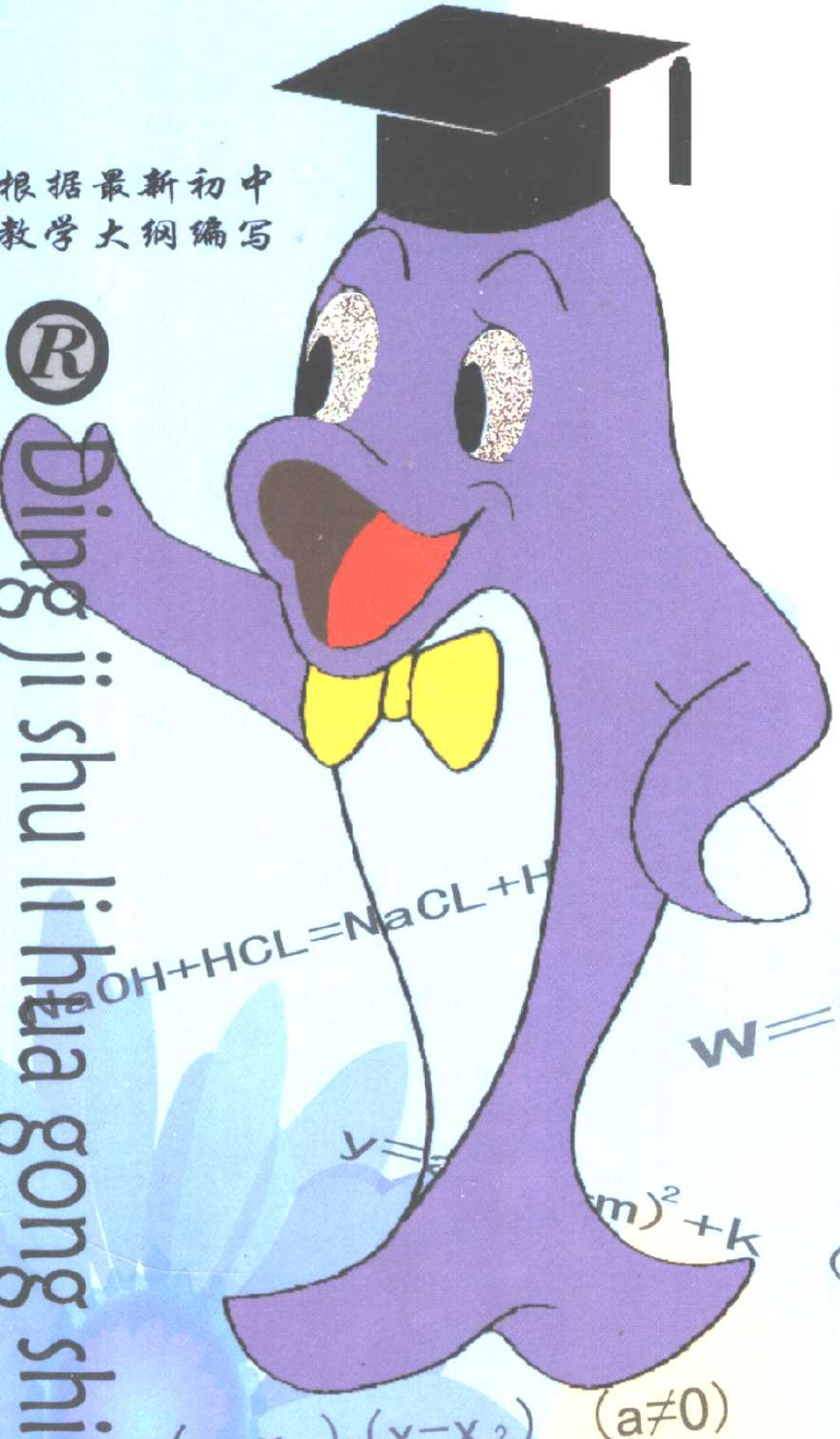
顶级数理化公式定理

初中版

根据最新初中数学大纲编写

Ding ji shu li hua gong shi ding li



NaOH+HCL=NaCL+H

W=F S

(a≠0)

$y=a(x-x_1)(x-x_2)$ (a≠0)

$F_1 \cdot L_1 = F_2 \cdot L_2$

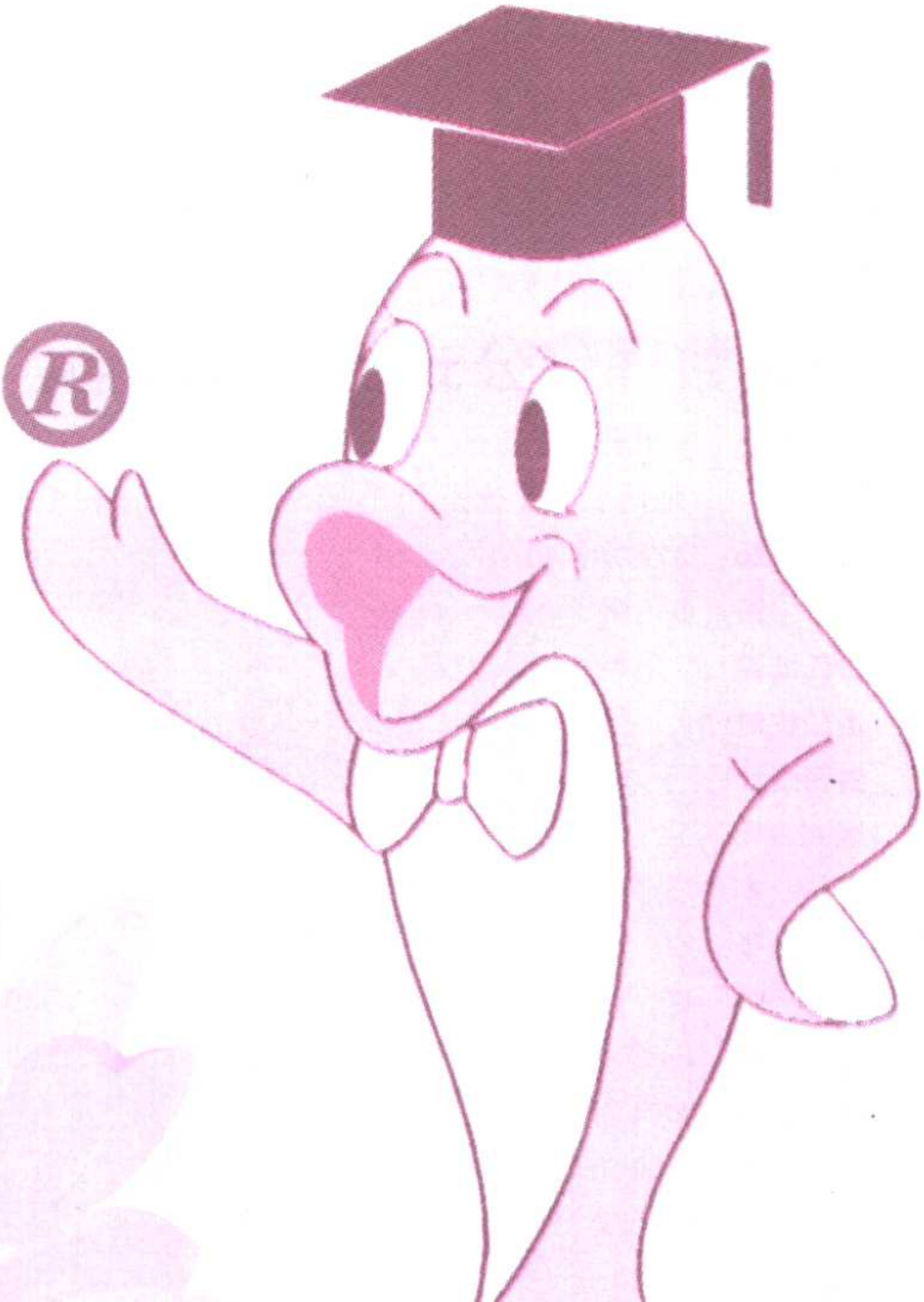
主编：刘 侠 项志良 顾鸣英

广州出版社

顶级数理化公式定理

初中版

主编　刘　侠　项志良　顾鸣英



广州出版社

图书在版编目(CIP)数据

顶级数理化公式定理(初中版)/刘佚、项志良、顾鸣英主编.—广州:广州出版社,2004.7

ISBN 7-80655-626-5

Ⅰ.顶...　Ⅱ.刘...　Ⅲ.①理科(教育)—公式—初中—教学参考资料②理科(教育)—定律—初中—教学参考资料　Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 123149 号

顶级数理化公式定理(初中版)

出版发行　广州出版社

(地址 广州市人民中路同乐路 10 号 邮政编码:510121)

印　　刷　上海场南印刷厂

经　　销　各地新华书店

责任编辑　欧阳杰锋　黄泳仪

责任校对　大　伟

封面设计　王　琳

版式设计　王　琳

开　　本　787×960　1/32

印　　张　12

字　　数　470 千

印　　数　1—20000 册

版　　次　2004 年 7 月第 1 版

印　　次　2004 年 7 月第 1 次

书　　号　ISBN 7-80655-626-5/G·200

定　　价　22.00 元

广州发行专线　020-37602590　020-83794401

销售中心地址　广州市合群一马路 111 号省图批 112 档

邮 政 编 码　510100

上海发行专线　021-65138218

发行部地址　上海市延长路 789 号 303 室

邮 政 编 码　200072

前

Ding ji shu li hua gong shi ding li

《顶级数理化公式定理》(初中版)是一本很有实用意义的导学参考书，能引导你把初中阶段知识关联成网络，进一步将简洁明了的理论知识灵活自如地应用在联系实际和充满能力要求的中考模式试题中，因此可供广大中学生，特别是初三即将毕业的学生使用。

本套丛书以我国现行教材为依据，参照全国各科教学大纲及上海市全日制初级中学各学科课程标准，并接受中考命题必须依据课程标准，但又不拘泥于课程标准，即在知识点上不超课程标准，在应用上不拘泥于课程标准，注重创新精神和能力培养的指导思想。在编写过程中对各学科的知识及其关联点都作了详尽透彻的解释，并配备了多年积累的典型例题作“画龙点睛”式的分析，可起到智力能力的培养作用。

本书是由多年从事各学科教学工作，具有丰富教学经验的名校教师精心编写而成的。我们坚信这套《顶级数理化公式定理》(初中版)一定会给广大初中学生，尤其是初三即将毕业的学生带来无穷的益处。

数学

CHU ZHONG SHU XUE

CHU ZHONG SHU XUE

目　录

一、代　数

二、平面几何

一 代数

1 有理数

【有理数】整数和分数统称为有理数.

【有理数的分类】

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\quad\text{或}\quad\text{有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

不管怎样分类,有理数应包括正整数、正分数、零、负整数、负分数.

任何一个整数都可以写成$\frac{a}{b}$(a,b是整数,且$b\neq0$)的形式,所以,有理数都可以写成$\frac{a}{b}$(a,b是整数,且$b\neq0$)的形式.于是,有理数总可以用分数表示,用分数表示的数一定是有理数.

另外,如果把有理数表示成小数形式,那么一定是有限小数或者是无限循环小数,如果把有限小数看做是循环节为零的循环小数,那么又可以认为有理数就是无限循环小数.

【数轴】规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

有理数是目前我们所学过的数的统称,它是数的一种集合,而点是最简单的几何图形,有了数轴以后,就可以把数的集合与点的集合有机地结合起来.每个有理数都可以用数轴上的一个点来表示,反之,我们也能读出数轴上的有理点所表示的有理数.

【互为相反数】只有符号不同的两个数叫做互为相反的数,零的相反数是零.它揭示了两个有理数的关系,"零的相反数是零"是定义的补充,是定义的重要组成部分.如3与-3是互为相反的数,不能说-3是相反数.

如果a,b互为相反数,则$a+b=0$.

【倒数】如果两个数的乘积等于1,则这两个数互为倒数,零没有倒数.

如果a,b互为倒数,则$a\cdot b=1$.

【绝对值】数轴上表示一个数a的点到原点的距离叫做数a的绝对值,数a的绝对值记作$|a|$.一般来说,一个正数的绝对值是它本身;一个负数的绝对值是它的相反数;零的绝对值是零.即:

$$|a|=\begin{cases}a, & \text{当 } a>0 \text{ 时;}\\ 0, & \text{当 } a=0 \text{ 时;}\\ -a, & \text{当 } a<0 \text{ 时.}\end{cases}$$

例 1 求$|+5|$、$|b|(b<0)$、$|a-b|$.

解：$\because +5>0 \quad \therefore |+5|=5 \quad \because b<0 \quad \therefore |b|=-b$

$$|a-b|=\begin{cases}a-b, & \text{当 } a>b \text{ 时;}\\ 0, & \text{当 } a=b \text{ 时;}\\ b-a, & \text{当 } a<b \text{ 时.}\end{cases}$$

说明

求一个有理数的绝对值时，应首先判定这个数的性质符号，然后根据定义求，所有有理数的绝对值是一个非负数.

例 2 在数轴上有一有理点，它到原点的距离为 6 个长度单位，这个有理点表示的有理数是几？

解：设所求的有理数为 x，则$|x|=6$.

$$\because |6|=6, \quad |-6|=6 \quad \therefore x=\pm 6$$

这个有理点表示的有理数是±6.

说明

求一个数的绝对值，答案是惟一的，反之，已知一个数的绝对值求这个数，答案就不一定是惟一的，绝对值等于一个正数的有理数却有两个，它们互为相反数.

【有理数大小的比较】在有理数中，正数都大于零；负数都小于零；正数大于一切负数；两个正数，绝对值大的正数较大；两个负数，绝对值大的反而小.

例 1 比较 0.73 和$\frac{11}{15}$的大小.

解法 1：$0.73=\frac{73}{100}=\frac{219}{300}$

$\frac{11}{15}=\frac{220}{300}$

$\because \frac{219}{300}<\frac{220}{300}$

$\therefore 0.73 < \frac{11}{15}$

说明 先把小数化为分数,然后化为同分母.

解法 2: $0.73 = \frac{73}{100} = \frac{803}{1\,100}$

$\frac{11}{15} = \frac{803}{1\,095}$

$\because \frac{803}{1\,100} < \frac{803}{1\,095}$

$\therefore 0.73 < \frac{11}{15}$

说明 先把小数化为分数,然后化为同分子.

解法 3: $0.73 = 0.73$

$\frac{11}{15} = 0.7\dot{3}$

$\because 0.73 < 0.7\dot{3}$

$\therefore 0.73 < \frac{11}{15}$

说明 先把分数化为小数,再比较大小.

例 2 比较 $-\frac{3}{14}$, $-\frac{6}{29}$, $-\frac{1}{5}$, $-\frac{12}{59}$, $-\frac{4}{19}$ 的大小.

解: $\left|-\frac{3}{14}\right| = \frac{3}{14} = \frac{12}{56}$

$\left|-\frac{6}{29}\right| = \frac{6}{29} = \frac{12}{58}$

$\left|-\frac{1}{5}\right| = \frac{1}{5} = \frac{12}{60}$

$\left|-\frac{12}{59}\right| = \frac{12}{59}$

$\left|-\frac{4}{19}\right| = \frac{4}{19} = \frac{12}{57}$

$\because \frac{12}{56} > \frac{12}{57} > \frac{12}{58} > \frac{12}{59} > \frac{12}{60}$

$\therefore -\frac{3}{14} < -\frac{4}{19} < -\frac{6}{29} < -\frac{12}{59} < -\frac{1}{5}$

说明

本题中比较大小的方法是逆向思维,即统一分子后比较大小.

【有理数的加法法则】

① 同号两数相加,取原来的符号,并把绝对值相加.

② 绝对值不等的异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并把较大的绝对值减去较小的绝对值;绝对值相等的异号两数相加和为零.

③ 一个数与零相加,仍得这个数.

有理数加法满足:加法交换律　$a+b=b+a$

加法结合律　$(a+b)+c=a+(b+c)$

【有理数的减法法则】 减去一个数,等于加上这个数的相反数.

$$\text{有理数的减法 } a-b \xrightarrow[\text{利用相反数概念}]{\text{转化}} \text{有理数的加法 } a+(-b)$$

即 a,b 是有理数,有 $a-b=a+(-b)$.

例 1　计算$(+16)-(+25)+(-32)-(-24)$.

解:$(+16)-(+25)+(-32)-(-24)$

$=(+16)+(-25)+(-32)+(+24)$ (遇减化加)

$=16-25-32+24$ (省略加号)

$=16+24-25-32$ (加法交换律,结合律)

$=40-57$ (同号相加)

$=-17$ (正负相加)

例 2　计算$\left(-2\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{7}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(88-4\frac{1}{7}\right)$.

解:$\left(-2\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{7}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(88-4\frac{1}{7}\right)$

$=-2\frac{2}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{7}+4\frac{1}{7}-88$

$=-2+4-88$

$=-86$

说明　可使用加法交换律、结合律.

例 3　计算$\left(-31\frac{1}{3}\right)-\left(-37\frac{3}{5}\right)+\left(-15\frac{1}{2}\right)+7\frac{3}{10}-\left(+1\frac{1}{6}\right)+0.1$.

解:$\left(-31\frac{1}{3}\right)-\left(-37\frac{3}{5}\right)+\left(-15\frac{1}{2}\right)+7\frac{3}{10}-\left(+1\frac{1}{6}\right)+0.1$

$=-31\frac{1}{3}+37\frac{3}{5}-15\frac{1}{2}+7\frac{3}{10}-1\frac{1}{6}+\frac{1}{10}$

$=-\left(31\frac{1}{3}+15\frac{1}{2}+1\frac{1}{6}\right)+\left(37\frac{3}{5}+7\frac{3}{10}+\frac{1}{10}\right)$

$=-\left(31\frac{2}{6}+15\frac{3}{6}+1\frac{1}{6}\right)+\left(37\frac{6}{10}+7\frac{3}{10}+\frac{1}{10}\right)$

$=-48+45$

$=-3$

说明 把分母相同或易于通分的分数相加.

【有理数的乘法法则】两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘;任何数与零相乘,都得零.

多个有理数相乘,只要有一个数为0,则积为0;多个不等于0的有理数相乘,积的符号由负因数的个数决定:当负因数个数为奇数时,积为负;当负因数的个数为偶数时,积为正.

有理数的乘法满足:乘法交换律 $ab=ba$

乘法结合律 $(ab)c=a(bc)$

乘法对加法的分配律 $a(b+c)=ab+ac$

【有理数的除法法则】除以一个数等于乘上这个数的倒数.

有理数的除法 $a\div b$ $\xrightarrow[\text{利用倒数概念}]{\text{转化}}$ 有理数的乘法 $a\cdot\frac{1}{b}$

即 a、b 是有理数,有 $a\div b=a\cdot\frac{1}{b}(b\neq0)$.

例1 计算 $(-32)\times1\frac{1}{8}\div\left(-1\frac{5}{27}\right)$.

解: $(-32)\times1\frac{1}{8}\div\left(-1\frac{5}{27}\right)$

$=(-32)\times1\frac{1}{8}\cdot\left(-\frac{27}{32}\right)$ (遇除为乘)

$=32\times\frac{9}{8}\times\frac{27}{32}$ (由负因数的个数决定符号)

$=32\times\frac{27}{32}\times\frac{9}{8}$ (利用乘法交换律、结合律)

$=30\frac{3}{8}$

例 2 计算 $\left[5\frac{1}{2}-\left(2\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}+2\frac{3}{4}\times\frac{2}{7}\right)\right]\times\left(-1\frac{3}{4}\right)\div\left(1\frac{3}{8}\right)$.

解： $\left[5\frac{1}{2}-\left(2\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}+2\frac{3}{4}\times\frac{2}{7}\right)\right]\times\left(-1\frac{3}{4}\right)\div\left(1\frac{3}{8}\right)$

$=\left[5\frac{1}{2}-2\frac{3}{4}\times\left(\frac{5}{7}+\frac{2}{7}\right)\right]\times\left(-\frac{7}{4}\right)\times\frac{8}{11}$

$=\left(\frac{11}{2}-\frac{11}{4}\right)\times\frac{8}{11}\times\left(-\frac{7}{4}\right)$

$=\left(\frac{11}{2}\times\frac{8}{11}-\frac{11}{4}\times\frac{8}{11}\right)\times\left(-\frac{7}{4}\right)$

$=(4-2)\times\left(-\frac{7}{4}\right)$

$=2\times\left(-\frac{7}{4}\right)$

$=-\frac{7}{2}$

例 3 计算 $\left(-4\frac{3}{17}\right)\times2\frac{2}{15}-8\frac{3}{17}\times14\frac{13}{15}-4\times\left(-14\frac{13}{15}\right)$.

解： $\left(-4\frac{3}{17}\right)\times2\frac{2}{15}-8\frac{3}{17}\times14\frac{13}{15}-4\times\left(-14\frac{13}{15}\right)$

$=\left(-4\frac{3}{17}\right)\times2\frac{2}{15}-14\frac{13}{15}\times\left(8\frac{3}{17}-4\right)$

（后两项逆用乘法对加法的分配律）

$=\left(-4\frac{3}{17}\right)\times2\frac{2}{15}-14\frac{13}{15}\times4\frac{3}{17}$

$=4\frac{3}{17}\times\left(-2\frac{2}{15}-14\frac{13}{15}\right)$ （逆用乘法对加法的分配律）

$=4\frac{3}{17}\times(-17)$

$=-71$

【有理数的乘方】 相同因数的连乘运算叫做乘方，即 $\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots a}_{n}=a^n$，

a^n读作a的n次方或a的n次幂.

在a^n中,a叫做底数,n叫做指数(n是自然数),乘方的结果叫做幂.

说明

① **底数和指数**:底数是指相同因数,它可以是任何有理数;指数是指相同因数的个数,目前它只能是正整数,特殊情况:

当$n=1$时,$a^1=a$

当$a=1$时,$1^n=1$

当$a=0$时,$0^n=0$

② **正数和负数的幂的符号**:正数的任何次幂都是正数,负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数.

③ **乘方和幂**:乘方是一种运算,而幂是乘方计算的结果,是一个数.

④ **乘方与前四种运算**:乘方运算中的指数是不直接参与运算的,它只是指明底数自乘的次数.

【有理数的混合运算法则】

① 在加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算中,加和减是第一级运算,乘和除是第二级运算,乘方和开方是第三级运算.在没有括号的运算中,先进行三级运算,再进行二级运算,最后进行一级运算.

② 在同一级运算中,如果没有括号,那么应从左到右依次进行运算.

③ 一个式子中,如有括号,一般应先进行括号里面的运算.

④ 上述运算顺序,在解题时,为求简便,可根据运算律予以变更.

例 计算$12\times\left(\frac{3}{4}-1\frac{1}{6}\right)\div10+\left(-1\frac{1}{2}\right)^2\div\left(-\frac{1}{4}\right)^2$.

解: $12\times\left(\frac{3}{4}-1\frac{1}{6}\right)\div10+\left(-1\frac{1}{2}\right)^2\div\left(-\frac{1}{4}\right)^2$

$=12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{6}\right)\div10+\left(\frac{3}{2}\right)^2\div\left(\frac{1}{16}\right)$

$=12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{6}\right)\div10+\frac{9}{4}\times16$

$=\left(12\times\frac{3}{4}-12\times\frac{7}{6}\right)\div10+36$

$=(9-14)\div10+36$

$=-5\times\frac{1}{10}+36$

$=-\frac{1}{2}+36$

$=35\frac{1}{2}$

说明

底数是带分数时,进行乘方运算必须把带分数化为假分数后再乘方.

【科学记数法】把绝对值大于 10 的数记成$a\times10^n$的形式($1\leqslant|a|<10$),n是自然数,这种记数的方法叫做科学记数法.

【准确数】在计数和计算过程中,得到的是准确无误地反映某些量的真实数值,这种数叫做准确数.

【近似数】在计数和计算过程中,以很接近的数值来反映某些量的真实数值,这种数叫做近似数.

【精确度】表示近似数的精确程度的叫做精确度.一般地,一个近似数四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位,如近似数 3.14 的精确度为 0.01 或说精确到百分位.

【有效数字】一个近似数精确到哪一位,从左边第一个不是0的数字起,到这一位数上的所有数字(包括其中的0),叫做这个近似数的有效数字.

例 1 下列各数是由四舍五入法得到的近似数,各精确到哪一位,各有几个有效数字?

(1) 3.945 0; (2) 3.945;

(3) 2.40 万; (4) 0.3×10^2.

解:(1) 精确到万分位,有 5 个有效数字 3,9,4,5,0;

(2) 精确到千分位,有 4 个有效数字 3,9,4,5;

(3) 精确到百位,有 3 个有效数字 2,4,0;

(4) 精确到十位,有 1 个有效数字 3.

例 2 按括号内的要求,用四舍五入法对下列各数取近似.

(1) −28.358(精确到十分位);

(2) 289.94(精确到个位);

(3) 83 320(精确到万位);

(4) 83 320(精确到千位);

(5) 37 020 000(保留三个有效数字).

解:(1) $-28.358\approx-28.4$;

(2) $289.94\approx290$;

(3) $83\ 320\approx8\times10^4$;

(4) $83\ 320 \approx 8.3 \times 10^4$;

(5) $37\ 020\ 000 \approx 3.70 \times 10^7$.

说明

如果把(3)和(4)的结果都写成80 000，就看不出它们的精确度，所以用科学记数法，把(3)的结果记作 8×10^4，把(4)的结果记作 8.3×10^4. 用科学记数法所表示的近似数 $a \times 10^n$ 的有效数字只由 a 决定.

2 整式的加减

【代数式】 用运算符号把数或表示数的字母连结而成的式子，叫做代数式.

说明

① 单独的一个数或者一个字母，如 -2，0，c 也是代数式，代数式中的字母表示数；

② 运算符号仅有六种：+、−、×、÷、乘方、开方；

③ 代数式中可以有指定运算顺序的符号，如括号、绝对值符号等，如 $3(d-1)$，$4|y-3|$ 等都是代数式；

④ 代数式中不能含关系符号（等号，不等号）.

【代数式的读法】 用语言叙述代数式的意义，应弄清代数式的运算顺序及字母，数字间的运算关系，根据"先算先读，后算后读"的原则叙述.

例 用语言叙述下列代数式：

(1) $2a+b^2$； (2) $(a+b)(a-b)$； (3) $-\dfrac{1}{a}-b^2$.

解： (1) a 的两倍与 b 的平方的和；

(2) a 与 b 的和乘以它们的差的积；

(3) a 的负倒数减去 b 的平方的差.

【列代数式】 把问题中与数量有关的词语，用含有数、字母和运算符号的式子表示出来，即列代数式.

说明

① 列代数式，首先要弄清问题中的关键词语的意义，如"和、差、积、商、