

修正課程標準適用

初中算術教本

〔下冊〕

劉薰宇 孫 瀚 張志淵 合編

教 育 部
核 定

開 明 書 店 印 行

下 册 目 次

第五編 比 比例

第一章 比	1
114. 比 115. 比與商與分數 116. 比的性質 117. 各數的比 118. 反比	
第二章 比例	8
119. 比例 120. 比例的性質 121. 解比例	
第一節 正比例	11
122. 正比例 123. 正比例的應用	
第二節 反比例	15
124. 反比例 125. 反比例的應用	
第三章 複比例	20
126. 複比 127. 複比的應用 128. 複比例 129. 複比例的應用	
第四章 連鎖比例	33
130. 連比 131. 作連比法 132. 連鎖比例	
第五章 比例配分	42
133. 比例配分	

第六章 混合比例 48

134. 混合比例

第六編 百分法 利息

第一章 百分法 57

第一節 百分法 57

135. 成數 子數 母數 136. 百分率 137. 母
數,子數,百分率的關係 138. 母子和 母子差

第二節 百分法的應用 65

139. 折扣 140. 賒賠 141. 佣金 142. 保險
143. 匯兌 144. 國稅 145. 統計 146. 統計
表 147. 統計圖 148. 平均數 149. 物價指數

第二章 利息 89

第一節 單利法 89

150. 利息 本金 利率 期數 151. 利息的計算
152. 本金的計算 153. 利率的計算 154. 期
數的計算 155. 利息、本金、利率、期數的公式
156. 利息的捷算 157. 本利和

第二節 複利法 101

158. 複利法 159. 本利和 複利表 160. 期
數與利率的關係 161. 複利息 162. 本金
163. 利率、期數及本金、複利息、本利和的關係

第三節 利息算的應用 110

164. 期票貼現 165. 公債股票 166. 銀行
計算存款儲蓄

第七編 文字的利用

第一章 等式.....121

167. 恆等式 方程式 168. 使用文字代數的利便

第二章 方程式.....123

169. 解方程式 170. 解方程式的原理 171.
移項 172. 解方程式(續) 173. 方程式的應用
174. 用方程式解應用問題的順序

第八編 開方

第一章 緒論.....135

175. 根 根指數 176. 開方

第二章 開平方.....137

177. 平方根的位數 178. 整數開平方 179.
小數開平方 180. 分數開平方

第三章 開立方.....145

181. 立方根的位數 182. 整數開立方 183.
小數開立方 184. 分數開立方 185. 方根表
的用法 186. 開方應用問題

附表 複利表.....154

零存整取表	155
整存零取表	155
平方、立方、平方根、立方根、逆數表一	156
平方、立方、平方根、立方根、逆數表二	157
中英名詞對照表	158

修正課程標準適用

初中算術教本

下 冊

第五編

比 比 例

第一章 比

114. 比

【豫備問題】 1. 就下列各組，求第一數所含第二數的倍數或幾分之幾。

(3元 ~~19~~元), ~~10~~日, 8日)

2. 計算下列各 ~~式~~

8尺 $\div$ 6.5尺, ~~$\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$~~

3. 試求3元2角5分與3元8角的差及商。

a 是 b 的幾倍或是 b 的幾分之幾, 這種關係, 叫做 a 對於 b 的比。

表示比的式子，記爲 $a:b$ ，讀爲 a 對於 b 的比或 a 比 b ，而 a, b 各叫做比的項， a 爲前項， b 爲後項； b 除 a 所得的商即 $\frac{a}{b}$ ，叫做 a 對於 b 的比值。在不致混淆的時候，比值可略稱爲比。

115. 比與商與分數

【豫備問題】求比值時，比的前項、後項各相當於除法的甚麼？又相當於分數的甚麼？

比值、商、分數等所表兩量的關係是相同的，不過觀察的方法不同。

今列表對照如下：

比	除 法	分 數
前項 ÷ 後項 = 比值	被除數 ÷ 除數 = 商	分子 ÷ 分母 = 分數
後項 × 比值 = 前項	除數 × 商 = 被除數	分母 × 分數 = 分子
前項 ÷ 比值 = 後項	被除數 ÷ 商 = 除數	分子 ÷ 分數 = 分母

練 習 問 題

下列空格應填何數？

前項	15		27	$9\frac{2}{3}$		3.6	5.2
後項	3	4			$2\frac{1}{3}$		2.4
比值		8	6	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{4}$	

116. 比的性質

【豫備問題】 試把下列各比的前後項同用 3, 5, 7 乘, 而比較所得各比與原比的比值:

$$6:10, \quad 8:13, \quad 7:12.$$

比 $a \times m : b \times m$ 的值为 $\frac{a \times m}{b \times m}$ 就是 $\frac{a}{b}$, 但 $\frac{a}{b}$ 為比 $a:b$

的值, 故

$$a \times m : b \times m = a : b.$$

即比的前項、後項, 同乘(或除)以一數, 其值不變。

應用這性質, 可以化已知的比為較簡單的形式。

〔例 1〕 試簡單 $\frac{2}{15} : \frac{4}{9}$ 。

〔解〕 這比的兩項, 各以分子的最大公約數 2 除之,

得
$$\frac{1}{15} : \frac{2}{9},$$

次以分母的最小公倍數 45 乘之, 得

$$3:10.$$

這比較原來的比, 形式簡單些。

[例 2] 簡單 $2.25 : 1.45$.

[解] $2.25 : 1.45 = 225 : 145$

$= 45 : 29$.

答: $45 : 29$.

把比的兩項化爲最簡單的形式,叫做化爲簡比.

練習問題

把下列各比化爲簡比 (1—4):

1. $39 : 195$, $31.5 : 42$.

2. $224 : 352$, $11\frac{1}{5} : 7\frac{1}{5}$.

3. $2\frac{7}{12} : 2\frac{5}{9}$, $12^2 : 156$.

4. $a^2 \times b : a \times b^2$.

5. 除法及分數中,相當於 $a \times m : b \times m = a : b$ 的性質,試以文字表示之.

117. 名數的比

【豫備問題】試檢驗下列各比,是否正確?

1. 5 尺 : 8 寸. 2. 6 尺 : 3. 3. 15 元 : 5 人.

比祇限於兩項都是名數,或是同種類名數;因此比值常是不名數.

兩項都是同種類名數的比,將兩項改

爲同單位之後，棄去單位的名稱，便成爲不名數的比。

練習問題

作下列各比，且簡單之：

1. 7 斤 5 兩對於 3 斤 1 兩的比。
2. 6 尺平方的面積對於 1 畝的比。
3. 1 升對於 1 立方尺的比。
4. 10 公升對於 1 斗的比。
5. 1 公斤對於 10 斤的比。

118. 反比

交換比的前項與後項而成的比，叫做原比的反比。

即 $b:a$ 是 $a:b$ 的反比，而 $a:b$ 也就是 $b:a$ 的反比。

‘ a 對於 b 的比的反比’可略稱爲‘ a 對於 b 的反比’。
即 a 對於 b 的比爲 $a:b$ ，而 a 對於 b 的反比爲 $b:a$ 。有時 a 對於 b 的比，叫做 a 對於 b 的‘正比’。

比 $a:b$ 的兩項的逆數所成的比是 $\frac{1}{a}:\frac{1}{b}$ ，把這比簡單之，爲

$$\frac{1}{a}:\frac{1}{b} = \frac{1}{a} \times a \times b : \frac{1}{b} \times a \times b = b:a.$$

因此,反比可這樣說:

以比的前項的逆數爲前項,後項的逆數爲後項而成的比,叫做**原比的反比**.

〔例 1〕毛筆每 3 枝的價 2 角,鉛筆每 4 枝的價 1 角,那末,毛筆、鉛筆各一枝的價的比及用一定的銀洋買得毛筆與鉛筆枝數的比各怎樣?

〔解〕毛筆 1 枝的價爲 $\frac{2}{3}$ 角,鉛筆 1 枝的價爲 $\frac{1}{4}$ 角,故各一枝的價的比爲

$$\text{毛筆 1 枝價} : \text{鉛筆 1 枝價} = \frac{2}{3} \text{ 角} : \frac{1}{4} \text{ 角}$$

$$= 8 : 3. \quad \text{答: } 8 : 3.$$

又例如用 a 角可買得毛筆 $a \div \frac{2}{3}$ 枝,或鉛筆 $a \div \frac{1}{4}$ 枝,

故用一定的銀洋 a , 買得枝數的比爲

$$\text{毛筆枝數} : \text{鉛筆枝數} = a \div \frac{2}{3} : a \div \frac{1}{4}$$

$$= a \times \frac{3}{2} : a \times \frac{4}{1}$$

$$= 3 : 8 \quad \text{答: } 3 : 8.$$

一般物品定價的比是用一定銀洋買得的數量的反比.

〔例 2〕甲工作 3 日可完成的事業,乙須 5 日完成.求甲乙功力的比,即在一定時間內所成事業的比.

[解] 甲1日可成這事業的 $\frac{1}{3}$, 乙1日可成這事業的 $\frac{1}{5}$, 故各1日所成事業的比, 即功力的比爲

$$\text{甲功力} : \text{乙功力} = \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$$

$$= 5 : 3. \quad \text{答: } 5 : 3.$$

一般, 各人功力的比是完成一定事業所需時間的反比.

練習問題

1. 作 7.5 對於 15.5 的正比與反比, 並簡單之.
2. 試求 2 時對於 3 時 45 分的反比的值.
3. x 對於 35 的反比是 $\frac{7}{5}$, 那末, x 是什麼?
4. 米 5 升與麥 8 升的價相等, 求米、麥每升價的比; 又求用一定的銀洋可買得米與麥石數的比.
5. x 的 $\frac{3}{7}$ 等於 y , 求 $x : y$ 是多少?
6. 父行 5 步的路, 子須行 7 步, 求父子每步距離的比.
7. 金星 225 日繞太陽一週, 試以 $n : 1$ 的形式來表示我們的一年與金星一年 (即金星繞太陽一週所費的時間) 的比, 但 n 只要到小數第一位爲止.

第二章 比例

119. 比例

【豫備問題】 試檢驗下列各式成立否？

1. $5:35=2:14$.

2. $2:6=1.8:5.2$.

a 對於 b 的比等於 c 對於 d 的比時，叫做四數 a, b, c, d 成比例。寫成式子，就是：

$$a:b=c:d.$$

這式叫做比例式或單叫做比例。比例中四數自左至右順次叫做比例的第一項，第二項，第三項，第四項；又第一項、第四項叫做比例的外項，第二項、第三項叫做比例的內項。

120. 比例的性質

【豫備問題】 試作比例 $5:35=2:14$ 的外項的積與內項的積而比較之。又另作幾個比例核驗之。

$a:b=c:d$ ，可寫成 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 。今各以兩分數分母的積 $b \times d$ 乘之，得

$$\frac{a}{b} \times b \times d = \frac{c}{d} \times b \times d,$$

$$\therefore a \times d = b \times c.$$

但 a 與 d 是比例的外項, b 與 c 是比例的內項, 故

比例的外項的積等於內項的積.

檢驗比例的正確與否, 可視雙方的比值相等與否, 或視外項的積與內項的積相等與否.

練習問題

試檢驗下列各比例正確否?

1. $7:8=49:56.$

2. $4\frac{1}{3}:2.5=3:1.5.$

3. $62:58=31:29.$

4. $12:52=36:150.1.$

121. 解比例

【豫備問題】下列比例中, x 應是什麼數?

1. $x:8=15:4.$

2. $6:x=2:5.$

3. $5:7=x:14.$

4. $9:2=3:x.$

已知比例的三項, 就可求得其他的一項.

所求的一項, 叫做**未知項**; 求比例的未知項, 就叫做**解比例**.

未知項通例以 x 表示之.

〔例 1〕 解次之比例：

$$35 : 34 = 25 : x.$$

〔解〕 因外項的積等於內項的積，

$$\therefore 35 \times x = 34 \times 25.$$

用 35 除兩邊，得

$$x = \frac{34 \times 25}{35}$$

$$= 24\frac{2}{7}.$$

答： $24\frac{2}{7}$.

解比例即利用比例外項的積等於內項的積這個基本的性質。

〔例 2〕 解 4.5 元 : 2.4 元 = x 尺 : 16 尺。

〔解〕 由這比例，得

$$4.5 : 2.4 = x : 16.$$

$$\therefore x = \frac{4.5 \times 16}{2.4}$$

$$= 30.$$

答： 3 丈。

解名數比例，須化為不名數的比例，再應用上法。

練習問題

解下列各比例：

1. $x : 12 = 6 : 8.$

2. $3 : 14 = x : 49.$

$$3 \quad 6\frac{2}{3} : x = \frac{8}{9} : 26.$$

$$4. \quad 1\frac{3}{7} : 8 = 3\frac{4}{7} : x.$$

$$5. \quad 4\text{元} : 3.5\text{元} = 3\text{丈} : x\text{尺}. \quad 6. \quad 2\text{丈} : 8\text{尺} = 8\text{元} : x\text{元}.$$

第一節 正比例

122. 正比例

【豫備問題】 1. 有一工人，9日得工資8元1角，18日得工資多少？

2. 工人因工作日數的2倍，3倍，則所得工資有怎樣的變化？

通例，工作日數增到2倍，3倍時，工資也增到2倍，3倍；日數減到 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ 時，工資也減到 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ 。

日數…… $9 \times \frac{1}{3}$, $9 \times \frac{1}{2}$, 9, 9×2 , 9×3 , ……;

工資…… $8.1 \times \frac{1}{3}$, $8.1 \times \frac{1}{2}$, 8.1, 8.1×2 , 8.1×3 , …….

由上面數列中，取出日數的兩個，例如9與 9×2 。若再取同牠的對應的工資的兩個8.1與 8.1×2 ，則這四個數就成比例，即

$$9\text{日} : 9\text{日} \times 2 = 8.1\text{元} : 8.1\text{元} \times 2.$$

一般，有同時變化的二量，若一方增到若干倍，他方也增到同樣倍數，則二量成比例或稱成正比例。

成比例的二量,我們日常都可經驗到的.今揭二、三例如下:

同樣物品的價格與其量(長度、面積、量度、衡度或個數)成比例.

同速度前進的距離與時間成比例.

一定時間內所作工程的量與工作人數成比例.工作人數一定,則所作工程的量與時間成比例.

實際上,成比例的二量,有時也有相當的限度,不是隨便到什麼時候都一樣.例如1枝3分的鉛筆,雖然2枝是6分,3枝是9分,而1打卻不必是36分,可是

算術中解決問題時,通例假定二量成比例的情形總是不變的.

練習問題

1. 試另舉二量成比例的實例二、三個.
2. 兒童的身長與年齡成比例否?
3. 怎樣去斷定二量成比例與否?
4. 正方形一邊的長與其面積成比例否?
5. 立方體一邊的長與其體積成比例否?
6. 有一火車,由車站開始出發之後1分鐘,行走三