就是直角。

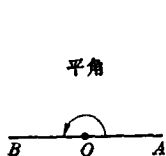


图 1-7

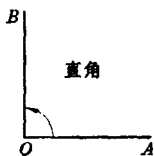


图 1-8

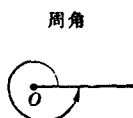


图 1-9

如果射线继续旋转下去，回到它原来的位置，这时所成的角叫做周角 (图 1-9)。可以看出，周角的一半就是平角。

小于直角的角叫做锐角 (如图 1-6 的 $\angle AOB$)；大于直角而小于平角的角叫做钝角 (如图 1-6 的 $\angle AOC$)。

为了要度量一个角的大小，需要选定一个角度单位。习惯上常把一个周角分成 360 等分，每一份叫做 1 度，记为 1° ；再把 1 度的角分成 60 等分，每一份叫做 1 分，记为 $1'$ ；把 1 分的角再分成 60 等分，每一份叫做 1 秒，记为 $1''$ 。这就是说

$$\text{周角} = 360^\circ, \quad 1^\circ = 60', \quad 1' = 60''.$$

于是我们可得到

$$\text{平角} = 180^\circ, \quad \text{直角} = 90^\circ.$$

我们通常用量角器来量角的大小。如图 1-10 所示，把量

角器上的圆心放在角的顶点上,并使量角器上 0° 的刻线与角的一边重合,这时角的另一边在量角器上所对的读数就是这个角的度数.在图1-10中, $\angle AOB=50^\circ$.

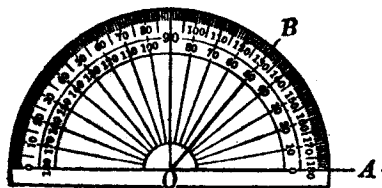


图 1-10

练习

1. 把角的两边画得长一些或短一些,会影响角的大小吗?

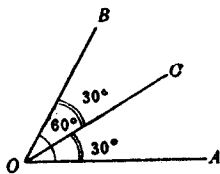
2. 用量角器画出下列各角: 37° ; 165° ; 90° .

3. 进行下列换算:

(1) $15^\circ = \underline{\hspace{1cm}}'$; (2) $15' = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$;

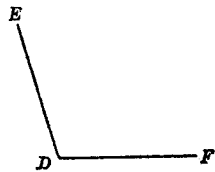
(3) 周角的 $\frac{1}{24} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$.

4. 角平分线把一个角平分为两,如附图(1)中的 OC . 用量角器量出附图(2)中 $\angle EDF$ 的度数,然后画它的角平分线.



(1)

(第4题)



(2)

[3. (1) $900'$; (2) $\frac{1}{4}^\circ$; (3) 15° .]

三、垂线和平行线

屋架的下弦杆和中柱,下弦杆和房屋的柱子都相交成直

角(图 1-11)。这些客观存在的事物反映到人们的头脑里,就形成两条直线互相垂直的概念。

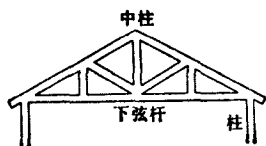


图 1-11

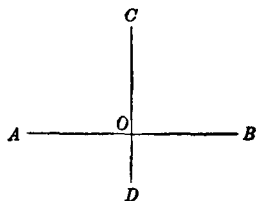


图 1-12

一般地说,当两条直线相交成直角时,这两条直线叫做互相垂直,其中一条叫做另一条的垂线,交点叫垂足。两直线互相垂直,用符号“ $\perp$ ”表示。例如在图 1-12 中, AB 和 CD 互相垂直,可记为 $AB \perp CD$ 或 $CD \perp AB$, O 是垂足。

在生产实践中,经常要遇到这类问题:经过一点 P ,作已知直线 AB 的垂线。我们可以利用三角尺来作垂线。如图 1-13 所示,以一个三角尺的一边与 AB 重合,以另一个三角尺的一条直角边沿 AB 移动,使另一条直角边通过点 P 。过 P 作直线 PQ ,这就是要作的 AB 的垂线, Q 是垂足。在连接点 P 和直线 AB 上任意一点的所有线段中, PQ 最短。线段 PQ 的长度叫做点 P 到直线 AB 的距离。

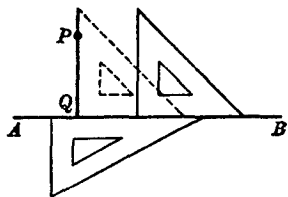


图 1-13

铁路上两条笔直的铁轨都垂直于枕木,门框的两条对边都垂直于门槛,这些事实使我们形成平行线的概念。

一般地说,垂直于同一条直线的两条直线,叫做互相平行,其中一条叫做另一条的平行线。两条直线互相平行用符

号“ $\parallel$ ”表示。例如图 1-14 所示, $PQ \perp AB$, $RS \perp AB$, 那么 PQ 与 RS 是互相平行的, 可记为 $PQ \parallel RS$ 或 $RS \parallel PQ$. 线段 QS 的长度叫做平行线 PQ 与 RS 间的距离. 两条铁轨间的枕木都是一样长的, 这就是说, 两条平行线间的距离是处处相等的. 工人师傅常常运用这个道理来划平行线. 如图 1-15, 以平台为基准面, 用高度游标卡尺在工件上先划一条直线, 再将划针头的高度降低一定的距离, 划出与它平行的直线.

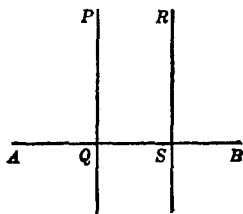


图 1-14

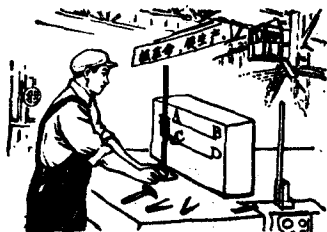


图 1-15

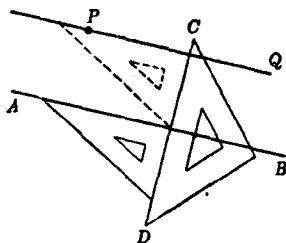


图 1-16

在图纸上, 过直线 AB 外的一点 P 作 AB 的平行线, 可利用一副三角尺来进行. 如图 1-16, 以第一个三角尺的一条直角边与 AB 重合, 另一条直角边与第二个三角尺的 CD 边重合, 把第一个三角尺沿 CD 边移动, 使它的直角边通过点

P ，画直线 PQ 。 PQ 就是所要作的平行线。

四、三 角 形

我们经常在房屋的人字架和铁桥的钢架(图 1-17)上看到所谓三角形结构，它们是由三个角和三条边所组成的几何图形。这样的图形叫做三角形。



图 1-17

三角形的三个内角都是锐角的，叫做锐角三角形；如果有一个内角是直角就叫直角三角形；有一个内角是钝角就叫钝角三角形，如图 1-18 所示。

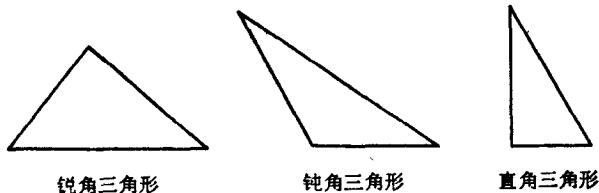


图 1-18

常用的三角尺总有一个直角，所以它们是直角三角形。形成直角的两条直角边，也叫做勾和股；另一条边叫做斜边，又叫弦。在每个直角三角形里，除了直角以外，其余两个角之间有什么关系呢？毛主席教导我们：“一切真知都是从直接经验发源的。”我们用纸剪一个直角三角形 ABC ，如图 1-19 (1) 所示。把它的两条直角边 AC ， BC 分别对折，使 $\angle A$ ， $\angle B$ 的顶点 A ， B 都和直角顶点 C 重合，成为图 1-19

(2) 的形状. 可以发现, $\angle A$ 和 $\angle B$ 的和是 90° , 它们都是锐角. 这就是说, 直角三角形两锐角之和是 90° . 那么很明显, 直角三角形三内角之和是 180° .

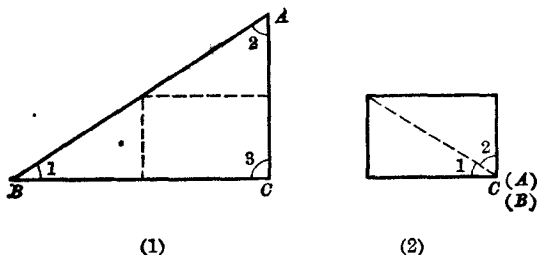


图 1-19

对于任意三角形的三个内角又有什么关系呢? 在任一三角形 ABC 中, 从一个顶点 C , 根据作垂线的方法, 向对边 AB 画垂线 CD (图 1-20). CD 叫做三角形 ABC 底边 AB 上的高.

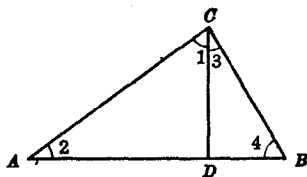


图 1-20

这样把任意三角形分成两个直角三角形. 从图中可以看到,
 $\angle A + \angle B + \angle C$

$$\begin{aligned} &= \angle 2 + \angle 4 + (\angle 1 + \angle 3) \\ &= (\angle 2 + \angle 1) + (\angle 3 + \angle 4) \\ &= 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ. \end{aligned}$$

这是一个十分重要的结论: 三角形三内角的和等于 180° .

如果延长三角形 ABC 的一边 AB 到 D (图 1-21), 那么

$$\begin{aligned} \angle CBD &= 180^\circ - \angle B \\ &= \angle A + \angle B + \angle C - \angle B \\ &= \angle A + \angle C. \end{aligned}$$

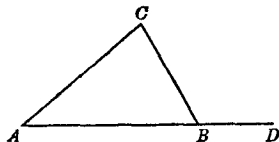


图 1-21

$\angle CBD$ 叫做 $\triangle ABC$ (“ $\triangle$ ”表示“三角形”) 的一个外角. 这