

高等学校教材

电测与自动化 装置可靠性

陈明 编著



1930
67

西北工业大学出版社

高等学校教材

电测与自动化装置可靠性

陈 明 编著

西北工业大学出版社

1989年8月 西安

内 容 简 介

本书内容包括:可靠性数学;元器件故障率;仪器设备的可靠性;故障效应分析及故障识别的各种方法;系统的可靠性、可使用性及安全性;故障树分析方法的原理、步骤等。每章内容后面都附有例题。

本书适用于作高等院校电类本科生教材,亦可供从事可靠性设计、分析的工程技术人员与从事产品质量控制的科学工作者参考。

高 等 学 校 教 材

电测与自动化装置可靠性

编 著 者 陈 明

责任编辑 李 珂

责任校对 郭生儒

西北工业大学出版社出版

(西安市友谊西路 127 号)

陕西省新华书店发行

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0173-7/TP·29(课)

· 开本 787×1092 毫米 1/16 11 印张 259 千字

1989 年 8 月第 1 版 1989 年 8 月第 1 次印刷

印数 1—2500 册 定价: 2.25 元

前 言

可靠的元部件和系统不是自然而然地产生的,而是靠高质量的产品特性来保证的。因此,在设计和制造阶段就必须加以考虑。产品制造出来之后,用测试和检查只能知道该产品的性能或故障,而产品的可靠性是要靠产品本身的可靠性结构来保证的。

随着科学技术的发展,技术装备愈来愈复杂,可靠性,特别是仪器设备和系统的可靠性日益受到人们的重视。这一方面是由于系统愈复杂,可靠性愈难达到较高指标,另一方面系统愈复杂,往往因故障造成的损失也愈大。

现代化管理可以大大提高工作效率和质量,但现代化管理更需要高可靠性,否则会带来严重后果。据说在一次国际博览会上,曾用电子计算机来安排人员吃饭,结果由于计算机故障而使五千人没饭吃。又据说某次重要会议,采用电子计算机统计投票结果,也由于计算机故障而打乱了会议进程。所以愈走向现代化,愈要注意可靠性,否则我们只会被所谓的现代化所嘲弄,到头来造成被动和损失。

提高系统可靠性,一方面要从各种元件、设备着手,因为各种元件、仪器设备本身的可靠性是系统可靠性的基础,大力提高各种元件和仪器设备本身的可靠性一直是一些元器件工作者,设备研制和生产者努力的方向;另一方面,则要从系统的设计着手,例如,系统所用元器件和材料所处的工作状态,不仅要求没有过压、过载、温升过高等现象,并且还要有一定的裕度,以延长元器件和设备的寿命;又如采用冗余技术,使系统即使有个别甚至部分元器件或设备出现故障,仍能正常工作等等,甚至在更换这些故障器件或仪器设备时,也不影响其正常工作。所有这些本书所讨论的内容。

尽管大部分读者已具备了概率和统计学方面的知识,但为了能正确地应用概率计算公式和统计学方面的主要关系式,并了解这些公式的应用范围,所以要求读者必须很好地掌握前三章数学基础知识。

本书大部分内容是研究造成元件发生故障的各种因素。设计人员可道过合理选择、正确设计元件结构、尺寸来提高元件可靠性,同样,可通过设计合理结构来延长仪器的寿命。最后,可采用冗余技术、空间隔离、电气介藕等办法来提高整个系统的可靠性。

本书所研究的主要概念是:在不可修元部件中,是故障概率;在可修复元部件中,是不可使用性。从根本上来说,修理可以改善可靠性,但有个前提,即故障要可以识别。因此,本书专门设立一章来讨论故障识别的方法及其可能性。

如果仅仅说某个仪器或系统是可靠的,那是很不够的。还必须给出具体的可靠性指标。故障率、平均寿命或平均故障间隔时间等都可以用来反映可靠性的大小。对于仪器设备来说,多用故障效应分析方法得出故障率的大小,而对于系统来说,一般用故障树分析法来计算出故障率或平均寿命以及不可使用性的大小。本书所讨论的可靠性分析的基本方法,有着较大的实用性和推广应用价值。

作为本书的补充,作者编写了《电测与自动化装置可靠性习题集及其解答》,已由西北工业大学印刷厂,印装成讲义在教学中使用。

本书的部分内容曾在有关杂志和学术交流会¹上发表过。书中许多内容来自作者在联邦德国进修期间听专家讲学的笔记，特别是慕尼黑工业大学电测教研室的 Schruefer 教授对本书的编写给予了极大的支持与帮助，在此深表谢意。

全书由童心同志审阅，并提出了宝贵意见。此外，本书在编写过程中，还受到了不少同志的热情鼓励，在此谨致谢意。

由于编著者学识有限，难免有错误和不妥之处，希望读者和专家们多提意见，以便改进。

编 著 者

1988 年 12 月

目 录

第一章 绪言	1
§ 1.1 可靠性意义	1
§ 1.2 可靠性定义	2
第二章 概率计算	4
§ 2.1 随机事件	4
§ 2.2 事件发生的频率	5
§ 2.3 “与”事件的概率	6
§ 2.4 “或”事件的概率	7
§ 2.5 布尔代数定律的应用	8
§ 2.6 串联电路的正常工作概率与故障概率	10
§ 2.7 并联电路的正常工作概率与故障概率	11
§ 2.8 串并联电路的正常工作概率与故障概率	12
§ 2.9 独立与非独立故障的区分	13
§ 2.10 拒动作与误动作的区分	13
第三章 分布函数	15
§ 3.1 概念	15
§ 3.2 二项分布	20
§ 3.3 泊松分布	24
§ 3.4 高斯分布 (正态分布)	29
§ 3.5 对数正态分布	36
§ 3.6 指数分布	40
§ 3.7 威布尔 (Weibull) 分布	44
§ 3.8 独立随机变量和的分布	46
§ 3.9 估计值和置信范围	50
第四章 元件故障率	60
§ 4.1 故障类别	60
§ 4.2 故障率的确定	61
§ 4.3 影响故障率的因素	84
§ 4.4 故障率数据集	71
§ 4.5 元件质量的鉴定与分级	75

第五章 仪器的可靠性	77
§ 5.1 功能的保证	77
§ 5.2 负载粗略分析	78
§ 5.3 工作考验	80
§ 5.4 仪器故障率的计算	81
§ 5.5 可识别与不可识别、危险与不危险故障的区分	81
§ 5.6 与仪器安全有关的可靠度和故障概率	83
§ 5.7 考虑维修时可使用度及不可使用度的计算	84
§ 5.8 考虑故障识别时间	86
§ 5.9 与安全有关的可使用度及不可使用度	89
第六章 故障效应分析	91
§ 6.1 故障分析的一些基本概念	91
§ 6.2 故障分析的目的、任务及常用的方法	93
§ 6.3 线性电路故障效应分析	94
§ 6.4 数字电路故障效应分析	97
第七章 故障识别	101
§ 7.1 部分功能的连续监控	101
§ 7.2 直观推断	102
§ 7.3 数字电路最小完整测试量的确定	105
§ 7.4 利用冗余识别故障	113
§ 7.5 模型识别	116
§ 7.6 故障安全的元部件和系统	116
§ 7.7 监控设备有效性的确定	122
§ 7.8 采用多个监视单元	122
§ 7.9 监控设备的故障	125
§ 7.10 识别仪器剩余故障的统计测试	127
第八章 系统的可靠性、可使用性以及安全性	130
§ 8.1 用冗余措施来对付独立故障	130
§ 8.2 通过空间分隔、电气隔离和多样化避免非独立故障	141
§ 8.3 保护系统设计的一般观点	144
第九章 故障树分析	148
§ 9.1 原理	148
§ 9.2 故障树举例	149
§ 9.3 故障树的建造	152

§ 9.4 计算机辅助故障树计算.....	160
§ 9.5 故障树分析结果.....	160
附 录	161
表A 1 二项分布的密度函数与累积分布函数	161
表A 2 泊松分布的密度函数与累积分布函数	162
表A 3 泊松分布	163
表A 4 X^2 分布	165
表A 5 (0,1)正态分布	166
主要参考文献	167

第一章 绪 言

§1.1 可 靠 性 意 义

随着仪器设备与系统复杂性的增加,对可靠性的要求也越来越高。科学技术的不断发展,使得测量技术、控制技术、调节技术以及计算技术越来越精确、越迅速。为实现多功能,一台仪器设备就得包含越来越多的功能元件。这样,仪器设备的价格自然就比以前更贵。使用者往往首先注意到的是价格的上涨,而比较少地注意使用功能的增加。当这些仪器经常出故障时,他们就会不满和恼火。使用者对较贵重仪器设备的要求,最重要的是工作的可靠性。然而,高可靠性的获得,只有在设计制造,特别是计算时,要考虑到可靠性才有可能。

仪器设备是如此,由许多仪器组成的系统更是如此。例如,美国的阿波罗登月工程,参加人数 40 多万,参与生产制造的厂家超过 15000 家,生产周期达数年之久,像这样的庞大系统所涉及的专业面之广,所用仪器设备之多是可想而知的。一旦一个元部件出了故障,就可能使整个系统失灵。因此,对庞大复杂的系统必须对可靠性进行专门研究,否则就难以保证整个系统可靠地工作。

另一方面,可靠性的提高会使总的费用降低。要提高产品的可靠性,首先要增加费用,以选用较好的元部件,研制包括部分冗余功能部件的容差结构以及进行可靠性设计、分析、实验所需的经费等。然而,产品可靠性的提高使得维修费及停机检查损失费大大减小,使总费用降低。例如美国共和公司在发展 F-105 战斗轰炸机的过程中,花了 2500 万美元,使该机的任务可靠度从 0.7263 提高到 0.8986,这样,每年可节省维修费 5400 万美元。

西方工业部门通常要进行“成本-效益”分析,对总投资进行优化设计。根据这一原则,可靠性的提高应造在使制造成本(图 1.1 中曲线 a)与维修费及停工损失费(图 1.1 中曲线 b)两者之和为最小。

日本工业界一般不用“成本-效益”分析法,而是把可靠性作为仪器设备本身的、应该追求的特性。因此在加工制造时,首先不是考虑成本,而是尽可能好的质量,以保证尽可能高的可靠性。日本人所取得的成就证明,日本工业界在这一点上是对的(参看图 1.2)。甚至在电视录像技术发展以前的 1977 年,日本就出口 400 万台彩电,而进口只有 452 台。

可靠性保证安全性。为了保证人身安全,空气、水或食物中,某些对人有害物质必须始

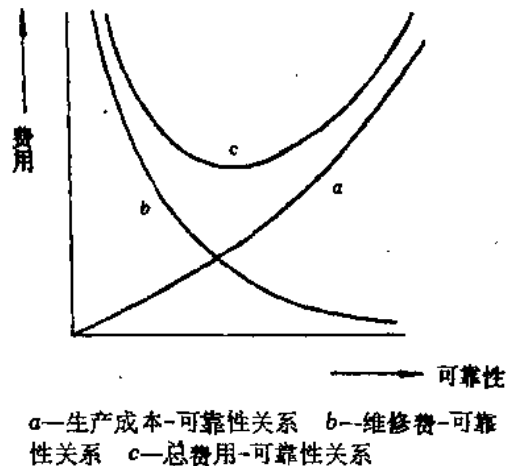


图 1.1 成本-效益分析曲线

终保持在事先所给定的范围之内。比如,化工中要加工的有毒物质是不允许外泄的,这就要靠化工设备的高可靠性来保证;飞机的安全起飞着陆需要高可靠性的电气系统;交通工具的安全性也要靠电气信号来保证。为保证核电站在发生故障时安全停堆和防止放射性物质外泄,就需要对所用仪器设备的可靠性作特别的规定。在上述各种情况下,可靠的电气设备是必要的前提,只有这些仪器设备可靠了,安全才有保证。

对于那些一旦发生故障就会危及人身安全的电气系统,必须经过有关部门的检验和准许才能投入使用。在一系列检查中,有的还需经过独立的专业机构(例如,技术管理机构)检查。同时,对某些可能会引起产品发生故障的因素进行分析。只有在经过分析之后,认为出现危险的概率很小时,才签发许可证。

产品的可靠性不是自然产生的,而是靠周密的设计得到的。为了得到可靠工作的仪器和系统,必须在生产的各个环节上付出极大的努力,但至关重要的是设计阶段。如果设计不合理,想通过事后的修理来达到所希望的可靠性,这几乎是不可能的。因此,从事仪器研制和系统设计的工程师和科学家,应该熟悉和掌握保证可靠性的各种方法与手段。本书的目的,就是帮助今后或目前从事这方面工作的人员完成这个任务。

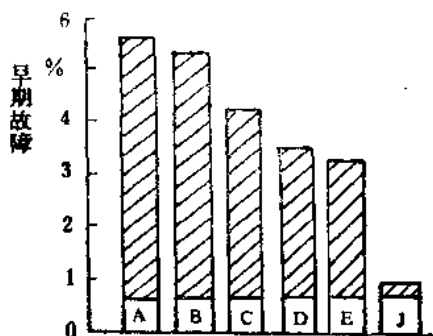


图 1.2 彩色电视机早期故障对照图
A 至 E 是德国厂家生产的;
J 是日本厂家生产的。

§ 1.2 可靠性定义

概率论和统计学是研究可靠性问题的主要工具。概率论能确定可靠性数量特性之间的相互关系。因此,可靠性理论的许多概念是与概率论中的概念密切相关的。而可靠性的测定则主要是用统计学方法。

对“可靠性”或“不可靠性”的概念,不同的作者所下的定义是不同的。但就其实质来说,可用一句话来定义“可靠性”,即一台仪器设备,在给定时间内,在预期应用中能正常工作的概率。在可靠性定义中,除具有定量量度“概率”概念之外,还有其他三个方面的考虑:满意的工作、时间期限和预期应用。

因此,可靠性应当是一个完整的概念,它有狭义可靠性和广义可靠性之分。上面的定义属于狭义可靠性,因为它只有定量量度的概率概念,没有包括其他三个方面的考虑。

广义可靠性是提高系统有效性的一门综合技术。它包括狭义可靠性、可用性(有效性)、可维护性,即 RAS 特性 (Reliability Availability Servability)。

有效性是指“设备或系统的有效使用率”。

可维护性是指“表示可修复设备或系统是否易于维修的一种性质”。

广义可靠性大体应包括以下四个方面:

①如何制造出故障少且不易损坏的产品。这就是所谓的狭义可靠性;

②如何尽快地把出了故障的产品修理好，这就是可维护性；

③如何对数据进行搜集、统计分析与技术分析；

④如何按系统的要求进行管理。

也就是说广义的可靠性着重强调概率、性能要求、时间和使用这四个方面。

第二章 概 率 计 算

在可靠性技术里,把仪器设备或系统未来可能发生的故障定义为随机事件。描述这种随机事件出现的可能性不能绝对化,而只能用概率的形式给出。这就意味着,从事可靠性方面工作的工程技术人员,应该掌握一定的有关概率计算和数理统计方面的知识。

§ 2.1 随 机 事 件

概率论所研究的对象是随机试验的事件,这类试验在一定边界条件下进行,是可重复的,而且可能提供不同的结果。这些结果,在试验之前是不能确定和预言的。

这类试验的某一个结果称为随机事件 E 。例如:

- 掷骰子所得到的数字
- 被抽出的一张扑克牌的颜色
- 投硬币时,向上的一面是图象或数字
- 被测工件的特性(在公差范围内或超差)
- 组装好的某个部件功能(失效或正常)。

事件 E_i 可以作为布尔变量来处理。例如,对每个事件 E 都可以定义其对立的事件或补事件 $\bar{E}$ 。当事件 E 不出现,事件 $\bar{E}$ 正好出现。这两个事件 E 和 $\bar{E}$ 是相对立事件。

将几个事件进行逻辑运算,就可以得到新的复合事件:

与:
$$A = E_1 \wedge E_2 \quad (2.1)$$

这表示,当事件 E_1 和 E_2 同时发生时,事件 A 才会发生。

或:
$$A = E_1 \vee E_2 \quad (2.2)$$

这表示,当事件 E_1 或 E_2 或两者都发生时,事件 A 发生。或者说,当两事件 E_1 和 E_2 中至少有一个发生时,事件 A 才发生。

异或:
$$A = (E_1 \wedge \bar{E}_2) \vee (\bar{E}_1 \wedge E_2) \quad (2.3)$$

这表示,当两个事件 E_1 和 E_2 中,恰好只有一个事件发生时,事件 A 才发生。

对事件进行逻辑运算,必须遵守布尔代数定律,特别是重迭律和吸收律。事件与其本身进行逻辑运算,并不产生新的事件:

$$E_i \wedge E_i = E_i \quad (2.4)$$

$$E_i \vee E_i = E_i \quad (2.5)$$

为了使逻辑运算清楚明了,通常将事件 E_i 表示为事件空间 Ω 中的点的集合(见图2.1)。逻辑“与”相当于集合表示中的“相割”,而逻辑“或”,相当于“联合”运算。

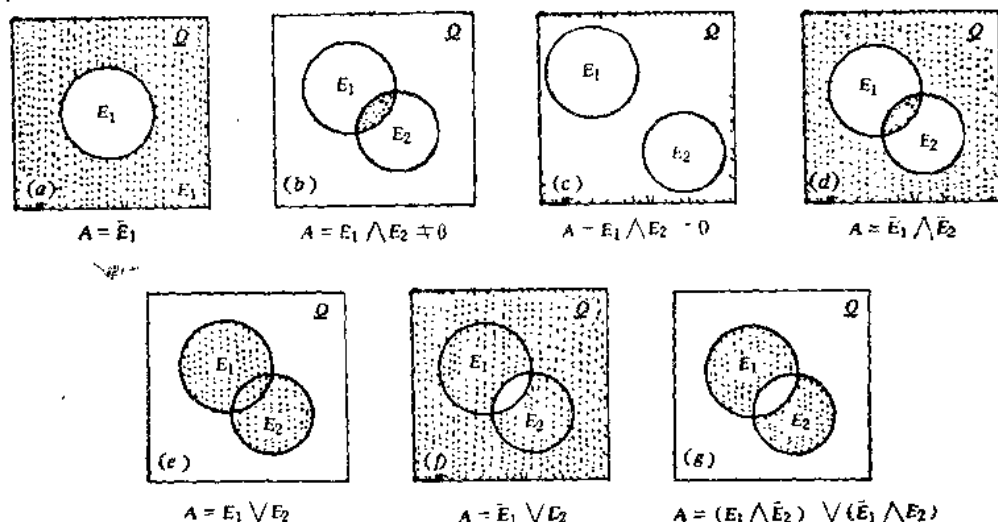


图 2.1 事件的逻辑运算在文氏图中作为点集的表示 (逻辑“与”相当于集合中的“相割”, 逻辑“或”相当于“联合”)

- (a) E_1 的补集 $A = \bar{E}_1$ 是 Ω 中不属于 E_1 的所有元素的集合;
 (b) 和运算: 两集合 E_1 和 E_2 的割集 A 包括既属于 E_1 又属于 E_2 的所有元素, E_1 和 E_2 是相容的, $A \neq \emptyset$;
 (c) 和运算: E_1 和 E_2 是不相容的, $A = \emptyset$;
 (d) 和运算: 割集 A 包括既属于 $\bar{E}_1$ 又属于 $\bar{E}_2$ 的所有元素;
 (e) 或运算: 集合 E_1 和 E_2 的合集 A 包括属于 E_1 或 E_2 或属于两者的所有元素;
 (f) 或运算: A 包括属于 $\bar{E}_1$ 或属于 $\bar{E}_2$ 的元素;
 (g) 异或: A 包括只属于 E_1 或只属于 E_2 的所有元素。

§ 2.2 事件发生的频率

在可靠性分析中, 首先要定义所研究的事件 E_i , 第二步才是确定这些事件可能发生的概率。通常借助于频率的概念来解释事件 E_i 发生的概率 $W(E_i)$ 。假定在 n 次随机试验中发生了 g 次所希望的事件 E_i , 则事件 E_i 发生的频率是下面比值:

$$h(E_i) = \frac{\text{发生所希望事件 } E_i \text{ 次数}}{\text{总试验次数}} = \frac{g}{n} \quad (2.6)$$

当试验次数 n 趋向无穷时, 上式频率的极限定义为随机事件 E_i 发生的概率 $W(E_i)$:

$$W(E_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} h(E_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g}{n} \quad (2.7)$$

$$W(E_i) \approx \frac{g}{n} \quad (2.8)$$

由上面定义可知, 概率值只可能在 0 和 1 之间, 即

$$0 \leq W \leq 1 \quad (2.9)$$

概率 $W(E_i) = 0$ 意味着事件不可能发生, 而 $W(E_i) = 1$, 就表示事件 E_i 肯定要发生。前者称不可能事件, 后者称必然事件。

§ 2.3 “与”事件的概率

1. 相容且非独立事件

设两个相容且非独立事件 E_1 和 E_2 的概率分别为 $W(E_1)$ 和 $W(E_2)$, 在事件 E_1 已发生条件下, E_2 发生的概率称为条件概率 $W(E_2/E_1)$ 。利用条件概率可算出两个相容且非独立事件 E_1 和 E_2 同时发生或先后发生的概率 $W(E_1 \wedge E_2)$:

$$W(E_1 \wedge E_2) = W(E_1) \cdot W(E_2/E_1) = W(E_2) \cdot W(E_1/E_2) \quad (2.10)$$

2. 相容且独立事件

若事件 E_1 和 E_2 相容且互相独立, 则

$$W(E_2/E_1) = W(E_2) \quad (2.11)$$

$$W(E_1/E_2) = W(E_1) \quad (2.12)$$

所以两个相容且独立事件同时或先后发生的概率为

$$W(E_1 \wedge E_2) = W(E_1) \cdot W(E_2) \quad (2.13)$$

这就是相容且独立事件的乘法法则。

n 个相容且独立事件同时或先后发生的概率为

$$\begin{aligned} W(E_1 \wedge E_2 \wedge E_3 \wedge \cdots \wedge E_n) &= W(E_1) \cdot W(E_2) \cdots W(E_n) \\ &= \prod_{i=1}^n W(E_i) \end{aligned} \quad (2.14)$$

3. 互斥事件

若两个事件互不相容, 则它们同时发生的概率为零, 即

$$W(E_1 \wedge E_2) = 0$$

例题 1: 从一副扑克牌中随意抽出两张牌, 试问这两张牌都是黑桃的概率是多大?

解: 设两个事件 E_1 和 E_2

E_1 : 第一张牌是黑桃

E_2 : 第二张牌是黑桃

由于这两个事件是相关的, 它们是非独立事件, 它们发生的概率分别为

$$W(E_1) = \frac{13}{52}$$

$$W(E_2/E_1) = \frac{12}{51}$$

两张牌均是黑桃的概率为

$$W(E_1 \wedge E_2) = W(E_1) \cdot W(E_2/E_1) = \frac{1}{17}$$

例题 2: 从两副扑克牌中分别各抽出一张牌, 试问这两张牌都是黑桃的概率是多大?

解: 设两个事件 E_1 和 E_2

E_1 : 从第一副牌中抽出的是黑桃

E_2 : 从第二副牌中抽出的是黑桃

因这两个事件是相互独立的, 所以

$$W(E_1) = W(E_2) = \frac{13}{52}$$

两张牌都是黑桃的概率为

$$W(E_1 \wedge E_2) = W(E_1) \cdot W(E_2) = \frac{1}{16}$$

§ 2.4 “或”事件的概率

1. 两个事件

设两个随机事件概率分别为 $W(E_1)$ 和 $W(E_2)$ ，求事件 E_1 或 E_2 或两者同时发生的概率。按图 2.1c 可以算出其概率为

$$W(E_1 \vee E_2) = W(E_1) + W(E_2) - W(E_1 \wedge E_2) \quad (2.15)$$

也就是说，两个事件“或”的概率等于单个事件概率之和减去这两个事件“与”的概率。后者确保“或”事件的概率最大也只能等于 1。例如，假定事件 E_1 和 E_2 的概率 $W(E_1) = W(E_2) = 1$ ，那么，“或”事件的概率按方程式 (2.15) 可得：

$$W(E_1 \vee E_2) = W(E_1) + W(E_2) - W(E_1 \cdot W(E_2)) = 1 \quad (2.16)$$

若两个事件是不相容事件，即 $W(E_1 \wedge E_2) = 0$ ，则方程式 (2.15) 变为

$$W(E_1 \vee E_2) = W(E_1) + W(E_2) \quad (2.17)$$

一般地， n 个两两不相容事件，其“或”概率为

$$\begin{aligned} W(E_1 \vee E_2 \vee \cdots \vee E_n) &= W(E_1) + W(E_2) + \cdots + W(E_n) \\ &= \sum_{i=1}^n W(E_i) \end{aligned} \quad (2.18)$$

在可靠性技术中，概率 $W(E_i)$ 通常是很小的，数量级大约为 10^{-3} 或更小。两个这样的相容事件同时发生的概率，其数量级就是 10^{-6} ，因此，可略去不计。实际中，对这种相容事件的情况，经常用式 (2.17) 取代式 (2.15)。

若两个事件不仅是不相容，而且也是对立、互补（见图 2.1a），那么，不是事件 E_1 ，就是事件 $\bar{E}_1$ 发生，其概率为

$$W(E_1 \vee \bar{E}_1) = W(E_1) + W(\bar{E}_1) = 1 \quad (2.19)$$

2. 三个事件

在三个相容或不相容的随机事件 E_1 ， E_2 和 E_3 中，发生一个，二个或三个事件的概率为

$$\begin{aligned} W(E_1 \vee E_2 \vee E_3) &= W(E_1) + W(E_2) + W(E_3) - W(E_1 \wedge E_2) \\ &\quad - W(E_2 \wedge E_3) - W(E_3 \wedge E_1) + W(E_1 \wedge E_2 \wedge E_3) \end{aligned} \quad (2.20)$$

3. n 个事件

式 (2.20) 说明，随着事件的增多，在计算这些事件“或”概率时，需要计算的项数也越来越多。为便于计算，戴·摩很定理将“或”事件用下面式子转换成“与”事件：（ E_1 与 E_2 事件相互独立）

$$\overline{E_1 \vee E_2} = \bar{E}_1 \wedge \bar{E}_2 \quad (2.21)$$

这样计算就方便多了。由式 (2.21) 可得到：

$$W(E_1 \vee E_2) = 1 - W(\bar{E}_1 \bar{\vee} \bar{E}_2) = 1 - W(\bar{E}_1 \wedge \bar{E}_2) = 1 - W(\bar{E}_1) \cdot W(\bar{E}_2) \quad (2.22)$$

对于一般情况, 则有:

$$W(E_1 \vee E_2 \vee \cdots \vee E_n) = 1 - \prod_{i=1}^n W(\bar{E}_i) \quad (2.23)$$

例题 1: 已知 100 个运算放大器具有下列两个相容事件及其概率:

E_1 : 零点漂移太大 $W(E_1) = 0.03$

E_2 : 电压放大倍数太小 $W(E_2) = 0.04$

求任意取出一个运算放大器是坏的 (即零点漂移太大或电压放大倍数太小) 概率是多大?

解: 根据式 (2.15) 可得到所求概率为

$$\begin{aligned} W(E_1 \vee E_2) &= W(E_1) + W(E_2) - W(E_1 \wedge E_2) \\ &= 0.03 + 0.04 - 0.03 \times 0.04 = 0.0688 \end{aligned}$$

例题 2: 在投骰子时, 只投一次, 求出现三点或五点的概率是多大?

解: 设两个事件 E_1 和 E_2

E_1 : 出现三点的事件 $W(E_1) = \frac{1}{6}$

E_2 : 出现五点的事件 $W(E_2) = \frac{1}{6}$

因这两个事件是不相容事件, 所以

$$W(E_1 \vee E_2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

由上面分析和讨论, 可以将两个随机事件 E_1 和 E_2 的“与”事件及“或”事件, 在各种情况下的概率计算规则列于表 2.1:

表 2.1 随机事件计算规则

随 机 事 件 E_1 和 E_2			
$W(E_1 \vee E_2)$	相 容 $= W(E_1) + W(E_2) - W(E_1 \wedge E_2)$		不 相 容 $= W(E_1) + W(E_2)$
$W(E_1 \wedge E_2)$	相 关 $= W(E_1) \cdot W(E_2/E_1)$	不 相 关 (独 立) $= W(E_1) \cdot W(E_2)$	$= 0$

§ 2.5 布尔代数定律的应用

如前所述, 我们应该遵守布尔代数的运算法则 (见表 2.2)。例如, 下面的算法是错误的, 不允许使用:

$$W(E_1 \wedge E_1) = W(E_1) \cdot W(E_1)$$

$$W(E_1 \vee E_1) = W(E_1) + W(E_1)$$

使用公式 (2.4) 或 (2.5) 可得到正确的结果:

$$W(E_1 \wedge E_1) = W(E_1) \quad (2.24)$$

$$W(E_1 \vee E_1) = W(E_1) \quad (2.25)$$

为避免上面的错误或类似的错误,在计算概率之前,应对布尔函数进行简化。表2.2用实例来解释简化过程。

表 2.2 布尔函数运算法则

与 0 和 1 的运算

$$X_1 \vee 1 = 1; \quad X_1 \wedge 1 = X_1$$

$$X_1 \vee 0 = X_1; \quad X_1 \wedge 0 = 0$$

重叠律

$$X_1 \vee X_1 = X_1; \quad X_1 \wedge X_1 = X_1$$

与其反变量的运算

$$X_1 \vee \bar{X}_1 = 1; \quad X_1 \wedge \bar{X}_1 = 0$$

交换律

$$X_1 \vee X_2 = X_2 \vee X_1; \quad X_1 \wedge X_2 = X_2 \wedge X_1$$

结合律

$$X_1 \vee (X_2 \vee X_3) = (X_1 \vee X_2) \vee X_3; \quad X_1 \wedge (X_2 \wedge X_3) = (X_1 \wedge X_2) \wedge X_3$$

分配律

$$X_1 \vee (X_2 \wedge X_3) = (X_1 \vee X_2) \wedge (X_1 \vee X_3); \quad X_1 \wedge (X_2 \vee X_3) = (X_1 \wedge X_2) \vee (X_1 \wedge X_3)$$

戴·摩根定律

$$\overline{X_1 \vee X_2} = \bar{X}_1 \wedge \bar{X}_2; \quad \overline{X_1 \wedge X_2} = \bar{X}_1 \vee \bar{X}_2$$

吸收定律

$$X_1 \vee (X_1 \wedge X_2) = X_1; \quad X_1 \wedge (X_1 \vee X_2) = X_1$$

$$X_1 \vee (\bar{X}_1 \wedge X_2) = X_1 \vee X_2; \quad X_1 \wedge (\bar{X}_1 \vee X_2) = X_1 \wedge X_2$$

$$(X_1 \wedge X_2) \vee (X_1 \wedge \bar{X}_2) = X_1; \quad (X_1 \vee X_2) \wedge (X_1 \vee \bar{X}_2) = X_1$$

例题: 图 2.2a 所定义的事件 A 决定于基本事件 E_1 , E_2 和 E_3 。

$$A = (E_1 \vee E_2) \wedge (E_2 \vee E_3) \quad (2.26)$$

设 $C = E_1 \vee E_2$ $D = E_2 \vee E_3$

则 $A = C \wedge D$ 。若要计算事件 A 发生的概率,按通常的想法可写成:

$$W(A) = W(C \wedge D) = W(C) \cdot W(D)$$

而上式只有当事件 C 和 D 独立 (不相关) 时才能成立。然而在此例题中,这样的前提不能满足,因为 C 和 D 包含有同样的事件 E_2 。理论上说,应该用条件概率进行计算,而这里条件概率又是不知道的,所以就只得用其他办法来解决。

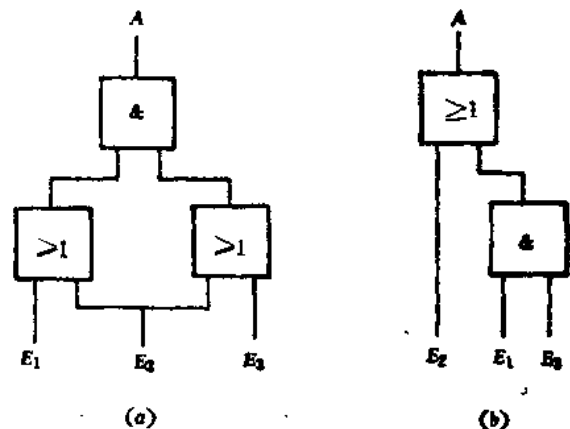


图 2.2 逻辑函数 $A = E_2 \vee (E_1 \wedge E_3)$

(a) 未简化的 (b) 简化了的