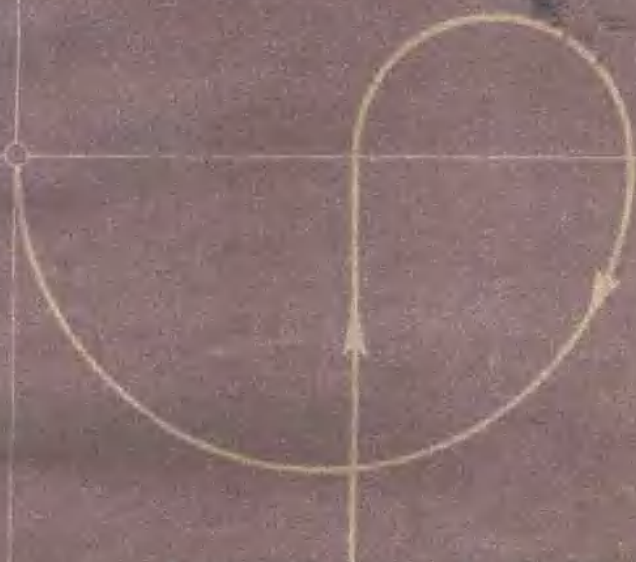


自动化丛书



自动控制系统实验算法

〔苏联〕И. И. 别卓琳娜 著 李振裕 吴崇谨 译

上海科学技术出版社

自动控制系统实验算法

〔苏联〕И. И. 别卓琳娜 著

李振裕 吴桑瑾 译 胡汝鼎 校

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书是“自动化丛书”之一。丛书内容包括自动学及远动学的理論、自动裝置、元件和儀器的結構及应用等。丛书选题主要取自苏联及其他国家的有关資料,也包括国内編写的专题論著。本丛书由“自动化丛书編輯委员会”主編。

本书根据实验数据、綫性系統的頻率特性和过渡过程特性以及参数平面上的等幅值裕量綫和等相角裕量綫,叙述自动控制系统环节动态特性的計算方法。特別着重于利用参考材料(表格及图表)而作出的最合理的計算方案。

本书适合从事自动控制系统計算的工程技术工作者之用,也可作为自动控制专业高年級学生的参考书。

РАСЧЕТ СИСТЕМ

АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

И. Н. Печорина

Машгиз • 1962

自动化丛书(36)

自动控制系统实验計算法

李振裕 吳堃鑑 譯 胡汝鼎 校

自动化丛书編輯委员会主編

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路 450 号)

上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

上海市印刷三厂印刷

新华书店上海发行所发行

开本 787×1092 1/32 印張 5 4/32 排版字數 112,000

1964 年 9 月第 1 版 1964 年 9 月第 1 次印刷 印數 1—7,000

統一書号 15119·568 定价(科六) 0.65 元

譯 者 序

本書的特點是從實驗取得的数据（个别环节的頻率特性或过渡过程曲綫），以簡便的方法，利用图綫、表格等計算工具，对自动控制系统进行研究計算（包括頻率特性、稳定性、过渡过程品质等研究計算）。这种計算方法对于实际工作是非常有用的。书中所載的曲綫图和表格，也可作为实际計算时的工具。

原书大致由于印刷等原因，个别公式和表格的数据中有一些錯誤，譯者根据自己的推导和計算作了若干注釋。但由于時間关系，未能將表格中的所有数据逐一詳加核算，尚請使用时注意。

为了便于讀者参考，我們又补充了一些資料，附在书末。

譯者业务水平和俄語水平有限，对于原书可能理解失当，請提出批評，以便改正。

譯 者

目 录

译者序

第1章 根据实验数据计算自动控制系统环节的动态特性	1
1. 根据实验取得的过渡过程曲线确定系统环节的传递函数的系数	1
2. 根据实验测取的过渡过程曲线计算频率特性	16
第2章 自动控制系统的频率分析法	43
3. 频率特性的计算	43
4. 根据闭环系统的频率特性计算过渡过程曲线	79
第3章 在系统参数平面上,作出按幅值的等稳定性裕量线和按相角的等稳定性裕量线	110
第4章 在含有一个本质非线性环节的系统的参数平面上,作出周期状态曲线	120
符号说明	128
参考文献	129
补充资料	131
I. 线性环节和系统传递函数系数的确定	131
II. 一个绝对数与分贝值相互转换的图表	150
III. 闭环系统的频率特性与过渡过程的函数关系	152

根据实验数据计算自动控制系统环节的动态特性

计算自动控制系统时,必须拥有原始数据,即各个环节的动态特性。在许多情形下,动态特性的理论分析非常困难,因此,宁愿用实验方法来确定。

计算线性系统时,可以采用如下的动态特性:(1)传递函数;(2)频率函数;(3)过渡特性。通常,用实验测得频率特性或过渡特性。无论哪一种动态特性,在计算中,都可直接应用。

但是,对于分析自动控制系统来说,以利用传递函数较为方便,因此,必须根据实验测得的过渡特性或频率特性,计算传递函数的系数。在有些情况下,直接测得频率特性是不现实的;但可先用实验方法求得过渡特性,然后,根据过渡过程曲线来计算频率特性。

这里要讲述的是:根据实验数据来计算线性环节动态特性的方法,而不牵涉到测得频率特性或过渡特性的实验方法。

1. 根据实验取得的过渡过程曲线确定系统环节的传递函数的系数

通过选配最能符合实情的线性微分方程,确定传递函数

的系数，而該微分方程的解要与实验测得的过渡过程曲线符合一致。这里所指的过渡过程曲线，就是环节对单位函数扰动的响应。

我們并不打算对現行的确定传递函数系数的方法^[1~3]进行評述，而只是叙述在应用之中能够最快得到最終結果的頻率法。

一 阶 环 节

如果过渡过程曲线接近于指数形式(图1)，那末，应该找出形式为

$$W(p) = \frac{K}{Tp+1} \quad (1)$$

的传递函数的表达式。

系数 K 可以根据静态特性算出。時間常数 T 等于变量 $x(t)$ 增长到 $x=0.632 x_y$ 时的時間，其中， x_y 是变量的稳态值。为了要估計所选配的动态特性的准确性，我們应当計算关系式

$$x = x_y (1 - e^{-\frac{t}{T}})$$

并且把它与已知曲线进行比较。由于真实装置中的非线性关系，計算曲线与实验曲线之間可能有显著的差别。如果需要

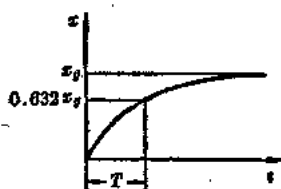


图1 在非周期环节中的过渡过程

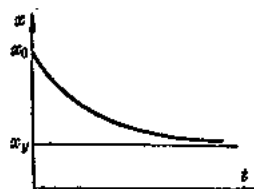


图2 在微分环节中的过渡过程

更准确地确定动态特性,那末就应该减小扰动作用的大小(使坐标对起始值的偏差较小),或者改变作出动态特性的方法。

如果过渡过程具有图2的形式,那末可以假定其传递函数为

$$W(p) = K \cdot \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1} \quad (2)$$

系数 K 是根据装置的静态特性而确定的。在实验中,不可能准确地作出阶跃值。因此,可按如下的次序算出系数。

根据假设,该环节所固有的传递函数可写成(图3)

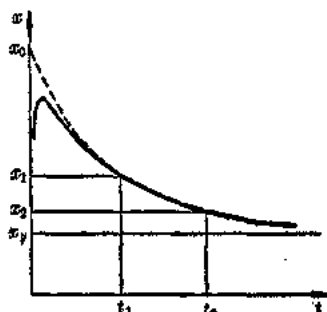


图3 实验所得过渡过程的近似渐近线

$$\left. \begin{aligned} x_1 - x_y &= (x_0 - x_y) e^{-\frac{t_1}{T_2}} \\ x_2 - x_y &= (x_0 - x_y) e^{-\frac{t_2}{T_2}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

如果取式(3)的左、右部分的比值,则得

$$\frac{x_1 - x_y}{x_2 - x_y} = e^{-\frac{t_1 - t_2}{T_2}}$$

或

$$T_2 = \frac{t_2 - t_1}{\ln \left(\frac{x_1 - x_y}{x_2 - x_y} \right)} \quad (4)$$

根据式(4),计算出时间常数 T_2 ,并按公式

$$x_{k-1} - x_y = (x_k - x_y) e^{-\frac{t_k - t_{k-1}}{T_2}} \quad (5)$$

作出过渡过程曲线。

这条曲线与实验曲线的一致性,就可证实所确定时间常数的正确性。一方面

$$x_0 = x_y + (x_K - x_y) e^{-\frac{t_K}{T_1}} \quad (6)$$

另一方面

$$x_0 = \frac{KT_1}{T_2}, \quad \text{即} \quad T_1 = \frac{x_0 T_2}{K} \quad \text{①}$$

二阶和三阶环节(第一种情形)

如果过渡过程曲线的形式接近于图4中曲线的形式, 那末可以假定: 所研究的装置, 是二阶或者三阶环节。根据过渡过程曲线, 选配较高阶的传递函数, 并不是恰当的, 因为不可能足够准确地确定这些函数的系数。如果, 假设所研究的环节有三阶传递函数, 而根据这个假设的计算结果, 与实验摄取的过渡过程曲线之间不能完全准确地一致, 那么就應該放弃求出传递函数的直接表达式和根据过渡过程曲线计算频率特性的企图(請参考以后的說明)。

如果过渡过程曲线的起始点可以看作 $x'_0 = x''_0 = 0$, 这时, 就可最简单地选配传递函数的形式

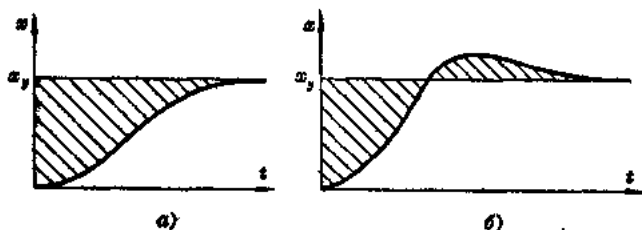


图4 二阶或三阶环节的过渡过程

a) 单调的; б) 有振蕩的

① 原文为 $x_0 = \frac{T_1}{T_2}$, $T_1 = x_0 T_2$; 这只是 $K=1$ 的情况。一般地说,

$x_0 = K \cdot \frac{T_1}{T_2}$, 即 $T_1 = \frac{1}{K} \cdot x_0 T_2$ 。——譯注

$$W(p) = \frac{K}{b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + 1} \quad (7)$$

根据静态特性，确定系数 K 。为使计算简化起见，我们把纵坐标的比例尺度加以改变

$$y(t) = \frac{x(t)}{K}$$

按照曲线 $y(t)$ 和直线 $y=1$ 之间的面积 S_1 ，可以算出系数 b_1

$$b_1 = S_1 = \int_0^{\infty} (1-y) dt$$

这个公式的证明见文献[3]。

首先，应该力图用二阶方程的形式来表示传递函数，那就是假设式(7)的系数 b_3 等于零。为了要确定系数 b_2 ，可以采用图5和图6所示的曲线族 $y(\tau)$ 。这曲线族是根据微分方程

$$ay'' + y' + y = 0 \quad (8)$$

并且在 $y_0=1$ 和 $y'_0=0$ 的条件下计算出来的。

为使实验曲线与典型曲线相吻合起见，就应该改变时间的比例尺度，也就是要使

$$\tau = \frac{t}{b_1}$$

应该取变量的稳态值为计量单位（其比例尺度根据图5和图6导出），并计算变量稳态值与瞬时值之差。

如果描绘在图5或图6上的已知过渡过程曲线，与某一条典型曲线足够准确地一致，则可认为，过渡过程可以用系数为 a 的式(8)来描述，在这样的 a 值下，实验曲线与典型曲线重合。于是，系数 $b_2 = ab_1^2$ ，计算也可以在此告一段落了。

如果实验曲线与典型曲线之间的偏差很大，那么，就不能

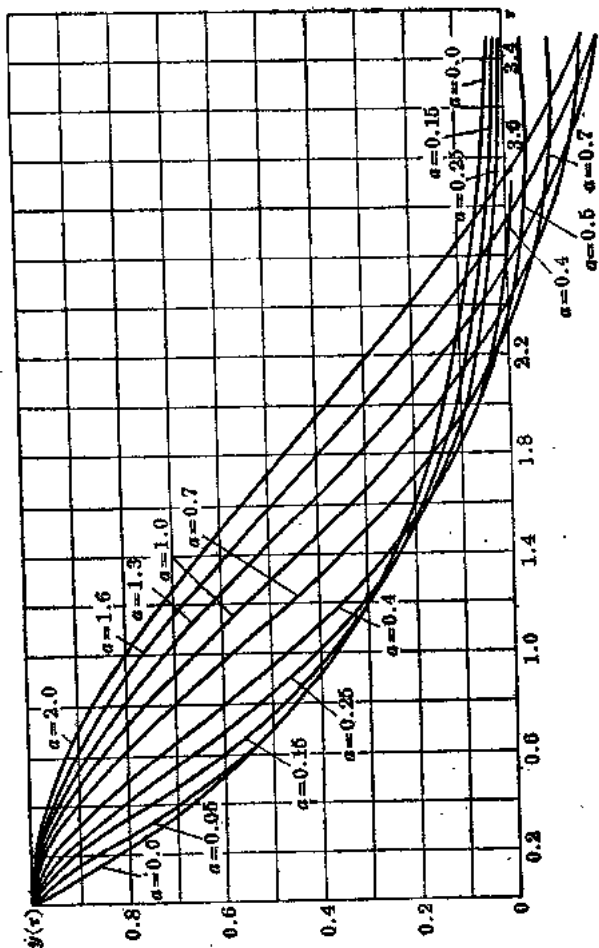


图5 在系数 a 的不同数值下,二阶环节的典型过渡过程曲线 ($\tau=0\sim 3.5$)

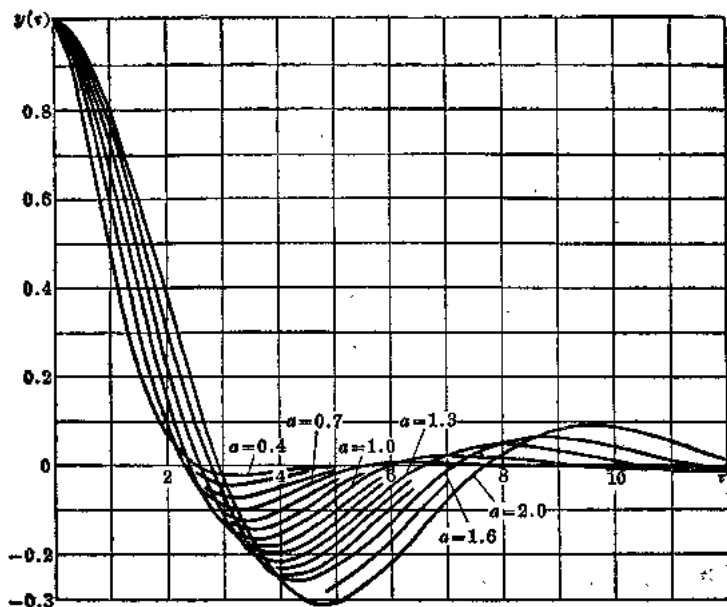


图6 在系数 α 的不同数值下, 二阶环节的
典型过渡过程曲线 ($\tau=0\sim 12$)

把最简单的二阶传递函数形式作为环节的动态特性。在这种情形下, 要按下式来确定系数 b_2 和 b_3 [3]

$$b_2 = s_1^2 \left[1 - \int_0^{\infty} (1-y) \tau d\tau \right] \quad (9)$$

$$b_3 = s_1^3 \left[1 - 2 \int_0^{\infty} (1-y) \tau d\tau + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (1-y) \tau^2 d\tau \right] \quad (10)$$

用下列公式确定面积

$$s_1 = \left[\frac{1}{2} (z_1 + z_n) + z_2 + z_3 + \dots + z_{n-1} \right] \Delta t \quad (11)$$

$$s_2 = \int_0^{\infty} (1-y) \tau d\tau = \frac{\Delta t}{s_1} [m_2 + m_3 + \dots + m_{n-1}] \quad (12)$$

$$s_2 = \int_0^{\infty} (1-y) \tau^2 d\tau = \frac{\Delta t}{s_1} [s_2 + s_3 + \dots + s_{n-1}] \quad (18)$$

式中

$$m_1 = m_n = 0; \quad m_i = (1-y_i) \tau_i; \quad n_1 = n_n = 0;$$

$$n_i = (1-y_i) \tau_i^2; \quad z_i = 1-y_i$$

例1. 有一环节,其过渡过程曲线如图7所示,试计算其传递函数的系数。

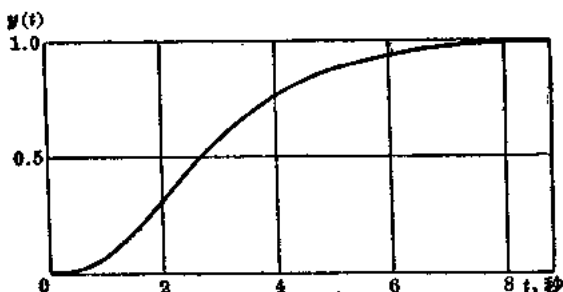


图7 例1的过渡过程曲线

按照过渡过程曲线,我们确定一系列的 $z_i = 1 - y_i$ 的数值(表1),并算出面积 s_i ;在计算时,取 Δt 等于0.2秒。面积 $s_1 = 3.0$ 。

把实验曲线与典型曲线吻合起来(参阅图5),可以确信:不能用二阶方程来表示传递函数。我们计算面积 s_2 和 s_3 ,并确定系数 b_2 和 b_3

$$s_2 = 0.634; \quad s_3 = 0.666$$

$$b_2 = s_1^2(1 - s_2) = 9 \times (1 - 0.634) = 3.3$$

$$b_3 = s_1^3(1 - 2s_2 + 0.5s_3) = 1.75$$

为了校验所作的计算,应该作出过渡过程曲线,并且把它与已知曲线进行比较。

表1 环节传递函数的系数的计算

t_i	$1-y_i$	τ_i	$\tau_i(1-y_i)$	$\tau_i^2(1-y_i)$
0.0	1.000	0.000	0.000	0.000
0.2	0.995	0.067	0.067	0.004
0.4	0.990	0.134	0.133	0.017
0.6	0.980	0.200	0.196	0.039
0.8	0.955	0.267	0.255	0.068
1.0	0.920	0.333	0.306	0.102
1.2	0.880	0.400	0.352	0.141
1.4	0.835	0.467	0.390	0.182
1.6	0.785	0.534	0.419	0.224
1.8	0.730	0.600	0.438	0.268
2.0	0.675	0.670	0.452	0.303
2.2	0.623	0.734	0.457	0.335
2.4	0.570	0.800	0.456①	0.374②
2.6	0.517	0.870	0.450	0.392
2.8	0.470	0.935	0.440③	0.410
3.0	0.425	1.000	0.425	0.425
3.2	0.380	1.070	0.407	0.435
3.6	0.300	1.200	0.360	0.432
4.0	0.234	1.330	0.311	0.414
4.4	0.180	1.470	0.265	0.390
4.8	0.140	1.600	0.224	0.358
5.2	0.110	1.730	0.190	0.329
5.6	0.080	1.870	0.150	0.281
6.0	0.063	2.000	0.126	0.252
6.4	0.050	2.130	0.107	0.228
6.8	0.030	2.260	0.068	0.154
7.2	0.020	2.400	0.048	0.115
7.6	0.015	2.540	0.038	0.097
8.0	0.012	2.670	0.032	0.085

① 原书为 0.472; ② 原书为 0.378; ③ 原书为 0.439。——译注

二阶和三阶环节(第二种情形)

如果传递函数为

$$W(p) = K \cdot \frac{c_2 p^2 + c_1 p + 1}{b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + 1} \quad (14)$$

那末, 就不能直接采用上述方法来确定系数。在微分方程的右边有导数存在, 就会发生这样的情况: 当在环节的输入端加入单位函数时, 产生了初始速度和初始加速度, 这使过程的发生本质的变化。

不可能根据过渡过程曲线确定系数 c_2 。我们假设 $c_2 = 0$ 。

利用各系数, 按下法确定初始速度 x'_0 :

如果是三阶方程, 则

$$x'_0 = K \cdot \frac{c_1}{b_3}$$

如果是二阶方程, 则

$$x'_0 = \frac{c_1}{b_2}$$

系数与面积 s_1 、 s_2 和 s_3 的关系是

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= c_1 + s_1 \\ b_2 &= c_1 s_1 + \sigma_2 \\ b_3 &= c_1 \sigma_2 + \sigma_3 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中

$$s_1 = \int_0^{\infty} (1-y) dt; \quad \sigma_2 = s_1^2 (1-s_2)$$

$$s_2 = \int_0^{\infty} (1-y) \tau d\tau; \quad \sigma_3 = s_1^2 (1-2s_2+0.5s_3)$$

$$s_3 = \int_0^{\infty} (1-y) \tau^2 d\tau$$

式(15)的推导見文献[3]①。

根据初始速度 x'_0 确定 c_1 之后, 得到带三个未知数的三个方程。根据实验摄取的过渡过程曲线, 通过面积 s_1 、 s_2 和 s_3 的计算, 以及初始速度 x'_0 的计算, 可以确定这些方程的系数; 这里, 初始速度 x'_0 等于过渡过程曲线在点 $t=0$ 上切线倾斜角的正切。

三阶环节(第三种情形)

如果在单位函数扰动的作用下, 环节输出端的变量有显著的振荡, 并且可以认为 $x'_0=0$ (图 8), 而经过粗略的计算又表明: 传递函数不能用二阶方程表示, 按照面积 s_2 和 s_3 来计算 b_2 和 b_3 也不可能保证足够的准确性。根据面积 s_1 、变量对稳态值的极大偏差 Δx_m 以及函数 $x(t)$ 的极大值相对应的时间 t_m 未选择系数, 较为恰当。系数的计算程序如下:

同前述情况一样地算出面积 s_1 (图 8 中阴影部分), 并根据 s_1 确定 b_1 和 τ 。

把传递函数

$$W(p) = \frac{K}{b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + 1} \quad (16)$$

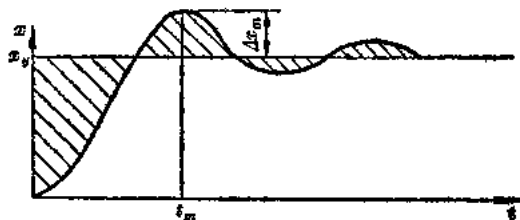


图 8 有显著振荡的过渡过程曲线

① 文献[3]已摘译为补充资料 I, ——译注

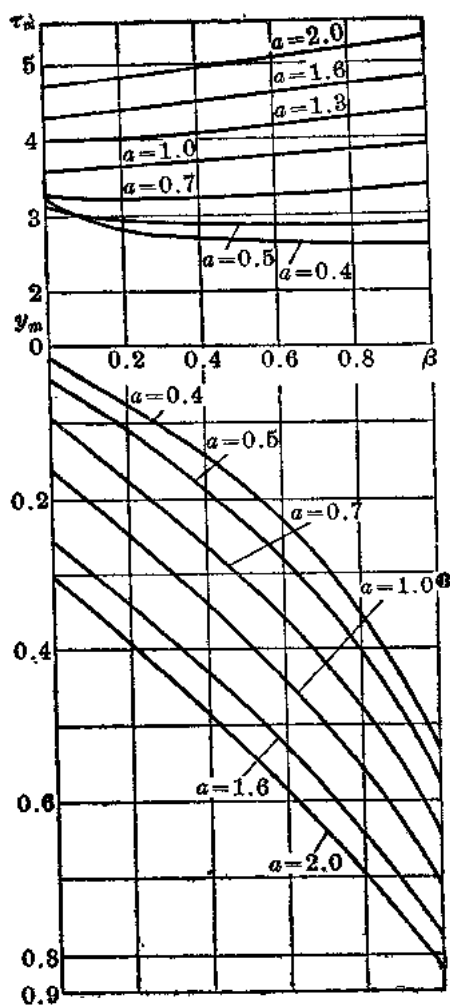


图9 确定振荡环节参数的曲线

① 原书为 $\alpha=0.1$ 。——译注