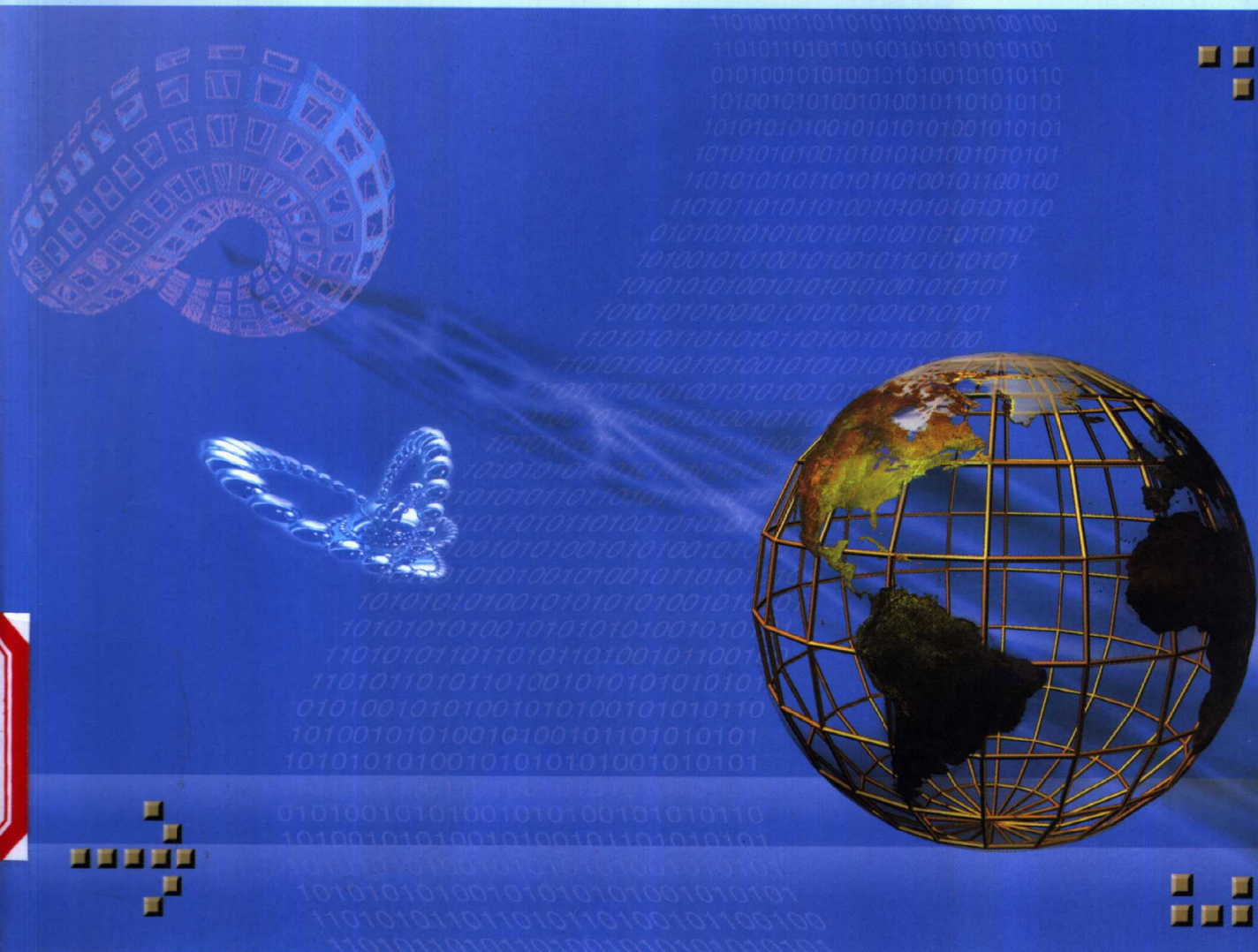


Mathematica基础 及数学软件

阳明盛 林建华◎编著



大连理工大学出版社

Mathematica 基础 及数学软件

阳明盛 林建华 编著

大连理工大学出版社

© 阳明盛,林建华 2003

图书在版编目(CIP)数据

Mathematica 基础及数学软件 / 阳明盛,林建华编著. —大连:大连理工大学出版社,2003.8

ISBN 7-5611-2369-8

I. M… II. ①阳… ②林… III. 数学—应用软件, Mathematica IV. O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 027117 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市凌水河 邮政编码:116024

电话:0411-4708842 传真:0411-4701466 邮购:0411-4707961

E-mail: dulp@mail.dlptt.ln.cn URL: http://www.dulp.cn

大连业发印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:10.25 字数:234 千字

印数:1~3 000

2003 年 8 月第 1 版

2003 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:吴孝东

责任校对:吕可波

封面设计:宋 蕾

定 价:16.00 元

前言

Mathematica 是当今世界上最优秀的数学软件之一,由于它所具有的内容丰富、功能强大、界面友好、使用简单方便等突出优点,因而在世界范围内受到广泛好评。

Mathematica 所能处理的内容十分丰富,几乎涵盖了应用数学各主要分支,特别是加强了理工科大学数学大纲中所规定的那些部份。不仅可以满足理工科院校师生在数学教学上的需要,同时也能满足科技工作者求解一般数学问题的要求,现在用户范围还在不断扩大,甚至深入到银行、金融、政府、企业等部门。

Mathematica 的功能主要有数值计算、符号运算、图形处理以及程序设计四大方面。其中符号运算的功能十分突出,是其他计算机高级语言所无法比拟的。有的高级语言(例如 Matlab)虽也具有符号运算能力,但都不及 Mathematica 的强劲和完善。因此 Mathematica 特别受科技部门与高等院校的重视。

Mathematica 更是一个高度集成化的计算机系统,它能够将上述诸方面的功能方便灵活地融合在一起,使之成为一个有机整体。用户可以根据自己的需要,一会儿进行数值计算,一会儿进行符号运算,一会儿又可转去处理图形,可以将这些操作方便灵活地放在同一工作窗口中进行,而不必为转换工作状态所麻烦,这是一般数学软件难于办到的。

利用 Mathematica 软件求解数学问题的使用方法和过程十分简单,就像在使用一台高级计算器进行计算一样,所有的计算过程已全部由系统设计并处理好,用户不必过问,只须知道它的数学原理,到时调用一下相应的求解函数就可以了。至于输入输出格式也全部由系统考虑好,不必像其他高级语言那样为输入输出格式所困扰。

由于 Mathematica 的上述优点,无论将它作为教学用的辅助工具,还是作为求解中小型实际课题用的计算工具,都将是十分理想

的,人们一旦与它接触,都将爱不释手。然而由于种种原因,目前它在我国尚未广泛流传,有的地方尚不为人所知。其中很重要的一个原因是目前所能见到的中文资料甚少,比较理想的入门教材更少。有鉴于此,本书作者在认真研究已有材料的基础上,经过一段时间的努力,终于编出了本书,并将它呈现在读者面前,希望它能起到“入门教材”与“计算工具”的双重作用。而最终要达到的目的有二:一是帮助读者能够充分地、正确地使用好系统中已有的各种数学软件;二是帮助读者了解若干 Mathematica 编程知识,初步学会编制一些简单的程序。但重点还是放在前者,首先是使用好系统中已有的数学软件。

基于上述考虑,作者在内容选择上的指导思想是“挑基本的”,“选主要的”。有些内容虽然也很美妙,但因按“入门教材”要求相对次要,最终只好割爱。例如第 2 章图形绘制中的条形图、扇形图、动画、声音等的删掉就是这样。

在内容的组织安排上,既然是数学软件,自当突出数学内容的系统性与连贯性,注意它们之间的逻辑关系,并注意使它们之间相对独立,便于用户阅读与使用。同时还要考虑到 Mathematica 系统符号运算功能突出这一特点,因此将符号运算单设一章,总的安排大致如下:

第 1 章,简介与基本量,介绍 Mathematica 的概况与基本量,为后面各章做好准备。

第 2 章,图形绘制,介绍曲线与曲面的绘制方法,将它靠前安排,主要是为了让后面各章能尽早见到图形,以加强相应问题的直观性。

第 3 章,符号运算,介绍各种数学问题如何进行符号运算,这是 Mathematica 系统最具特色的部份,因此将它单独列为一章。

第 4、5、6、7 章为数值计算,包括导数、积分、方程、优化、线性代数、插值与拟合、概率论与数理统计等问题的数值求解。由于包含的内容较多,篇幅较长,因此将它们分别放在 4、5、6、7 章中介绍,在使用时,每一章也都是相对独立的。

第 8 章,定义函数与变换规则,第 9 章,程序与编程,介绍在 Mathematica 系统中如何进行编程,帮助读者掌握一些编程的基本知识,需要时能够自编一些简单的程序。

为了能够正确使用好系统中的各个数学软件,了解一些相应的数学原理是十分必需的。比如求解的数学问题的方法大致有哪些,系统中选用了哪些方法,你所选用求解方法的使用范围,前提条件是什么等。只有这样才能做到心中有数,减少盲目性,而这也正是一般读者感到困难的地方。因此本书在内容的叙述上特别注意了补充一些这方面的知识,尽可能地帮助读者减少一些困难。但补充只能是简要的,不可能占用过多的篇幅。

读者在使用本书时不必循序渐进地按书中的系统和章节进行,可以在了解一下必要的准备知识后,根据需要选读,用到什么读什么。如果对介绍的道理

一时弄不明白,可以多看例子,把重点放在对例子的模仿套用上。书中配置的例子较多,而且从易到难,首先学会求出正确的结果,有时间和机会再去进一步深究。

本书第7章概率论与数理统计由林建华教授编写,其余各章以及前言、附录等由阳明盛教授编写,全书由阳明盛统稿。

由于 Mathematica 涉及的数学内容与计算机知识十分广泛,要想将这类书籍编写得比较理想实属不易,书中存在的问题必定不少,欢迎用户在使用中随时给以批评指正,以使此书再版时得以不断改进和完善。联系地址可发邮件至 dgfsxx@dlut.edu.cn。

本书在编写过程中曾得到我校钱令希教授(中科院院士)、程耿东校长(中科院院士)多方面关心和指教。大连市科技局曲晓飞、姜运政同志给予了热情的支持。我校研究生院有关领导和同志提供了必要的帮助,还有李毅和倪长辉同学,他们为整理本书书稿,输入微机做了不少工作。值本书出版之际,特向他们表示衷心感谢。

编 者

2003年2月于大连

目 录

第 1 章 Mathematica 简介与基本量	1
1.1 Mathematica 系统简单操作.....	1
1.1.1 进入系统.....	1
1.1.2 退出系统.....	2
1.1.3 在窗口中操作.....	2
1.1.4 建立文件与保存文件.....	3
1.1.5 获取帮助.....	3
1.2 数.....	5
1.2.1 数的表示和计算.....	5
1.2.2 数的转换.....	7
1.2.3 数的输出形式.....	7
1.3 变量.....	8
1.3.1 标识符.....	8
1.3.2 变量命名.....	8
1.3.3 变量赋值.....	8
1.3.4 变量替换.....	9
1.4 表.....	9
1.4.1 表的描述.....	9
1.4.2 建表函数.....	10
1.4.3 表的分量.....	11
1.4.4 表的运算.....	12
1.5 函数.....	13
1.5.1 基本初等函数与初等函数.....	14
1.5.2 非初等函数与特殊函数.....	14
1.5.3 系统操作函数与运算函数.....	15
1.5.4 函数名的书写规则.....	15
1.5.5 表达式的初步描述.....	16
习题一.....	16
第 2 章 图形绘制	19
2.1 曲线与曲面表示法.....	19
2.1.1 平面曲线表示法.....	19
2.1.2 空间曲线表示法.....	20
2.1.3 曲面表示法.....	20
2.2 平面曲线的绘制法.....	20

2.2.1 显式	20
2.2.2 参数式	21
2.2.3 隐式	22
2.2.4 极坐标式	23
2.2.5 数据形式	23
2.3 平面图形的可选项	24
2.3.1 可选项列表	24
2.3.2 可选项举例	25
2.3.3 平面图形的重现与组合	28
2.4 空间曲线的绘制法	30
2.5 曲面的绘制法	31
2.5.1 显式	31
2.5.2 参数式	32
2.5.3 数据形式	33
2.5.4 空间图形的可选项	35
2.5.5 空间图形的重现与组合	37
2.5.6 二曲面相交与空间图形在坐标面上的投影	38
2.5.7 等高线及密度图	40
习题二	42
第3章 符号运算	44
3.1 表达式的变换	44
3.2 函数的极限	46
3.3 导函数与偏导数	47
3.3.1 求导函数	47
3.3.2 求偏导数	48
3.4 不定积分与定积分	48
3.4.1 不定积分	48
3.4.2 定积分	49
3.5 将函数展开为幂级数	49
3.6 求和与求积	50
3.7 方程求根	51
3.8 常微分方程求解	52
3.9 偏微分方程求解	54
习题三	56
第4章 导数、积分、方程、优化等的数值计算	59
4.1 函数值与导数值的计算	59
4.1.1 函数值的计算	59
4.1.2 导数值的计算	60
4.2 定积分与重积分的数值计算	61
4.2.1 定积分的数值计算	61
4.2.2 重积分的数值计算	62
4.3 方程的近似根	63
4.4 常微分方程数值解	65
4.5 偏微分方程数值解	67

4.6 数学规划求解	69
4.6.1 线性规划	69
4.6.2 无约束非线性规划	72
习题四	74
第5章 线性代数的数值计算	77
5.1 矩阵	77
5.1.1 矩阵的生成	77
5.1.2 矩阵的取块	79
5.1.3 矩阵的运算	79
5.2 特征值和特征向量	81
5.3 矩阵分解与广义逆阵	83
5.4 线性方程组求解	86
习题五	90
第6章 插值与拟合	92
6.1 一元插值	92
6.1.1 数据的给出方式	92
6.1.2 整区间上的插值	92
6.1.3 分区间上的插值	93
6.2 二元插值	95
6.3 一元拟合	96
6.4 二元拟合	98
习题六	99
第7章 概率和数理统计	103
7.1 随机变量分布的计算	103
7.1.1 离散型随机变量的分布	103
7.1.2 连续型随机变量的分布	105
7.2 随机变量的数字特征	106
7.3 数据资料的统计与分析	107
7.4 参数估计	110
7.4.1 参数的点估计	110
7.4.2 单正态总体均值的区间估计	110
7.4.3 单正态总体方差的区间估计	111
7.4.4 两个正态总体均值差的区间估计	112
7.4.5 两个正态总体方差比的区间估计	112
7.5 参数的假设检验	113
7.5.1 单正态总体均值的假设检验	113
7.5.2 单正态总体方差的假设检验	114
7.5.3 双正态总体均值差的假设检验	114
7.5.4 双正态总体方差之比的假设检验	115
7.6 回归分析	116
7.6.1 线性回归	116
7.6.2 非线性拟合和非线性回归	118
习题七	118
第8章 定义函数与变换规则	121

8.1 自定义函数	121
8.1.1 自定义一元函数	121
8.1.2 自定义多元函数	122
8.1.3 自定义函数的保存与重新调出	122
* 8.2 纯函数	123
8.2.1 纯函数的一般形式	123
8.2.2 纯函数的缩写形式	123
8.3 表达式求值与变换规则	124
8.3.1 表达式求值	124
8.3.2 变换规则	124
8.4 表达式的统一形式	125
8.4.1 表达式统一形式的结构	125
8.4.2 表达式形式的查看	126
8.4.3 表达式元素的操作	126
习题八	127
第9章 程序与编程	128
9.1 顺序语句	128
9.2 循环语句	128
9.2.1 For 语句	128
9.2.2 While 语句	129
9.2.3 Do 语句	130
9.3 条件语句	130
9.4 跳转语句	132
9.5 输入和输出	134
9.5.1 输入	134
9.5.2 输出	135
9.6 全局变量与局部变量	136
习题九	137
附录	139
附录1 常用符号与常数	139
附录2 常用数学函数	141
附录3 常用系统操作与运算函数	143
参考文献	153

第 1 章 Mathematica 简介与基本量

Mathematica 是美国 Wolfram 公司研制开发的著名数学软件系统,自 1987 年发布系统的 1.0 版本开始便迅速广为流传,后经不断改进和完善,1991 年与 1997 年又先后推出 2.0 版和 3.0 版,1999 年推出了为现在人们广泛使用的 4.0 版本。

4.0 版本需要在 Windows 9x 以上的环境中运行,一般占用 150MB 以上的硬盘空间。软件的安装与一般 Windows 应用程序安装方法相同。本书选用 4.0 版本来进行介绍。

1.1 Mathematica 系统简单操作

Mathematica 系统是在 Windows 环境下运行的,必须假定读者对 Windows 有一定的了解和掌握。

1.1.1 进入系统

想要进入 Mathematica 系统,只须双击 Windows 9x 桌面上的 Mathematica 图标,或者在“开始”菜单的“程序”中单击 Mathematica 4.0 选项,均可进入这个系统,随即在屏幕上显示一个如图 1-1 所示的工作窗口,并将这个窗口暂命名为 Untitled-1。

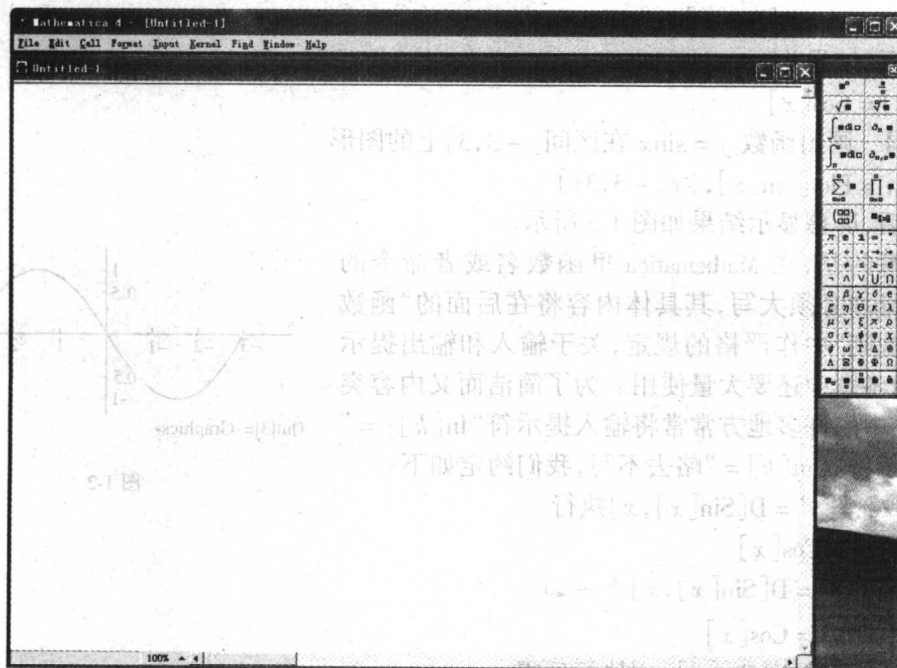


图 1-1 Mathematica 启动后的界面

1.1.2 退出系统

当软件使用完毕后,需要退出 Mathematica 系统时,只须单击工作窗口右上方的图标即可,或者在“File”菜单中选用“Exit”命令,或者按“Alt + F4”键均可退出系统,回到操作系统状态。

1.1.3 在窗口中操作

上述工作窗口是用户输入、输出、显示各种信息,以及运行各种程序的场地,用户的全部操作都将在这里进行,人们将这种类型的窗口称之为 Notebook。下面举几个简单例子来说明一下在工作窗口中怎样进行操作。

【例 1】 已知 $a = 2, b = 3.7$, 试求 $c = a + b$ 的值。

在 Untitled-1 工作窗口中直接键入

$a = 2; b = 3.7; c = a + b$

然后按执行键(执行键用“Shift + Enter”表示,简记为“↑ + ↵”),具体操作方法是先按住“Shift”键不放,接着按“Enter”键即可。上面三式经执行(有时称运行)后,立即显示结果如下:

Out[1] = 5.7

同时在 $a = 2; b = 3.7; c = a + b$ 的最左端显示“In[1]: =”记号,它是为系统提供的输入提示符,而“Out[1] =”是对应于“In[1]: =”的输出提示符,它们是在执行后,由系统自动显示的,用户不必输入。文中所谓“执行(或运行)”,如无特殊声明,即指按“↑ + ↵”键。以下不再说明。

【例 2】 已知函数 $y = \sin x$, 试求其一阶导函数 y' 。

在工作窗口中键入

In[2]: = $y' = D[\sin[x], x]$

执行后,结果为

Out[2] = $\cos[x]$

【例 3】 画出函数 $y = \sin x$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的图形。

In[3]: = $\text{Plot}[\sin[x], \{x, -3, 3\}]$

执行后,屏幕显示结果如图 1-2 所示。

要注意的是,在 Mathematica 里函数名或者命令的第一个字母均必须大写,其具体内容将在后面的“函数名的书写规则”中作严格的规定,关于输入和输出提示符,在后面各章中还要大量使用。为了简洁而又内容突出,在本书中的许多地方常常将输入提示符“In[k]: =”与输出提示符“Out[k] =”略去不写,我们约定如下:

将 In[2]: = $y' = D[\sin[x], x]$ 执行

Out[2] = $\cos[x]$

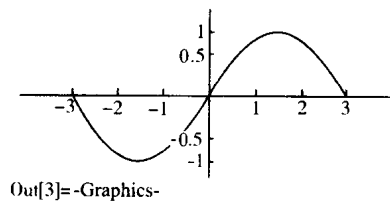
写成 $y' = D[\sin[x], x] \uparrow + \downarrow$

= $\cos[x]$

或者 $y' = D[\sin[x], x]$ 执行后得

= $\cos[x]$

或者 $y' = D[\sin[x], x] \rightarrow \cos[x]$



Out[3]= -Graphics-

图 1-2

从上面3个简单例子可以看到:

(1)在 Mathematica 系统中,用户进行信息输入、执行运算以及得到结果后输出,都将在同一工作窗口中进行,没有输入状态与运算状态的转换,整个过程比其他高级语言系统要简单明了许多;

(2)系统对于输入的量不要求事先有数据类型的说明(如例1中 $a=2$ 为整型, $b=3.7$ 为实型等),也不必对输出量预先设计格式,而是完全由参与运算的那些量的输入形式决定;

(3)在系统的同一工作窗口里不仅可以进行数值计算(如例1),也可以进行符号运算(如例2),还可作图形的处理(如例3),形式多样灵活,简单方便。

1.1.4 建立文件与保存文件

在工作窗口做好的某些内容,如果想要保留,以供今后多次使用,通常地是建立一个文件,将做好的内容保存在文件中。

1.建立与保存文件

比如例3,画出函数 $y = \sin x$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的图形,步骤如下。

(1)双击桌面目录中 Mathematica 快捷方式,然后在屏幕显示工作窗口中输入

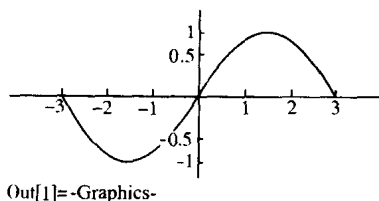
`In[1]: = Plot[Sin[x], {x, -3, 3}]`

运行后屏幕显示,结果如图1-3所示。

如果我们希望将上面的输入(文字)与输出(图形)保存在某一文件中,并将这个文件取名为 C1.nb。

(2)单击 File/Save As..., 在文件名 N 一栏内键入 C1.nb, 然后左击保存 S。

这样我们便得到了一个名为 C1.nb 的 Mathematica 文件,其中保存有上述的输入文字与输出图形。



Out[1]= -Graphics-

图 1-3

2.调出文件

左击 File/左击 Open/左击打开栏内的 C1.nb/左击打开 O, 在屏幕上便可看到重新调出的 C1.nb 文件中的文字与图形了。

1.1.5 获取帮助

1.? 和 ?? 命令

利用?或??命令可向系统查询运算符、函数和命令的定义及用法,它们的格式是

? name 显示有关 name 的信息

?? name 显示有关 name 的详细信息

? Abc * 显示以字母 Abc 为开头对象的信息

例如,向系统查询符号函数 Sign 的定义

? Sign

执行后,屏幕显示

Sign[x] gives -1, 0 or 1 depending on Whether x is negative, zero or positive.

向系统查询画图函数 Plot 的用法

? Plot

执行后,屏幕显示

Plot[f, {x, xmin, xmax}] generates a Plot of f a function of x from xmin to xmax. Plot[{f₁,

$f_2, \dots\}, \{x, x_{\min}, x_{\max}\}]$ Plots several functions f_i .

向系统查询以 Arc 为开头的函数

? Arc *

执行后, 屏幕显示

ArcCos ArcCot ArcCsc ArcSec ArcSin ArcTan ArcTanh ArcCosh ArcCoth ArcCsch
ArcSech ArcSinh

2. Help 菜单

单击 Help 菜单中的 Mathematica Book 命令, 或者按 Shift + F1 键, 均可调出如图 1-4 所示的帮助界面。如果了解 Plot 函数的用法以及系统中给出的有关用法的例子, 可在图 1-4 中 Go To 栏键入 Plot, 然后敲回车键, 系统随即显示有关 Plot 函数的定义、例题及其相关联的内容, 如图 1-5 所示。

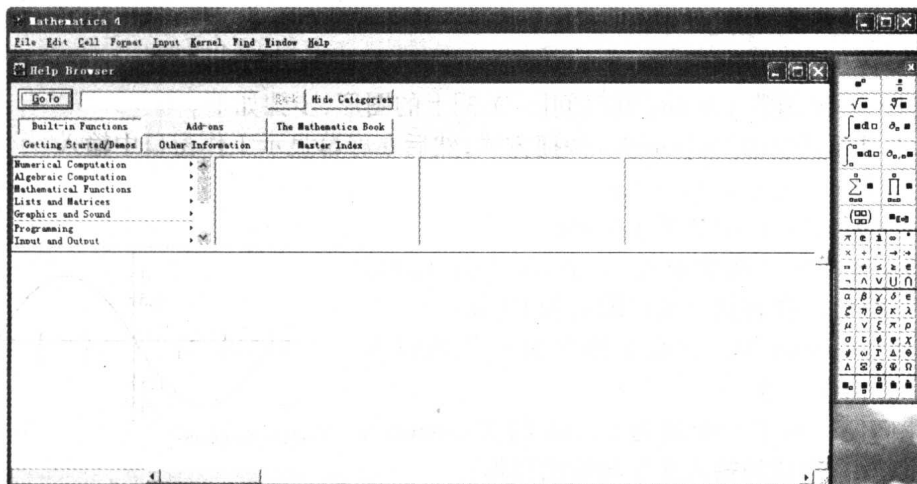


图 1-4 帮助界面

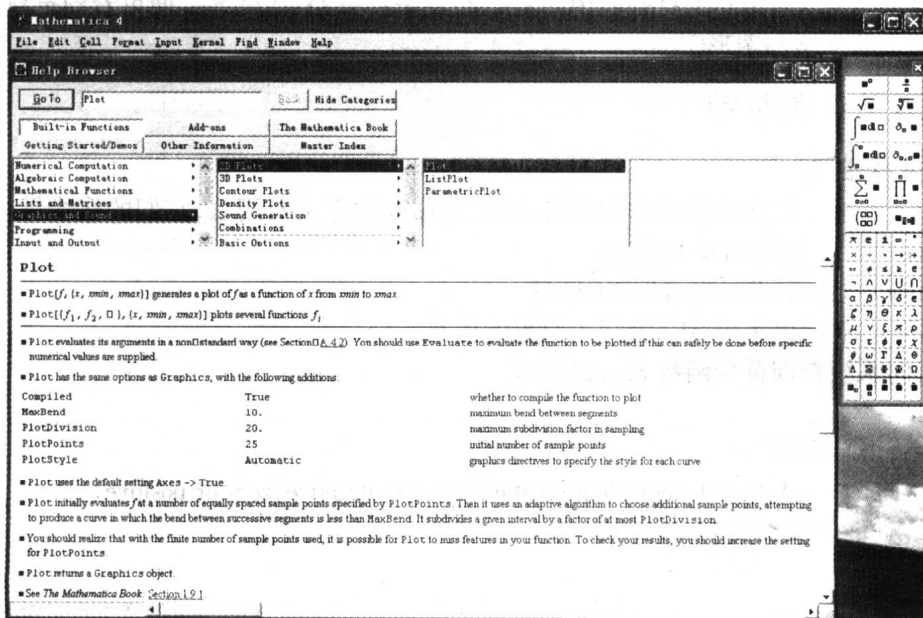


图 1-5 Plot 函数的用法及有关说明

1.2 数

在 Mathematica 里将数大致分为两类,一类是基本常数,包括整数、有理数、实数和复数;另一类是系统的内部常数,包括数学、物理中常见的某些常数。这些数的概念同数学中的概念完全一样,它们的表示方法同数学中的也基本一致。但要指出的是,如果计算机字长允许的话,在 Mathematica 系统里,这些数可以具有任意的长度和精确值。

在这些数之间常常需要进行加、减、乘、除以及乘方等算术运算,这些算术运算的运算符在 Mathematica 里分别用 $+$ 、 $-$ 、 $*$ 、 $/$ 、 $^$ 等来表示。它们同数学中的符号也基本一致。

1.2.1 数的表示和计算

1. 整数

在 Mathematica 系统里,整数由一串连续的数字组成,数字之间不允许有空格或其他字符。在系统里可以对任意大的整数进行计算,系统将保持输入的和计算后输出的整数永远是精确的,不会将大的整数转化为浮点数形式。例如

```
In[1]: = 3^20
```

```
Out[1] = 3 486 784 401
```

```
In[2]: = 9^15
```

```
Out[2] = 205 891 132 094 649
```

```
In[3]: = 3^20 + 9^15
```

```
Out[3] = 205 894 618 879 050
```

有几点需要说明如下:

(1)乘法符号“ $*$ ”可以用空格代替,例如 $a * b$ 可写成 $a b$,但不能省略写成 ab ;

(2)算术运算的优先顺序同数学中的优先顺序完全一致,即先乘方,再乘除,最后是加减,但可以用括号改变其优先顺序;

(3)同级运算的顺序也同数学中的一样,即依顺序从左到右进行。例如 $3 - 2 + 1$ 表示 $(3 - 2) + 1$, $9/3 * 2$ 表示 $(9/3) * 2$,而不是 $9/(3 * 2)$ 。要注意的是乘方运算结合顺序是从右向左进行,例如 4^3^2 表示 $4^{(3^2)}$,即 $4^{(3 * 3)}$,而不是 $(4^3)^2$,即 $(4^3) * (4^3)$,这也同数学中的结合顺序一致;

(4)负号用减号表示,直接写在数的前面即可,这也同数学习惯完全一样;

(5)如果参加运算的整数都是精确数,那么运算的结果也一定是精确数,Mathematica 系统决不轻易丢失信息。

2. 有理数

与数学中的有理数一样,在 Mathematica 系统里任何有理数都可用两个整数的商来表示。例如

```
In[4]: = 6/21
```

```
Out[4] =  $\frac{2}{7}$ 
```

```
In[5]: = 355/113
```

$$\text{Out}[5] = \frac{355}{113}$$

在 Mathematica 系统里,对有理数将自动化简,约去分子与分母中的公因数,而且最后结果也一定是精确的。

3. 实数(浮点数)

数学中的实数在 Mathematica 里用浮点数表示。浮点数是指含有一个小数点的数字串,它至少包含着一位有效数字,数字串的长度可以任意。因此用浮点数来表示实数可以具有任意的精度。然而在书写时,数字串的长度总是有限位的,这样就有必要引入实数在不同精度要求下的近似记法。在 Mathematica 里用符号 $N[x, n]$ 来表示实数 x 具有 n 位精度的近似值,当 $n \leq 16$ 时只取 6 位有效数字,当 $n \geq 17$ 时则取 n 位有效数字。例如

$$\text{In}[6]:=1/7$$

$$\text{Out}[6] = \frac{1}{7} \quad (* \text{ 1/7 的精确值 } *)$$

$$\text{In}[7]:=N[1/7, 16]$$

$$\text{Out}[7] = 0.142857 \quad (* \text{ 1/7 的 16 位内的近似值 } *)$$

$$\text{In}[8]:=N[1/7, 17]$$

$$\text{Out}[8] = 0.14285714285714286 \quad (* \text{ 1/7 具有 17 位精度的近似值 } *)$$

$$\text{In}[9]:=\text{Pi}$$

$$\text{Out}[9] = \text{Pi} \quad (* \text{ } \pi \text{ 的精确值 } *)$$

$$\text{In}[10]:=N[\text{Pi}, 20]$$

$$\text{Out}[10] = 3.1415926535897932385 \quad (* \text{ } \pi \text{ 具有 20 位精度的近似值 } *)$$

需要再次强调指出的是:当整数、有理数、实数进行混合运算时,如果参加运算的数都是精确的,那么在 Mathematica 系统下运行的结果也一定是精确数,决不轻易丢失信息。如果其中有一些是近似数,那么运算的结果也只能是近似数,但保持尽可能高的精度,仍然不轻易丢失信息。

注: $(* \cdots *)$ 为 Mathematica 系统的注释符号,两个 $*$ 号之间为注释内容,注释部分可以放在程序的任何位置。

4. 复数

同数学中的复数表示法一样,在 Mathematica 里的每一个复数也表示为 $z = x + Iy$, 其中 x 与 y 为实数, I 为虚数单位,即 $I = \sqrt{-1}$, 在数学里习惯将 I 写为 i , 复数和复数以及复数和实数的运算规则与数学中的规则一样。

5. 数学常数

最常见的数学常数有:

Pi	圆周率 π , $\pi = 3.14159\cdots$
E	自然对数的底 e , $e = 2.71828\cdots$
Degree	角度 1 度, $1 \text{ 度} = \pi/180$
I	虚数单位 i , $i = \sqrt{-1}$
Infinity	无穷大, 即 ∞
Indeterminate	不定值, 即 $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

此外,还有欧拉常数、黄金分割常数、光速常数、万有引力常数等数学、物理中常见的常数,对这类常数,Mathematica 将它们设置为系统的内部常数,用到时,可以利用 Help 命令到系统中查询。

1.2.2 数的转换

在有些情况下常需要将数的不同类型进行转换。例如,将有理数转换为实数,将精确数转换为近似数等。前面在实数举例中用到的符号 $N[]$ 就是这种转换函数之一。下面列出的是最常用的两个转换函数:

$N[x]$	将 x 转换为实数形式
$N[x, n]$	将 x 转换为最多具有 n 个数字精度的近似实数
$Rationalize[x]$	给出 x 的近似有理数
$Rationalize[x, dx]$	给出误差在 dx 内 x 的近似有理数

【例 1】 $In[1] := N[1/3]$
 $Out[1] = 0.333\ 333$
 $In[2] := N[1/3, 20]$
 $Out[2] = 0.333\ 333\ 333\ 333\ 333\ 333\ 33$
 $In[3] := Rationalize[\%]$ (* % 表示上一次输出的结果,见注 *)
 $Out[3] = 1/3$
 $In[4] := Rationalize[N[Sqrt[2]]]$
 $Out[4] = 1.414\ 21$ (* 找不到精确地等于 $\sqrt{2}$ 的有理数,只能保存实数形式的 $\sqrt{2}$ *)
 $In[5] := Rationalize[N[Sqrt[2]], 10⁻⁷]$
 $Out[5] = \frac{3363}{2378}$

注:符号 % 的含义如下

%	表示上一次输出的结果
%%	表示倒数第 2 次输出的结果
%%...%(共 k 个)	表示倒数第 k 次输出的结果
% n	表示以 n 为序号的那一次输出 $Out[n]$ 的结果

1.2.3 数的输出形式

在 Mathematica 计算中,常用函数 $N[]$ 将符号运算的结果转换为数值结果,或将有理数的准确值转换为近似数。

如果参与 $In[k]$ 中计算的数都是准确值,则计算结果将按准确值的方式输出。

如果参与 $In[k]$ 中计算的数有近似数,则计算的结果必是近似数,系统将会根据数值类型与数值大小给出合理的输出形式。

如果你对输出形式有精度方面的特殊要求,则可利用下面科学记数形式进行输出。

$N[\text{表达式}]$	以实数形式输出表达式
$N[\text{表达式}, n]$	以 n 位精度的实数形式输出表达式