

基氏平面幾何學

基 雪 遼 夫 著
格 拉 高 立 夫 增 訂
趙 友 章 譯

中 華 書 局 出 版

本書內容提要

本書是蘇聯教育部的部定中等學校教科書，程度相當於我國的初中教本。它的特點是處處從實際具體的事例出發，得出幾何學的抽象概念，進而引導到最基本的命題和定理；更對這些命題和定理加以分析討論和應用，而引伸出其他的命題和定理來。編者把問題步步推進，層次分明，文字尤其簡要明確，易為初中學生所理解，可作初中平面幾何教本之用。

基氏平面幾何學

Геометрия, часть I планиметрия
учебник для 6-9го классов семилетней
и средней школы

基雪遼夫著
格拉高立夫增訂
趙友章譯

中華書局出版

一九五一年九月初版

基氏平面幾何學 (全一冊)

◎定價人民幣一萬三千五百元

譯者 趙友章

原書名 Геометрия частей I планметрия

原作者 A. П. Киселёв

原出版者 Учгизгиз

原本出版年月 一九四九年第十版

上海河南中路二二一號

中華書局股份有限公司

上海澳門路四七七號

中華書局上海印刷廠

三聯·中華·商務·開明·聯營聯合組織

中國圖書發行公司

* 印翻得不 · 權作著有 *

發行者

印刷者

出版者

各地分店

三聯商務印書館
中華書局
開明書店
聯營書店

總目編號(15434) 印數1—5,000

序

A. П. 基雪遼夫的初等幾何教科書，是很久以來流行最廣的幾何教科書。它的主要優點是：文字簡潔明確，易為中學生所理解。

在本書的改編和使其適合現行中學課程大綱的工作中，為了更正確，有時為了更多地解決各個問題起見，乃加以許多修改和增補。現在出版的本書第一編（即平面幾何部分）中，其最主要的修改處如下：在關於線段量度的敘述中，導入了無盡小數；由相似定理連帶述及普通相似變換作圖題；關於圓周長度的量度問題給予更嚴密的敘述；面積量度的敘述已求其更精確，同時已加以若干簡化；指出了普通幾何課程中各個定理的意義；對於若干最困難的課題的解法補加提示；著者以附錄形式載在全書之末的作圖題解法，由編者加以適當的修改而插入書中相當的地方（使學者可以熟習，並在研究題目過程中會加以運用）；計算題部份已加刪節，即已把極少理論和實用價值的問題刪去了；“關於比和比例”一章已完全刪去，它的內容從現在的觀點看來是已經完全陳舊了。

除此之外，本書第一編由我所增補的如下：（1）關於圖形的對稱（軸對稱和中心對稱，§37，§84—86）；（2）關於圖形的相似變換、多角形的透視排列和圓周的相似（§173—178）；（3）關於連續數和變數的極限（§227—231）。

在本書的整個改編工作中，我力求較正確地敘述論題，更多地解決各個問題，同時在本書篇幅許可的範圍內，把作為幾何變換的移動、對稱、相似等基本幾何觀念提在顯著的地位。此外，在改編課文時，我盡力避免在書中採用與原書不同的文體，不同的文體會使學生讀書時增加困難的。

H. 格拉高立夫

一九三八、二、二〇

基氏平面幾何學

目次

序.....	3
緒論.....	9
平面.....	10
直綫.....	10
圓周的概念.....	13
第一章 直綫.....	16
I. 角.....	16
基本概念.....	16
角的測量.....	19
補角和對頂角.....	22
習題.....	26
II. 數學的命題.....	27
III. 三角形.....	30
多角形和三角形的概念.....	30
幾何圖形對於軸的對稱.....	34
等腰三角形的幾項性質.....	36
全等三角形的特徵.....	38

三角形的外角和它的性質.....	41
三角形邊和角的關係.....	43
直綫段和折綫長度的比較.....	45
直綫和斜綫長度的比較.....	48
直角三角形全等的特徵.....	50
通過直綫段中點的垂綫和角二等分綫的性質.....	51
IV. 基本作圖題.....	53
習題.....	59
V. 平行綫.....	62
基本定理.....	62
兩邊順次平行或垂直的諸角.....	69
三角形和多角形內角的和.....	71
中心對稱.....	74
VI. 平行四邊形和梯形.....	77
平行四邊形.....	77
平行四邊形的若干特殊形狀: 矩形、菱形、正方形.....	80
根據平行四邊形性質的若干定理.....	82
梯形.....	84
作圖題.....	86
習題.....	88
第二章 圓周.....	93
I. 圓周的形狀和地位.....	93

II. 弧、弦和圓心至弦的距離之間的關係	96
III. 直線和圓周的相互位置	99
IV. 兩圓周的相互位置	102
V. 圓周角和其他幾種角、切線的作法	105
作圖題	114
習題	116
VI. 內接和外切多角形	121
VII. 三角形中四顯著點	125
習題	127
第三章 相似形	132
I. 長短的量度概念	132
II. 三角形的相似	144
相似三角形的三種特徵	147
直角三角形相似的特徵	150
III. 相似多角形	154
IV. 任意形狀的相似形	162
作圖題	168
V. 關於成比例的綫段的若干定理	171
三角形角二等分綫的性質	174
VI. 三角形和其他若干圖形的諸要素間的度量關係	176
VII. 圓中的比例綫分	185
VIII. 銳角的三角函數	187

IX. 代數在幾何學中的應用.....	194
習題.....	199
第四章 正多角形和圓周長度的計算.....	205
I. 正多角形.....	205
習題.....	215
II. 圓周和其部份長度的計算.....	216
數序的極限.....	217
圓周的長度.....	222
習題.....	231
第五章 面積的量度.....	232
I. 多角形的面積.....	232
畢達哥拉定理和以此為根據的作圖題.....	244
相似圖形面積的比.....	247
II. 圓周和它的部份面積.....	251
習題.....	256
三角函數表.....	260

基氏平面幾何學

緒 論

1. 幾何圖形 空間的一部份，各方面都有界限的，叫做幾何體。

幾何體是由面來和周圍空間分隔的。

面的一部份是由綫來和鄰接部份分離的。

綫的一部份是由點來和鄰接部份分離的。

幾何體、面、綫和點都不是獨立存在的。但是憑藉抽象觀念之助，我們可以離開幾何體以研究面，離開面以研究綫，離開綫以研究點。同時我們當然可以想像面是沒有厚度的，綫是沒有厚度和闊度的，點是沒有長度、闊度和厚度的。

總之，不論是點、綫、面或體，凡在空間有一定形狀的，一般都叫做幾何圖形。幾何圖形可以不變更它的形狀在空間移轉。兩個幾何圖形，如果在空間把其中之一用移形法來合在第二個圖形上面，兩者各部份完全重合時，這兩個幾何圖形叫做全等。

2. 幾何學 研究幾何圖形性質的科學叫做幾何學，這是從希臘語譯來的，意思是測量術。這門科學之所以這樣命名，因為在古時候，幾何學的主要目的是地面上距離和面積的測量。

平 面

3. 平面 各種面之中，我們最熟知的是平面，如優良的窗玻璃的表面、池沼中靜水的表面等等，都能給我們以平面的概念。

平面的性質如下：

平面的任何一部份，都可以把它的所有各點放在這平面或另一平面的其他部份上，而且可以把要合上去的平面預先移轉向另一面。

直 綫

4. 直綫 最簡單的綫是直綫。關於直綫的概念對於大家都是很熟悉的。用力拉緊的絲，從小孔中射出的光綫，都可給我們以直綫的概念。直綫的下列基本性質是和上面這些概念相一致的。

經過空間任何兩點可以作一直綫，並且只能作一直綫。

根據這性質，從而推得：

如果兩直綫，把其中一根移在另一根上面，而這直綫上的任何兩點和另一直綫重合，則這兩直綫在其餘所有各點完全相重合（因為在相反的情形，是說經過兩點可以作兩根直綫，這是不可能的）。

根據這個理由，兩直綫只能相交於一點。

直綫能夠放在平面上。在這平面內有如下的性質：

如果在平面上取任何兩點，並經過這兩點作一直線，則這直線上的所有各點都在這平面上。

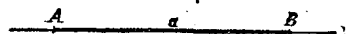


圖 1



圖 2

5. 無限直線、射線、綫段 如果直線是向兩端無限制地延長的，則稱為無限直線。

直線，通常都用放在它的任何兩點上的兩大寫英文字母來表示，讀做「直線 AB 」或「 BA 」(圖1)。

直線的一部份，兩端加以限制的，叫做直綫段；直綫段通常都用放在它的兩末端的二個英文大寫字母來表示(如直綫段 CD ，圖1, 2)。直線或直綫段，有時也用一個英文小寫字母來表示；讀做「直綫 a ，直綫段 b 」。



圖 3

為簡明計，「直綫段」我們以後常常單叫做「綫段」。

研究直綫時，有時只在一端加以限制，如限制於 A 點(圖3)。這樣的直綫，就說它是從 A 點出發的，這叫做射綫或半直綫。

6. 等綫段和不等綫段 兩綫段，如果把其中一根放在另一根的上面，而它們的兩端能相重合時，這兩綫段相等。例如，假



圖 4

定我們把綫段 AB 放在綫段 CD 上(圖 4), 先使點 A 和點 C 重合, 並使直綫 AB 沿直綫 CD 而下; 如果 B 和 D 端也相合, 則綫段 AB 和 CD 相等; 反之, 兩綫段便是不等, 這時, 較小的綫段認為是和另一綫段的一部份相重合。

要在任何直綫上取一等於已知綫段的綫段, 可用兩脚規。

7. 綫段的和 由下列方法取得的綫段, 叫做若干已知綫段 $AB, CD, EF, \dots$ 的和(圖 5)。

在任何直綫上取任意一點 M , 自此點取綫段 MN , 使等於 AB , 然後再自 N 點在同一方向取綫段 NP , 使等於 CD , 再取綫段 PQ , 使等於 EF . 這時綫段 MQ 是綫段 AB, CD 和 EF 的和(AB 等綫段對這和而言, 叫做被加量). 用同樣的方法, 可以得到任何多少數目綫段的和。

綫段的和含有一切數之和的性質; 譬如, 它和相加的次序無關(交換律), 如果幾個被加數以其和代之, 其值不變(組合律). 如:

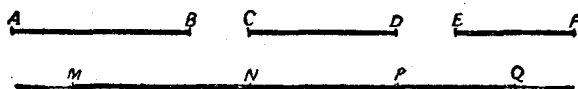


圖 5

$$AB + CD + EF = AB + EF + CD = EF + CD + AB = \dots\dots\dots,$$

$$\text{及 } AB + CD + EF = AB + (CD + EF) = CD + (AB + EF) = \dots\dots\dots.$$

8. 綫段的運算 從和的概念導出綫段的差、綫段與不名數的乘和除的概念. 例如綫段 AB 和 CD (假定 $AB > CD$) 的差就

是這樣的第三根綫段：這綫段和 CD 的和等於 AB ；綫段 AB 和 3 的積是每根都等於 AB 長的三綫段的和；綫段 AB 被 3 除所得的商是 AB 的三分之一等等。

如果已知綫段用任何長度單位（例如公分）測量，同時它們的長度就用測得的數目來表示時，則綫段長的和就以測得綫段的數目的和來表示，其差就以測得的數目的差來表示，等等。

圓周的概念

9. 圓周 如果把兩腳規任意張開，把它的一隻腳尖放在平面的任何一點 O 上（圖 6），使兩腳規繞此點轉動，則裝有鉛筆或墨筆尖的、和平面接觸的另外一隻腳在平面上劃出連續的綫，綫上所有各點和點 O 的距離都相同。這綫叫做圓周，點 O 叫做圓心。連接圓心和圓周上任何點的綫段 $OA, OB, OC, \dots$ 叫做半徑。一圓周的所有半徑都相等。

用等長半徑所畫的圓周都是相等的，如把它們的圓心重合，則圓周上所有的各點都可重合。

通過圓周上任何兩點的無限直綫（ MN ，圖 6）叫做割綫。

連結圓周上任意兩點的直綫段（ EF ）叫做弦。

凡通過圓心的弦（ AD ）叫做直徑。

直徑等於兩半徑的和，因此一圓周的所有直徑都相等。

圓周的任何一部份（例如 EmF ）叫做弧。

對於連結任何弧的兩端之弦，我們說這弦張開這弧。

平面的一部份，以圓周規定其界限的叫做圓*。

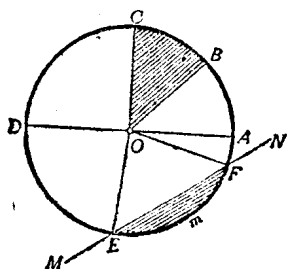


圖 6

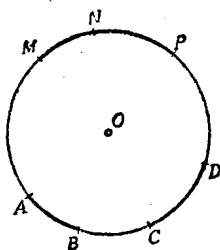


圖 7

弧往往以 $\cup$ 號來表示它；例如寫做： $\cup EmF$ 。

圓的一部份，它的範圍在兩半徑之間的（圖6內劃有陰影線的 COB 部份）叫做扇形，以任意割綫從圓上割離的一部份（ EmF 部份）叫做弓形。

10. 等弧和不等弧 同一圓（或等圓）的兩弧，如果能夠把它們的兩端重合，則這兩弧相等。例如我們把弧 AB （圖7）放在弧 CD 上，使點 A 和點 C 重合，弧 AB 順着弧 CD 落下；如 B 、 D 兩端重合，則弧內所有各點都相重合，因為它們離開圓心的距離相等，以 $\cup AB = \cup CD$ 來表示；如果 B 和 D 不相重合，則兩弧不等，這時我們認為較小的弧和另一弧的一部份重合。

11. 弧的和 有若干已知的等半徑的弧，並有這樣的一個弧，其半徑和上述者相等，而由完全等於已知諸弧的各部份組

*「圓」一詞有時用作圓周的意思。但是要避免這樣，因不同的概念完全用同一的術語，可能引起錯誤。

成，那末後一個弧稱為是已知諸弧的和。如果從圓周上任意一點 M (圖7) 取 MN 部份，使等於 AB ，以後再從 N 點在同一方向取 NP 部份，使等於 CD ，則弧 MP 是弧 AB 與 CD 的和。用同樣的方法，可以作出三個或更多個弧的和。

等半徑的弧相加時，它們的和可能在一個圓周上容納不下，其中一個弧可以部份地重疊在另一個弧上。在這樣的場合，弧的和將大於一全圓周。例如，弧 AmB 加弧 CnD 時 (圖8)，所得的弧係由一全圓周和弧 AD 合成。

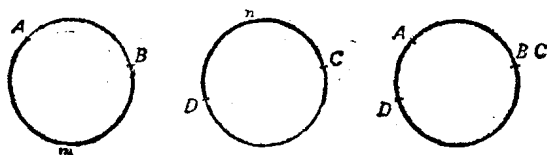


圖 8

弧的和像直線段的和一樣，也有交換和組合的性質。

和直線段一樣，從弧之和的概念導出關於弧之差、弧與不名數之乘和除的概念。

12. 幾何學的種類 幾何學分二部份：平面和立體。第一種是研究所有各部份全在一個平面上的圖形之性質的；第二種是研究各部份不是都在一平面上的圖形之性質的。本書是平面幾何學。