

2005



硕士研究生入学考试

“考试虫” 数学(四) 8套模拟试卷



主编：教育部考研数学资深命题专家

蔡燧林教授(1992~2000年命题)

胡金德教授(1989~1997年命题)

范培华教授(1987~2000年命题)

李恒沛教授(1987~2001年命题)

王式安教授(1987~2001年命题)

周概容教授(1987~2003年命题)

赠30元

网上超值服务

航空工业出版社

2005 硕士研究生入学考试

“考试虫”数学(四)

8 套模拟试卷

主编：教育部考研数学资深命题专家
蔡燧林教授(1992~2000 年命题)
胡金德教授(1989~1997 年命题)
范培华教授(1987~2000 年命题)
李恒沛教授(1987~2001 年命题)
王式安教授(1987~2001 年命题)
周概容教授(1987~2003 年命题)

航空工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

硕士研究生入学考试“考试虫”数学 8 套模拟试卷/
王式安等主编. —北京: 航空工业出版社, 2004. 8
ISBN 7-80183-423-2

I. 硕... II. 王... III. 高等数学—研究生—入学
考试—习题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 070805 号

硕士研究生入学考试“考试虫”数学 8 套模拟试卷

Shuoshi Yanjiusheng Ruxue Kaoshi “Kaoshi Chong” Shuxue 8 Tao Moni Shijuan

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里 14 号 100029)

发行电话: 010-82863351/2 010-82867079

010-64978486 010-84926529

北京富生印刷厂印刷

全国各地新华书店经售

2004 年 8 月第 1 版

2004 年 8 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 1/16

印张: 35.5 字数: 670 千字

印数: 1—8000

全四册定价: 48.00 元

本社图书如有缺页、倒页、脱页、残页等情况, 请与本社发行部联系负责调换。
对本书任何形式的侵权均由李文律师代理。电话: 13601002700.

前 言

本书特点：

1. 含金量高. 教育部考研数学试题的命制经过多年的风风雨雨形成了一套成熟的运作体系, 其命题人员、命题思路具有明显的延续性和稳定性, 从而确保了极强的科学性. 我们荣幸地邀请到教育部考试中心、考研数学资深命题人员: 蔡燧林教授 (1992~2000 年命题)、胡金德教授 (1989~1997 年命题)、范培华教授 (1987~2000 年命题)、李恒沛教授 (1987~2001 年命题)、王式安教授 (1987~2001 年命题)、周概容教授 (1987~2003 年命题), 每套试卷均由以上教授严格按照 2005 年考研大纲要求、精选材料、逐题推敲、优化设计而命制完成. 题型和题量与 2005 年考研试题完全一致, 并按考试大纲中的样题排版. 本书编者既是数学考试大纲的制定者, 又是多年的数学命题人, 对考研数学命题绝对有最深刻、最权威的把握. 可以断言, 由他们所编写的这 8 套试卷, 无论从深度、广度, 还是风格都与真题高度一致; 对考生而言, 这 8 套试卷的含金量是最高的.

2. 所有习题解答准确详尽. 鉴于有些同类辅导用书没有给出解题的正确详尽过程, 给考生使用带来不便, 本书对所有习题 (包括填空、选择) 都给出了清晰、翔实的解答. 本书通过试卷解析加强对考点的认识, 理清解题思路, 了解考试的最新动态和最新发展趋势, 让全国的考生共享名师的指点, 以节约最后复习阶段的宝贵时间, 帮助考生取得理想的成绩.

建议考生在使用本书时不要就题论题, 而是要通过对试题的比较、对试卷详尽解析和对复习方法的把握, 发现一些规律性的东西, 使这些宝贵资料为己所用, 从而迅速提高自身水平和应试能力, 轻松应对考试. 如果在使用本书时, 感觉基础欠佳, 可以参看由这些教授编写的《考研数学基础教程》一书.

考试虫

2004 年 8 月

目 录

数学(四)卷 1 试卷	(1)
数学(四)卷 2 试卷	(9)
数学(四)卷 3 试卷	(17)
数学(四)卷 4 试卷	(25)
数学(四)卷 5 试卷	(33)
数学(四)卷 6 试卷	(41)
数学(四)卷 7 试卷	(49)
数学(四)卷 8 试卷	(57)
数学(四)卷 1 参考答案与分析	(65)
数学(四)卷 2 参考答案与分析	(72)
数学(四)卷 3 参考答案与分析	(80)
数学(四)卷 4 参考答案与分析	(89)
数学(四)卷 5 参考答案与分析	(97)
数学(四)卷 6 参考答案与分析	(105)
数学(四)卷 7 参考答案与分析	(113)
数学(四)卷 8 参考答案与分析	(122)



数学(四) 卷 1

得分	评卷人

一、填空题(本题共 6 小题,每小题 4 分,满分 24 分.把答案填在题中横线上)

- (1) 曲线 $y = (4 + 5x)e^{-\frac{1}{x}}$ 的斜渐近线是_____.
- (2) $\iint_D \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \csc 2y dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$. 其中 D 由 y 轴, $y = \frac{\pi}{4}$, $y = \arctan x$ 围成.
- (3) 已知 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 存在, 且 $f(x) = x^2 + e^x \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (4) A 是四阶矩阵, 满足 $A^2 = 0$, 则 $r(A^*) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (5) $\xi_1, \xi_2, \xi_3, 2\xi_1 + a\xi_2 + 3\xi_3$ 都是方程组 $AX = b$ 的解向量, 则参数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (6) 设一本书各页的印刷错误个数 X 服从泊松分布律. 已知有一个和两个印刷错误的页数相同, 则随意抽查的 4 页中无印刷错误的概率 $P = \underline{\hspace{2cm}}$.

得分	评卷人

二、选择题(本题共 8 小题,每小题 4 分,满分 32 分.每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内)

- (7) 函数 $f(x) = x^2 \tan x e^{\cos x}$, $x \in (-\infty, +\infty)$ 是
 (A) 有界函数. (B) 单调函数.
 (C) 周期函数. (D) 奇函数.
【 】
- (8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{\pi} \arctan \frac{n}{n+1} \right)^n =$
 (A) $e^{-\frac{2}{\pi}}$. (B) $e^{-\frac{\pi}{2}}$. (C) $\frac{\pi}{2}$. (D) $\frac{2}{\pi}$.
【 】
- (9) 设函数 $f(x)$ 具有一阶连续导数, $F(x) = f(x)(\sqrt{x^2 + 2})$, 则 $f(0) = 0$ 是 $F(x)$ 在 $x = 0$ 处可导的.
 (A) 充分必要条件. (B) 充分但非必要条件.
 (C) 必要但非充分条件. (D) 既非充分又非必要条件.
【 】
- (10) 由曲线 $y = 2x - \frac{x^2}{3}$ 与直线 $y = b$ 以及 y 轴在第一象限围成图形的面积是仅由直线 $y = b$ 与



曲线 $y = 2x - \frac{x^2}{3}$ 所围面积的 $\frac{1}{2}$, 则 $b =$

- (A) 1. (B) 2. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $\frac{5}{3}$.

【 】

(11) 设 $f(x, y)$ 可微, $f(x, 3x) = x^4$ 已知 $f'_y(1, 3) = \frac{2}{3}$ 则 $f'_x(1, 3) =$

- (A) 1. (B) -1. (C) 2. (D) -2.

【 】

(12) 设 n 阶矩阵 A 有特征值 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$, 对应的特征向量分别是 ξ_1, ξ_2, k 是任意常数, 则

- (A) $k\xi_1$ 仍是 A 对应 $\lambda = 1$ 的特征向量.
(B) $\xi_1 + \xi_2$ 是 A 的对应 $\lambda = 0$ 的特征向量.
(C) $\xi_1 - \xi_2$ 是 A 的对应 $\lambda = 2$ 的特征向量.
(D) $\xi_1 + \xi_2$ 是 A^2 的对应 $\lambda = 1$ 的特征向量.

【 】

(13) 设任意随机变量 X 的分布函数定义为 $F(x) = P\{X \leq x\}$, 则下列函数可以做随机变量的分布函数的是

- (A) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{若 } x \leq 0, \\ 0.3, & \text{若 } 0 < x \leq 1, \\ 0.5, & \text{若 } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{若 } x > 2. \end{cases}$
- (B) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{若 } x < 0, \\ 0.3, & \text{若 } 0 \leq x < 2, \\ 0.2, & \text{若 } 2 \leq x < 3, \\ 1, & \text{若 } x \geq 3. \end{cases}$
- (C) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{若 } x < 1, \\ 0.50, & \text{若 } 1 \leq x < 2, \\ 0.25, & \text{若 } 2 \leq x < 3, \\ 1, & \text{若 } x \geq 3. \end{cases}$
- (D) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{若 } x < 0, \\ 0.1, & \text{若 } 0 \leq x < 5, \\ 0.4, & \text{若 } 5 \leq x < 6, \\ 1, & \text{若 } x \geq 6. \end{cases}$

【 】

(14) 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 的方差存在, 则

$$D(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = DX_1 + DX_2 + \dots + DX_n$$

的充分必要条件是 $X_1, X_2, \dots, X_n$

- (A) 相互独立. (B) 两两不相关但不独立.
(C) 两两独立. (D) 任何两个变量不相关.

【 】



三、解答题(本题共 9 小题,满分 94 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

得分	评卷人

(15)(本题满分 8 分)

计算积分 $\int_0^a \arctan \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} dx (a > 0)$.

得分	评卷人

(16)(本题满分 8 分)

过原点作曲线 $y = \ln x$ 的切线,切点记作 A.过 A 点作曲线 $y = \ln x$ 的法线.法线交 y 轴于点 B.求由法线,曲线 $y = \ln x$, x 轴及 y 轴围成的图形的面积.



得分	评卷人

(17)(本题满分 9 分)

某土地拥有者,拥有一块 100 亩的土地,该土地可平均分成 n 块出租给农户,若每块土地的大小为 x ,则每块土地要吸引农户来租种需满足关系: $\sqrt{x} - R = 1$.其中 R 是每块土地上收取的地租.问土地拥有者应将土地划分为几块出租才能使租金总额最大?此时每块土地的大小又为多少?

得分	评卷人

(18)(本题满分 9 分)

求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy - y^2}{x^2 - 4xy}$ 的通解.



得分	评卷人

(19)(本题满分 8 分)

设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, $(0, 1)$ 上可导, 且 $f(1) = 0$. 求证: 至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$ 使得 $\xi f'(\xi) + (a\xi + b)f(\xi) = 0$, 其中 a, b 为常数且 $b > 0$.

得分	评卷人

(20) (本题满分 13 分)

线性方程组
$$\begin{cases} (1+a)x_1 + x_2 + x_3 = 3a + a^2 \\ x_1 + (1+a)x_2 + x_3 = 3a^2 + a^3 \\ x_1 + x_2 + (1+a)x_3 = 3a^3 + a^4 \end{cases}$$
, 问 a 为何值时, 方程组有无穷多解, 有无穷多

解时, 求出其通解.



得分	评卷人

(21) (本题满分 13 分)

已知 A 是三阶矩阵, A 的每行元素之和为 5, 方程组 $AX = 0$ 有通解 $k_1[2, -1, 3]^T + k_2[1, 3, 4]^T$, 其中 k_1, k_2 是任意常数, 设 $\beta = [4, 3, -3]^T$, 计算 $A\beta$.

得分	评卷人

(22) (本题满分 13 分)

假设随机变量 X 的绝对值不大于 1, $P\{X = -1\} = 1/8$, $P\{X = 1\} = 1/4$; 在 $\{-1 < X < 1\}$ 出现的条件下, X 在任意区间 $(a, b) \subset (-1, 1)$ 内取值的概率与 $b - a$ 成正比.

(I) 求 X 的分布函数.

(II) 问 X 是离散型还是连续型随机变量?



得分	评卷人

(23) (本题满分 13 分)

对于任意二随机事件 A 和 B , 设随机变量

$$X = \begin{cases} 1, & \text{若 } A \text{ 出现,} \\ -1, & \text{若 } A \text{ 不出现,} \end{cases} \quad Y = \begin{cases} -1, & \text{若 } B \text{ 出现,} \\ 1, & \text{若 } B \text{ 不出现;} \end{cases}$$

试证明“随机变量 X 和 Y 不相关”充分和必要条件是“事件 A 和 B 独立”.



数学(四) 卷2

得分	评卷人

一、填空题(本题共6小题,每小题4分,满分24分.把答案填在题中横线上)

(1) 设 $f(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \cos t \cdot \left(\frac{n+t}{n-t} \right)^n$, 则 $f'(t) \Big|_{t=0} =$ _____.

(2) 设 $f(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{\ln(1+x)}{x+1} \int_0^1 f(x) dx$ 则 $f(x) =$ _____.

(3) 满足方程 $\int_0^x tf(t) dt = x^2 + f(x)$ 的连续函数 $f(x) =$ _____.

(4) 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & a \end{bmatrix}$, a 是常数, B 是 $s \times 3$ 非零矩阵, 满足 $BA = 0$, 则 $a =$ _____.

(5) 设 A 是三阶矩阵, 已知 $|E + A| = 0$, $|E + 2A| = 0$, $|3E + A| = 0$, 则 $|A^*| =$ _____.

(6) 假设随机变量 X 和 Y 联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin(x+y), & \text{若 } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{若不然,} \end{cases}$$

则对于任意给定的 $x (0 < x < \pi/2)$, Y 关于 $X = x$ 的条件密度 _____.

得分	评卷人

二、选择题(本题共8小题,每小题4分,满分32分.每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内)

(7) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有连续的导数, 则 $\lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{1}{4a^2} \int_{-a}^a (f(t+a) - f(t-a)) dt =$

- (A) 0. (B) $f'(0)$. (C) $\frac{1}{4} f'(0)$. (D) 不存在.

【 】

(8) 已知函数 $y = f(x)$, 对一切 x 满足 $\sqrt[3]{x} f''(x) + x f'(x) = e^{-x} - 1$, 若 $f'(x_0) = 0 (x_0 \neq 0)$, 则

- (A) x_0 是 $f(x)$ 的极小值点.
 (B) x_0 是 $f(x)$ 的极大值点.
 (C) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.
 (D) 不能判定 x_0 是何种点.

【 】



(9) 设 $F(x) = g(x)\varphi(x)$, $\varphi(x)$ 在 $x = a$ 处不可导, $g(x)$ 在 $x = a$ 处可导, $F(x)$ 在 $x = a$ 处可导, 则一定有

- (A) $g(a) = 0$. (B) $g(a) \neq 0$.
(C) $g'(a) = 0$. (D) $g(a)$ 可以为任意实数.

【 】

(10) 设 $f(x)$ 是连续可导函数, 当 $0 < a < x < b$ 时, 恒有 $xf'(x) < f(x)$ 则:

- (A) $af(x) > xf(a)$. (B) $bf(x) > xf(b)$.
(C) $xf(x) > bf(b)$. (D) $xf(x) < af(a)$.

【 】

(11) 以下说法正确的有几个:

- (1) 设 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导, 且 $f(a) = f(b)$, 则 $\exists c \in (a, b)$, 使得 $f'(c) = 0$
(2) 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则 $\exists c \in (a, b)$, 使得 $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$.
(3) 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 区间可导, 且存在最值, 则 $\exists c \in (a, b)$, 使得 $f'(c) = 0$.
(4) 若 $\exists \delta > 0, \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$, 有 $f(x) \geq f(x_0)$, 则称 $x = x_0$ 是 $f(x)$ 的极小值点 0.

- (A) 0 个. (B) 1 个. (C) 2 个. (D) 3 个.

【 】

(12) 设线性方程组
$$\begin{cases} x_2 + ax_3 + bx_4 = 0 \\ -x_1 + cx_3 + dx_4 = 0 \\ ax_1 + cx_2 - ex_4 = 0 \\ bx_1 + ax_2 + ex_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解, 则组成基础解系的线性无关解向量有

- (A) 1 个. (B) 2 个.
(C) 3 个. (D) 4 个.

【 】

(13) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 考虑随机变量

$$Y = \begin{cases} -1, & \text{若 } X < 0, \\ 0, & \text{若 } X = 0, \\ 1, & \text{若 } X > 0, \end{cases}$$

则下列各等式中不正确的是

- (A) $EY = EY^3$. (B) $EY = 1 - F(0) - F(0 - 0)$.
(C) $EY^2 = EY^4$. (D) $EY^2 = 1 - [F(0) - F(0 - 0)]$.

【 】

(14) 假设 X 是只有两个可能值的离散型随机变量, Y 是连续型随机变量, 且 X 和 Y 相互独立, 则随机变量 $X + Y$ 的分布函数

- (A) 是阶梯函数. (B) 恰好有一个间断点.
(C) 是连续函数. (D) 恰好有两个间断点.

【 】



三、解答题(本题共9小题,满分94分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

得分	评卷人

(15)(本题满分8分)

设函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上连续,对于任意正数 a, b 积分 $\int_a^{ab} f(x)dx$ 与 a 无关,且 $f(1) = 1$,求 $\int_1^2 f(x)dx$.

得分	评卷人

(16)(本题满分8分)

设 $f(x)$ 连续,且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$,令 $F(x) = \begin{cases} \int_0^1 f(xt)dt, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ \frac{\int_0^x \arctan t dt}{x}, & x < 0 \end{cases}$,求 $F'(0)$.



得分	评卷人

(17)(本题满分 9 分)

求 $\iint_D (x+y) dx dy$, 其中区域 D 由曲线 $y = \sqrt{2x-x^2}$ 与直线 $x+y=2$ 所围成.

得分	评卷人

(18)(本题满分 9 分)

设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $f(0)=0$ 又 $f'(\ln x) = \begin{cases} 2, & 0 < x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$, 求 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的表达式.



得分	评卷人

(19)(本题满分 8 分)

设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, $f'(x)$ 在 $[a, b]$ 上存在且可积, $f(a) = f(b) = 0$

求证 $|f(x)| \leq \frac{1}{2} \int_a^b |f'(x)| dx \quad (a < x < b).$

得分	评卷人

(20) (本题满分 13 分)

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, B 是三阶矩阵, 满足 $\frac{1}{4}(A^*)^* BA^* = AB + A$, 求矩阵 B .