

高校课程 **学练考** 系列丛书

# 离散数学

## 学 练 考

Learn Practise Examine

### 学练考

何光明 丛书主编  
王海艳 本书主编

- ▶ 学·练·考三维辅导
- ▶ 知识要点一目了然
- ▶ 重点难点剖析透彻
- ▶ 典型例题解答点评
- ▶ 主流教材习题精解
- ▶ 学习效果两级训练

### 学练考



清华大学出版社

高校课程学·练·考系列丛书

# 离散数学学·练·考

何光明  
王海艳

丛书主编  
本书主编

清华大学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书是根据教育部高等理工院校离散数学课程教学大纲的基本要求和硕士研究生入学考试的基本要求编写而成。

全书内容包含数理逻辑、集合论、代数系统和图论4个部分,共分8章:命题逻辑、谓词逻辑、集合论、二元关系、函数、代数系统、格与布尔代数、图论等。每章给出了知识结构图、疑难解惑、典型例题与考研题分析、重要习题精选精解、两级训练题等5个板块内容。书中例题分析细致,解答完整,有助于读者掌握解题方法和技巧。此外,附录中给出了期中、期末考试试题各一套和两套考研模拟试题(均附有参考答案)以及各章训练题的参考答案。

本书可作为课程学习与复习迎考(课程考试或硕士研究生入学考试)的复习用书,以及高等院校师生离散数学的教学参考书。

版权所有,翻印必究。

本书封面贴有清华大学出版社激光防伪标签,无标签者不得销售。

### 图书在版编目(CIP)数据

离散数学学·练·考/王海艳主编.—北京:清华大学出版社,2004

(高校课程学·练·考系列丛书/何光明主编)

ISBN 7-302-08259-6

I.离… II.王… III.离散数学—高等学校—教学参考资料 IV.0158

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第018437号

出版者:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社总机:010-62770175

地 址:北京清华大学学研大厦

邮 编:100084

客户服务:010-62776969

组稿编辑:章忆文

文稿编辑:桑任松

封面设计:付剑飞

印刷者:北京市世界知识印刷厂

装订者:北京鑫海金澳胶印有限公司

发行者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×260 印张:17 字数:405千字

版 次:2004年4月第1版 2004年4月第1次印刷

书 号:ISBN 7-302-08259-6/TP·5956

印 数:1~5000

定 价:23.00元

---

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770175-3103或(010)62795704。

# 扬起风帆，成就梦想

## (丛书序)

21 世纪人类已迈入“知识经济”时代，科学技术正发生着深刻的变革，社会对德才兼备高素质专业人才的需求更加迫切。如何培养出符合时代要求的优秀人才，是全社会尤其是高等院校面临的一项急迫而现实的任务。

为了配合当前高等院校注重培养高素质知识型人才的需求，也为了给同学们提供一套行之有效的课程学习辅导书，我们在广泛调研并听取很多专家及学生们建议的基础上，组织编写了这套《高校课程学·练·考系列丛书》。本套丛书作为学生正规课本的辅导用书，对课程的各方面知识不做细致讲解，而是抽取重点、难点和易于混淆的方面进行强调和解惑；再配以典型例题和考研题、考级题解析，提高读者分析问题与解决问题的实际能力；每章都辅以对应习题(达标训练题和考研挑战题、考级题)，以助读者达到即学、即练、即会的目的；另外，每章都精选主流教材的课后习题进行解答，帮助读者消化和巩固所学知识。

### 首推书目

本套丛书以全新的视角，陆续推出涵盖高等院校主干课程的辅导用书。首推 12 本，书目如下：

- (1) 概率论与数理统计学·练·考
- (2) 高等数学(上册)学·练·考
- (3) 高等数学(下册)学·练·考
- (4) 线性代数学·练·考
- (5) 数据结构学·练·考
- (6) 操作系统学·练·考
- (7) 离散数学学·练·考
- (8) C 语言学·练·考
- (9) 电子技术基础(模拟部分)学·练·考
- (10) 电子技术基础(数字部分)学·练·考
- (11) 电路学·练·考
- (12) 自动控制原理学·练·考



## 丛书特色

1. 丛书以国家教育部制定的教学大纲及研究生入学考试大纲为依据, 按照高等学校通用的主流教材为主线, 注重基础知识的学习与解题能力的提高, 既保证了课程学习的循序渐进, 又能对复习迎考与考研行之有效。

2. 丛书从“学、练、考”3个角度进行立体辅导, 帮助读者理解基本概念和理论, 开拓解题思路, 提高分析问题的能力, 使读者对所学课程真正做到融会贯通、考试轻松。

3. 丛书基本按照正规教学课本顺序编排, 每章设计了5个板块, 分别是: 本章知识结构图、疑难解惑、典型例题与考研题分析、重要习题精选精解、两级训练题。各内容安排为:

- 本章知识结构图: 用图表的形式列出本章各知识点的有机联系, 便于记忆、复习。
- 疑难解惑: 突出核心知识, 对重点、难点内容进行解释与讲述, 使读者掌握问题的本质。
- 典型例题与考研题分析: 精选出常考题型与考研题进行解析, 增强读者解题能力。
- 重要习题精选精解: 对主流教材的重要习题做出解答, 便于读者复习与检查。
- 两级训练题: 分达标训练题与考研挑战题两个级别, 通过两级训练, 读者可以进一步加深对所学内容的理解, 旨在达到巩固提高的目的。

4. 丛书重点定位在疑难解惑与解题方法上, 不仅授人以“鱼”, 更在于授人以“渔”。丛书对课程学习过程中可能遇到的疑难点进行了细致深入的分析, 突出解决易混淆和忽略的问题; 对常见题型进行完整的解答与总结, 注重解题思路及技巧的培养, 旨在使读者达到茅塞顿开、触类旁通、举一反三之功效。

5. 丛书对主流教材的较难习题(或全部习题)进行了解答, 并且每章均配有一定数量的训练题, 最后还提供了几套完整的模拟试题, 所有习题及模拟试题均给出了解答或提示, 便于读者自测提高。

## 关于作者

丛书编委特聘请执教多年、且有较高学术造诣的名师参与名册之编写。他们长期从事有关的教学和研究工作, 积累了丰富的经验, 对相应课程有较深的体会与独到的见解, 本丛书凝聚了他们多年的教学经验和心血。

## 读者定位

本套丛书特别适合参加课程学习、考试(课程考试、考研、考级)的读者群阅读, 同时可供高等院校教师作为教学参考使用。



## ☞ 互动交流

读者的进步，我们的心愿。如果发现书中有任何疑惑之处，或有建议或意见，请与我们交流。联系信箱：[gmkeji@163.com](mailto:gmkeji@163.com)。

## ☞ 特别致谢

在此，对丛书所选用的参考文献的著作者，及丛书所引用习题、试题的命题老师表示真诚的感谢。感谢为本丛书出版提供帮助的各界人士。

乘风破浪会有时，直挂云帆济沧海。愿这套书能为在知识海洋中奋进的学子们助一臂之力！



## 丛书编委会

顾 问：清华大学 吴文虎 教授、博士生导师  
北京大学 许卓群 教授、博士生导师  
中国人民大学 王 珊 教授、博士生导师  
东南大学 曹进德 教授、博士生导师  
北京航空航天大学 李 波 教授、博士生导师

总 策 划：清华大学出版社第三事业部

丛书主编：何光明

编 委：(排名不分先后)

何光明	杨 明	杨治辉	汪名杰	吴 金
常昌远	孔慧芳	汪志宏	骆 健	王海艳
黄昭强	孙多如	江 安	倪志强	朱家明
陆克斌	杨 玲	田玉敏	石雪梅	杨 萍
王新光	王晓光	江 兵	叶运骅	罗 勇



# 前 言

离散数学作为计算机专业的一门重要的专业基础课程,对提高学生的逻辑思维能力和推理能力有很大的帮助,它为今后学习计算机专业其他基础课程如数据结构、图形学、编码学和译码学、计算机网络等打下扎实的基础。为了帮助学生更好地学习这门课程,并给准备参加考研的考生提供一个好的参考资料,作者结合多年的教学经验,编写了这本书。

由于离散数学已有众多教学参考书,为了力求新颖、有一定的特色,本书将重点放在离散数学各章知识点、难点的讲解和典型例题的分析上,帮助读者提高解题能力,达到举一反三的效果。

每章的内容包括知识结构图、疑难解惑、典型例题及考研题分析解答、重要习题精选精解,并给出了不同难度的达标训练题和考研挑战题。整个内容包含四个部分:数理逻辑、集合论、代数系统和图论。从内容上分为8章:第1章“命题逻辑”,介绍了命题逻辑中的一些基本内容:命题、联结词、命题公式、真值表、等价公式和蕴含式、对偶式与范式以及命题逻辑的推理等;第2章“谓词逻辑”,讨论了谓词的概念与表示、量词的概念、谓词公式的翻译、前束范式以及谓词演算的推理等;第3章“集合论”,介绍了集合的概念、表示法、集合的运算、集合的划分与覆盖以及基本计数原理:抽屉原理和包含排斥原理等;第4章“二元关系”,着重介绍了关系的五种基本类型、关系的三种运算、等价关系、相容关系以及序关系等;第5章“函数”,着重介绍了函数的概念、三种特殊的函数、逆函数和复合函数、集合的基数、讨论了可数集与不可数集以及如何比较集合的基数等;第6章“代数系统”,着重介绍了群、环、域这三个代数系统的含义以及一些应用等;第7章“格与布尔代数”,着重讨论了格、分配格、有补格、布尔格的含义以及有限布尔代数的特征等;第8章“图论”,介绍了图的一些概念、一些特殊的图:欧拉图、哈密尔顿图、平面图以及树等,讨论它们的性质及相互之间的关系等内容。

本书由王海艳主编,罗卫兰参编。其中第1章至第6章由王海艳编写,第7章、第8章由罗卫兰编写,最后由王海艳统一审稿。另外,参与本书协助工作的还有:罗昌隆、邱伟星、穆鸿、贺兴初、贺浩荣、芮莲华等,在此深表谢意。

本书是在作者多年讲授“离散数学”课程的教学基础上编写的,虽力求完美,但由于编者水平有限,时间仓促,书中难免有不妥之处,恳请读者提出宝贵意见。

编者

2004年3月



# 目 录

<b>第 1 章 命题逻辑</b> .....	1
1.1 本章知识结构图 .....	1
1.2 疑难解惑 .....	2
1.3 典型例题与考研题分析 .....	5
1.3.1 典型例题分析 .....	5
1.3.2 考研题分析 .....	10
1.4 重要习题精选精解 .....	14
1.5 两级训练题 .....	20
1.5.1 达标训练题 .....	20
1.5.2 考研挑战题 .....	22
<b>第 2 章 谓词逻辑</b> .....	24
2.1 本章知识结构图 .....	24
2.2 疑难解惑 .....	25
2.3 典型例题与考研题分析 .....	28
2.3.1 典型例题分析 .....	28
2.3.2 考研题分析 .....	34
2.4 重要习题精选精解 .....	40
2.5 两级训练题 .....	48
2.5.1 达标训练题 .....	48
2.5.2 考研挑战题 .....	49
<b>第 3 章 集合论</b> .....	51
3.1 本章知识结构图 .....	51
3.2 疑难解惑 .....	52
3.3 典型例题与考研题分析 .....	55
3.3.1 典型例题分析 .....	55
3.3.2 考研题分析 .....	61
3.4 重要习题精选精解 .....	68
3.5 两级训练题 .....	74
3.5.1 达标训练题 .....	74
3.5.2 考研挑战题 .....	75



<b>第4章 二元关系</b> .....	76
4.1 本章知识结构图 .....	76
4.2 疑难解惑 .....	76
4.3 典型例题与考研题分析 .....	81
4.3.1 典型例题分析 .....	81
4.3.2 考研题分析 .....	88
4.4 重要习题精选精解 .....	95
4.5 两级训练题 .....	102
4.5.1 达标训练题 .....	102
4.5.2 考研挑战题 .....	103
<b>第5章 函数</b> .....	105
5.1 本章知识结构图 .....	105
5.2 疑难解惑 .....	106
5.3 典型例题与考研题分析 .....	109
5.3.1 典型例题分析 .....	109
5.3.2 考研题分析 .....	115
5.4 重要习题精选精解 .....	121
5.5 两级训练题 .....	127
5.5.1 达标训练题 .....	127
5.5.2 考研挑战题 .....	128
<b>第6章 代数系统</b> .....	130
6.1 本章知识结构图 .....	130
6.2 疑难解惑 .....	130
6.3 典型例题与考研题分析 .....	135
6.3.1 典型例题分析 .....	135
6.3.2 考研题分析 .....	141
6.4 重要习题精选精解 .....	148
6.5 两级训练题 .....	154
6.5.1 达标训练题 .....	154
6.5.2 考研挑战题 .....	155
<b>第7章 格与布尔代数</b> .....	156
7.1 本章知识结构图 .....	156
7.2 疑难解惑 .....	157
7.3 典型例题与考研题分析 .....	161
7.3.1 典型例题分析 .....	161
7.3.2 考研题分析 .....	166



7.4 重要习题精选精解.....	171
7.5 两级训练题 .....	175
7.5.1 达标训练题 .....	175
7.5.2 考研挑战题 .....	176
<b>第8章 图论</b> .....	<b>177</b>
8.1 本章知识结构图.....	177
8.2 疑难解惑 .....	178
8.3 典型例题与考研题分析.....	183
8.3.1 典型例题分析 .....	183
8.3.2 考研题分析 .....	188
8.4 重要习题精选精解.....	194
8.5 两级训练题 .....	199
8.5.1 达标训练题 .....	199
8.5.2 考研挑战题 .....	200
<b>附录A 期中考试试题及其答案</b> .....	<b>202</b>
<b>附录B 期末考试试题及其答案</b> .....	<b>206</b>
<b>附录C 考研模拟试题一及其答案</b> .....	<b>209</b>
<b>附录D 考研模拟试题二及其答案</b> .....	<b>212</b>
<b>附录E 各章两级训练题答案</b> .....	<b>215</b>
<b>参考文献</b> .....	<b>255</b>



# 第1章 命题逻辑

## 1.1 本章知识结构图

命题逻辑是离散数学的一个重要内容之一，为了便于读者学习，我们首先将本章重要知识点进行了归类，列出如图 1.1、图 1.2、图 1.3 所示的知识结构图。

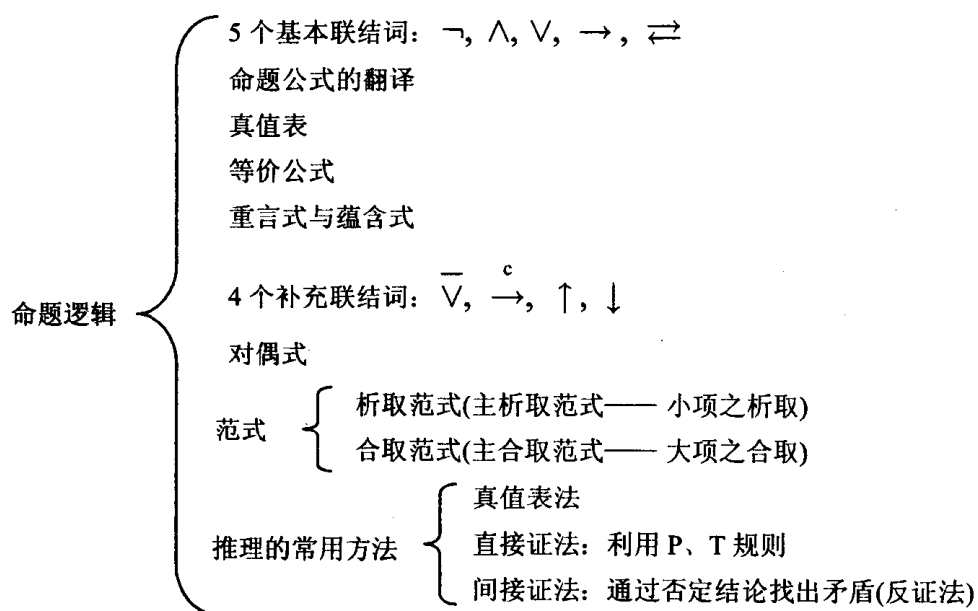


图 1.1 命题逻辑的基本内容

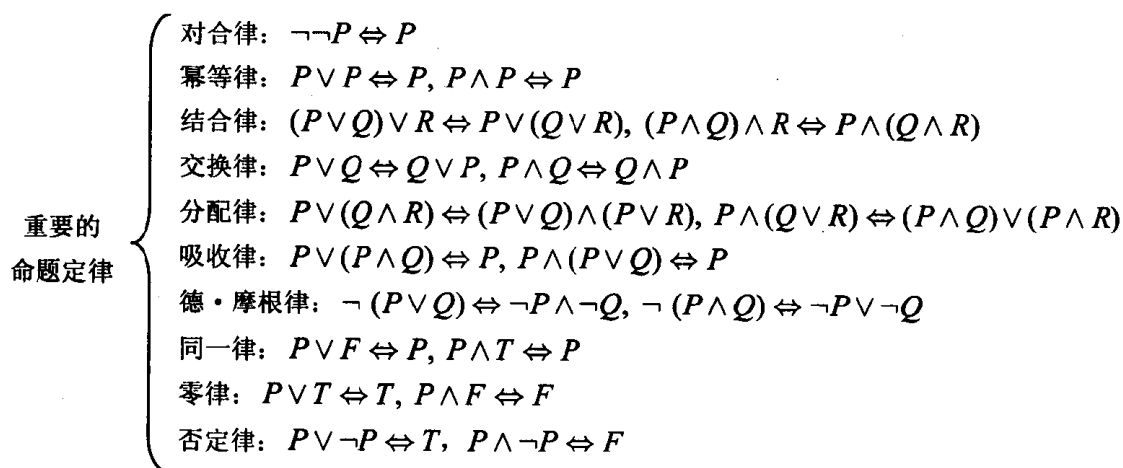


图 1.2 命题定律的基本内容



$$\text{常用的命题等价公式} \begin{cases} P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q \\ P \vee \bar{Q} \Leftrightarrow \neg(P \supseteq Q) \\ P \supseteq Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \\ P \supseteq Q \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \end{cases}$$

图 1.3 常用的几个等价公式

## 1.2 疑难解惑

### 问题 1.2.1 命题与悖论有什么区别？

#### 【指点迷津】

命题是指能判别真假的陈述句，而悖论只是一种陈述句，但不能判别真假。

例如，下面两句话：

我是中国人。

我在说谎。

第一句话是一个命题，就作者而言，“我”讲这句话，而我确实是中国人，这个陈述句有确定的真值为“真”，它是一个真命题。而第二句话是陈述句，但不是命题。这是为什么呢？如果我们假设它也是命题，则应该有固定的真值，不是“真”就是“假”。若其值为“真”，则我确实是在说谎，我讲的是真话，与本句含义“我在说谎”矛盾，不成立；若其值为“假”，则我应该不在说谎，我讲的是真话，根据其含义，“我在说谎”是真的，矛盾，故也不成立。因而这个陈述句没有确定的真值，它不是命题，是悖论。

### 问题 1.2.2 什么是可兼或？什么是不可兼或？

#### 【指点迷津】

在日常生活中会经常用到“或”这个关系词，有的时候它指的是可兼的或，有的时候是指不可兼的或。而命题逻辑中析取联结词 $\vee$ 表示的是“可兼或”。不可兼析取 $\bar{\vee}$ 表示的是“不可兼或”。“可兼或”中两命题可以同时为真，也可以只有一个为真；但不可兼析取中的“或”两者不能同时为真，必须有一个而且只能有一个为真。例如：

他可能是 100 米或 400 米赛跑的冠军。

今天晚上我在家看电视或去剧场看戏。

第一个命题中的“或”是可兼或，因为他既可以是 100 米赛跑的冠军，也可以是 400 米赛跑的冠军，因而原复合命题可选用联结词“析取 $\vee$ ”来表示。

而第二个命题中的“或”是不可兼或，因为在同一时间内“我在家看电视”和“我去剧场看戏”两者不能同时成立。而且对于原命题，“我在家看电视”和“我去剧场看戏”两者必须有一个为真，原命题才为真。因而必须选用联结词 $\bar{\vee}$ 来表示，具体表示略。

### 问题 1.2.3 双条件联结词与条件联结词之间有什么样的关系？





### 【指点迷津】

它们都是用来表示命题之间关系的联结词，双条件联结词用 $\Leftrightarrow$ 来表示，条件联结词用 $\rightarrow$ 来表示，它们的关系是：设 $A$ 和 $B$ 是两个命题公式，则 $A \Leftrightarrow B$ 的充要条件是 $A \rightarrow B$ 且 $B \rightarrow A$ 。

问题 1.2.4 等价公式与双条件式之间是什么样的关系？

### 【指点迷津】

等价公式和双条件式是两个截然不同的概念。等价公式是指两个命题公式之间的关系，两个命题公式 $A$ 和 $B$ 等价即 $A \Leftrightarrow B$ 是指对于它们的任意一组真值指派， $A$ 和 $B$ 的真值都相同，表现在真值表上，它们的真值表是一样的；而双条件式 $\Leftrightarrow$ 是一种联结词，它将两个命题公式联结起来，如命题公式 $A$ 和命题公式 $B$ 用双条件联结词联结以后形成了一个新的命题公式 $A \Leftrightarrow B$ 。

但是它们之间还是有一定的联系：当 $A$ 、 $B$ 为两个命题公式时， $A \Leftrightarrow B$ 的充要条件是 $A \Leftrightarrow B$ 为一个重言式。

问题 1.2.5 等价公式与蕴含式之间是什么样的关系？

### 【指点迷津】

等价公式与蕴含式(有的资料也称蕴涵式，两者含义一致，蕴涵式通常简称为蕴含式)表示的都是两个命题公式之间的关系，命题公式 $A$ 和 $B$ 等价即 $A \Leftrightarrow B$ ，与蕴含式 $A \Rightarrow B$ 的关系是 $A \Leftrightarrow B$ 的充要条件是 $A \Rightarrow B$ 且 $B \Rightarrow A$ 。

问题 1.2.6 命题逻辑中为什么要引进四个其他联结词？

### 【指点迷津】

为了使命题之间关系表示更直接、更明了，补充定义了4个联结词： $\bar{\vee}$ ， $\overset{c}{\rightarrow}$ ， $\uparrow$ ， $\downarrow$ ，但是它们不是独立存在的，即它们都可以用仅含有五个基本联结词中的某些联结词的命题公式来等价地表示：

$$\begin{aligned} P\bar{\vee}Q &\Leftrightarrow \neg(P \Leftrightarrow Q), & P\overset{c}{\rightarrow}Q &\Leftrightarrow \neg(P \rightarrow Q), \\ P\uparrow Q &\Leftrightarrow \neg(P \wedge Q), & P\downarrow Q &\Leftrightarrow \neg(P \vee Q). \end{aligned}$$

问题 1.2.7 什么是最小联结词组？

### 【指点迷津】

一个最小联结词组是一个集合：由一个或若干个联结词构成的一个集合，使得对任何命题公式都可以用这个集合中的某些联结词来等价地表示，而且删除这个集合中的任何一个联结词，就不能将所有命题公式表达出来。例如我们所介绍的5个基本联结词中集合 $\{\neg, \wedge\}$ 可以构成一个最小联结词组。有时，我们也将最小联结词组称为功能完备的联结词组。



问题 1.2.8 如何求一个命题公式的主析取范式与主合取范式?

**【指点迷津】**

求一个命题公式的主范式通常有两种方法：一种是利用真值表法，列出这个命题公式的所有真值取法。在求主析取范式时是将所有取值为真的可能列出来，然后取析取。对应每一个取值为真的行，写出小项，用联结词 $\vee$ 联结。而主合取范式正好相反，先找出所有取值为假的行，写出其对应大项，然后用联结词 $\wedge$ 联结。另一种求主范式的方法是利用等价公式进行等价变换，有目的地变换成析取的形式或合取的形式，最后利用分配律变成小项之析取或大项之合取。

问题 1.2.9 大项与小项之间、主合取范式与主析取范式之间有什么样的关系?

**【指点迷津】**

大项用  $M$  表示，小项用  $m$  表示，对应同一下标编码的大项与小项，两者有密切的联系。这是因为由德·摩根定律  $\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$ ,  $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$ ，因而对于同一编码有： $\neg m_i \Leftrightarrow M_i$ ,  $\neg M_i \Leftrightarrow m_i$ 。

设命题公式  $A$  的主析取范式是  $m_{i_1} \vee m_{i_2} \vee \cdots \vee m_{i_k} = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_k}$ ，故  $\neg A = \neg(m_{i_1} \vee m_{i_2} \vee \cdots \vee m_{i_k}) = \neg m_{i_1} \wedge \neg m_{i_2} \wedge \cdots \wedge \neg m_{i_k} = M_{i_1} \wedge M_{i_2} \wedge \cdots \wedge M_{i_k}$ ，这是  $\neg A$  的主合取范式。由于公式  $A$  与  $\neg A$  对于相同的任一种指派，取值正好相反。因而对应于这些行， $\neg A$  取值应为假，故  $A$  取值为真，因而对公式  $A$  而言，对于剩下的不包括这些行所对应的真值指派，其值应为假，将它们取合取即是  $A$  的主合取范式，即  $A = M_{j_1} \wedge M_{j_2} \wedge \cdots \wedge M_{j_{2^n-k}}$ ，其中  $j_1, j_2, \dots, j_{2^n-k}$  是  $0, 1, 2, \dots, 2^n - 1$  中去除  $i_1, i_2, \dots, i_k$  所剩下的那些整数。

问题 1.2.10 代入规则和置换规则是同一回事吗?

**【指点迷津】**

代入规则和置换规则不是同一回事。

代入规则是指对重言式而言，将其中的任一命题变元出现的每一处均用任一命题公式进行替换，则得到的公式仍是重言式。这是仅对重言式才有的特殊性质，而对其他公式未必成立。如：对重言式  $P \vee \neg P$ ，将其中的  $P$  用任一命题公式进行替换，如用  $P \wedge Q$  进行替换，得到公式  $(P \wedge Q) \vee \neg(P \wedge Q)$ ，这仍是一重言式。

置换规则是对任一命题公式与其子公式而言，用等价的公式替换子公式，所得公式与原公式等价，即设  $C$  是公式  $A$  的子公式， $C \Leftrightarrow D$ ，若用  $D$  置换(可以只置换其中出现的一个或所有的) $C$ ，得到的公式  $B$  与原公式  $A$  等价，即  $A \Leftrightarrow B$ 。如：公式  $(P \rightarrow Q) \wedge P$ ，其中  $P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$ ，则可用  $\neg P \vee Q$  进行置换，得到的公式  $(\neg P \vee Q) \wedge P$  与原公式等价。

问题 1.2.11 含有  $n$  个命题变元的不等价的命题公式共有多少个?





### 【指点迷津】

含有  $n$  个命题变元的不等价的命题公式共有  $2^{2^n}$  个，这是因为对于含有  $n$  个命题变元的命题公式，由于每个命题变元有真、假两种取法，因而真值表共有  $2^n$  行，而对应这  $2^n$  种真值指派，每一行均可取真 T 或假 F，故共有  $2^{2^n}$  种不同的取值。但由命题公式的等价定义，两个命题公式的真值表对于所有的指派只要有一次取值不同，那么这两个命题公式就是不等价的，因而所有不等价的命题公式共有  $2^{2^n}$  个。

## 1.3 典型例题与考研题分析

### 1.3.1 典型例题分析

例1 符号化下列命题：

- (1) 你不能既吃饭又看电视。
- (2) 或者你没有给我写信，或者信在途中丢失了。
- (3) 仅当今天不下雨我将去超市买饮料。

【分析】

这三个命题主要考查读者对命题联结词的掌握情况。要将命题符号化，即翻译成命题公式，一般分为三步：首先找出命题中包含的所有原子命题，然后分析这些原子命题之间的关系，即在命题逻辑中将采用什么样的联结词来表示，最后符号化，写出命题公式。命题(1)是说两个事件：你吃饭和你看电视不能同时成立，即原命题是指这两个事件同时成立的否定，表示为合取之否定。命题(2)用的是“或者”这样这一个关系词，两个事件：“你没有给我写信”和“信在途中丢失了”之间有一定的联系。只有当你给我写信后信才可能在途中丢失。那么这个“或者”应用什么样的联结词来表示才正确呢？是可兼或还是不可兼或呢？应当是不可兼或。因为第二个事件成立的前提是第一个事件不成立，即两个事件不能同时成立，但必须有一个成立。命题(3)考查的“仅当”这样一个关系词。在数学中我们常常会遇到证明一个充要条件的问题：设  $A$  是一个结论， $B$  是一个条件，则  $A$  成立当且仅当  $B$  成立。这里的“当”是指当条件  $B$  成立的时候，应有结论  $A$  成立，这是证明充分性；那么“仅当”则是说当结论  $A$  成立时一定有对应的条件  $B$  成立，这是证明必要性。将此应用到题(3)中，该命题表示就很简单了，是说“今天不下雨”是“我去超市买饮料”的必要条件，即如果“我去超市买饮料”那么一定有“今天不下雨”，是一个条件式。但是，“今天天不下雨”那么“我去超市买饮料”成立与否则是未知的。

【解答】

- (1) 设  $P$ ：你吃饭。 $Q$ ：你看电视。  
则原命题符号化为： $\neg(P \wedge Q)$  或  $\neg P \vee \neg Q$ 。
- (2) 设  $P$ ：你没有给我写信。 $Q$ ：信在途中丢失了。  
则原命题符号化为： $P \vee Q$ 。
- (3) 设  $P$ ：今天不下雨。 $Q$ ：我去超市买饮料。





则原命题符号化为： $Q \rightarrow P$ 。

**【举一反三】**

今后在进行命题公式的翻译时，遇到类似的问题就容易多了。只要特别注意原子命题的内在关系，在使用联结词“或”时要分析是“可兼或”还是“不可兼或”；使用条件式时要注意看清哪个是前件，哪个是后件。例如我们前面引用的命题“今天晚上我在家看电视或去剧场看戏”用“不可兼或”表示就很显而易见了。当然在命题公式的翻译时我们还可以使用列真值表的方法，列出所有真值取法，看其得出的真值表与哪个联结词表示的公式等价。另外，一旦命题公式写出后，我们还可以根据写出的公式将之翻译成日常生活中的命题，看它与原命题的含义是否一致来帮助我们判断所写的公式是否正确。

**例 2** 求下列命题公式的真值表：

(1)  $P \rightarrow (Q \vee R)$

(2)  $(\neg P \wedge Q) \vee (Q \rightarrow R)$

(3)  $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$

**【分析】**

本题考查读者对真值表这一基本概念的理解，对于任一命题公式，能正确、熟练地列出其真值表是一基本要求。列真值表可按如下方法进行：先找出其所有原子变元，指定一个固定的次序，对于每个变元的真值取法按“先取真后取假”进行组合，排出其所有可能的取值，组成一个表，最后对于表中每一行指派确定其真值，这样就得出该公式的真值表。

**【解答】**

(1)的真值表如表 1.1 所列。

表 1.1 公式(1)的真值表

$P$	$Q$	$R$	$Q \vee R$	$P \rightarrow (Q \vee R)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	F	T

(2)的真值表如表 1.2 所列。

表 1.2 公式(2)的真值表

$P$	$Q$	$R$	$\neg P \wedge Q$	$Q \rightarrow R$	$(\neg P \wedge Q) \vee (Q \rightarrow R)$
T	T	T	F	T	T
T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T