

测绘科技专著出版基金资助

“十五”国家级规划教材

现代大地 控制测量

● 同济大学 施一民 著

测绘出版社

测绘科技专著出版基金资助
“十五”国家级规划教材

现代大地控制测量

同济大学 施一民 著

测绘出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书是经教育部审定并资助出版的“十五”国家级规划教材。其内容力图反映大地控制测量领域内的巨大变革及发展趋势，从空间定位及点位的几何表述方面来为 GPS、GIS、RS 技术打基础，力图使之成为 3S 技术的理论基础课。为此，本书增加了对各类地球坐标系意义和作用的论述，并从建立地球坐标系的需要出发来讨论两类地球椭球的确定，深入地分析地球椭球面的数学性质，增添了有关的现代大地测量的新内容。

对于应用十分广泛的局部区域的控制网及相应的坐标系，作者突破了原有的框框，从其本身特点出发作了切合实际的深入论述，并从实际应用需要出发，阐述了不同于常规的数据处理方法，例如区域性椭球面的确定，协方差基准的特性和意义，多级控制网中相对点位精度的合理评定，局部区域中 GPS 网的转换等。

本书可作测绘工程类专业本科、研究生规划教材，也可用于高等院校相关专业的教学。同时本书还可作为测绘界及相关部门科技工作者的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

现代大地控制测量/施一民著. —北京：测绘出版社，2003. 6

ISBN 7-5030-1131-9

I. 现… II. 施… III. 大地测量：控制测量
IV. P221

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 047659 号

测绘出版社出版发行
(100054 北京宣武区白纸坊西街 3 号)
三河市艺苑印刷厂印刷 · 新华书店经销
2003 年 6 月第 1 版 · 2003 年 6 月第 1 次印刷
开本：890×1240 1/16 · 印张：14.75
字数：445 千字 · 印数：0001—3000 册
定价：22.00 元

前　　言

以往在工程测量和大地测量专业中分别开设有《控制测量》和《大地测量》，作为一门专业主干课程，其主要内容是围绕着用常规测量技术在设定的国家参考椭球面上建立二维的国家大地网以及平面控制网平差。但前者已成为今后不再重演的历史，且在建网方面国家大地网又不同于应用广泛的工程控制网，须有所区分；鉴于测绘科学技术的发展和教学现代化的要求，就应超出经典大地测量的范畴，对该课程历经数十年而形成教学体系和教学内容进行较彻底的改革。

现代大地测量主要是以空间大地测量技术（如 GPS）为手段来进行三维地心坐标的定位，从而对地球进行测量和描述。就大地测量学科的内涵而言，除了研究地球的形状大小、进行空间点的定位外，还需要开展对地球重力场及其变化的研究。空间大地测量学和物理大地测量学正是大地测量学科的两大支柱，其有关课程在测绘工程专业中均已单独开设，因此再将该课程笼统地称之为《大地测量》，似有名实不符之嫌。鉴于大地控制网今后主要采用 GPS 定位技术，二维控制网将发展为三维控制网，国家坐标系将与国际接轨，数字地球、数字中国、数字城市已成为测绘技术发展的必然趋势，再从测绘工程专业的培养目标出发，该课程应是通过对大地控制网建立原理和方法的论述，着重从空间定位及点位的几何表述方面来为 3S 技术打基础，因此将课程定名为《现代大地控制测量》似较为确切。

以往用常规测量技术来进行工程控制测量，实际上也用不上多少大地测量知识，而如今为了掌握和应用 GPS 技术就需有扎实的大地测量功底，作为 GIS 的空间数学基础已是大地测量学科新的历史使命，RS 技术则亦离不开各类地球坐标系的表述及其转换关系。从课程性质而言，《现代大地控制测量》就应当成为测绘新技术 GPS、GIS 和 RS 的理论基础课。

为此，本书进一步加强了对大地测量基础理论的阐述。引进了微分几何中曲面论、曲线论的有关知识来分析地球椭球面上点、线、面的数学性质，突出了各类地球坐标系的意义和作用，将地球坐标系和地球椭球放在一起论述。并从工程控制网本身特点出发，从理论上分析其坐标系的性质及其所对应的区域性椭球，阐述了应用甚广的城市及工程控制网从测设到数据处理的整个过程，分析了 GPS 网平差转换的原理和方法。

本书不再述及有关大地测量仪器的原理和使用，以往将 J2 级与 J6 级经纬仪、普通水准仪与精密水准仪、短程测距仪与中程测距仪分开在《测量学》与《控制测量》两门课程中介绍，现在看来未必合理。同济大学测量系经过教学改革后，已将有关大地测量仪器（精密光学经纬仪、测距仪、全站仪、精密水准仪）的结构、工作原理、操作方法、检验校正及归心改正等内容合并到《测量学》课程中介绍。实际操作技能则在《测量实验》及集中三周时间的《大地控制测量实习》中予以加强。

本着教学现代化的宗旨，本书对原有的教学内容作了较大的精简和改动。修正了已不合时宜的一些概念和提法；增加了许多有关现代大地测量的新内容；仍然保留了椭球面上的解算等经典内容，这一方面是为了使学生对虽是以往建立但今后还有利用价值的国家大地控制网有所了解，同时考虑到这些经典知识还会有新的用途。例如站心坐标系原本是用来导出垂线偏差公式及拉普拉斯方程，如今对于 GPS 技术也是有用的工具。由于 GPS 基线向量（三维坐标差）可看作以基线一端点为站心、另一端点在与 WGB-84 相应的站心赤道坐标系中的坐标，据此即可通过相应的站心地平坐标系中的坐标，进行方位角的计算以至 GPS 网的旋转变换。而已被纳入本书内容的作者的研究成果，椭球面另一类测地坐标系的建立和转换以及区域性椭球面的最优确定就运用了大地坐标微分公式、大地线、椭球面上三角形解算、大地主题正反解及参考椭球定位等经典知识。

20 余年来，作者在同济大学测量系始终从事着有关卫星大地测量及大地控制测量的课程教学和科研工作。为了利于学生掌握测绘高新技术，使能学以致用，理论联系实际，历时 3 载，经多次修改完善，终于实现了著述新教材的宿愿，并已在同济大学先后用于测绘工程、土地管理、地球物理专业 4 个学期的本

科生及历年研究生教学。

本书是在国家自然科学基金项目（49971067）资助下撰写完篇的，书中的某些内容正是作者所主持的基金项目部分研究成果。

承蒙中科院上海天文台朱文耀研究员、上海交通大学寇新建教授、同济大学王解先教授在百忙之中对本书作了初审，并提出了宝贵的意见。作者的老师金国雄教授及大地测量教研室同仁们也对作者的工作给予了多方面的帮助和支持，在此深表谢意。

博士生冯琰，硕士生张文卿、周拥军、张立强、李健及98级本科生朱紫阳等都为本书的出版参加过工作，同济大学土管98级、测绘99级部分学生也曾帮助绘制部分插图、打印部分文稿。对他们所付出的辛勤劳动在此一并致谢。

《现代大地控制测量》2002年已由教育部审定为“十五”国家级规划教材。衷心感谢评审专家对本书的肯定，尤其感谢评审专家组组长宁津生院士的垂青和支持。

十分感谢测绘科技专著出版基金对本书出版所给予的资助以及本书的责任编辑李建明老师精心的编辑审校，使原稿生色不少。

作者虽志在改革，殚精竭虑，但限于水平，终究难以如意，管窥之见，亦未必妥善。冀请前辈、同仁及读者不吝指教。

作者 施一民

2002年冬于上海同济大学

目 录

第1章 绪论	(1)
1.1 大地测量学的定义、分类和任务	(1)
1.2 空间大地测量技术概述	(1)
1.3 地球形状表述的数学模型和物理模型	(5)
1.3.1 大地水准面—具有物理意义的地球形状的一种几何表述	(5)
1.3.2 参考椭球面—最佳拟合于区域性大地水准面的旋转椭球面	(5)
1.3.3 平均地球椭球面—最佳拟合于全球大地水准面且为正常位面的旋转椭球面	(6)
1.3.4 平均海水面与海面地形	(8)
第2章 地球坐标系和地球椭球	(9)
2.1 概述	(9)
2.2 地球椭球面的数学性质和有关计算.....	(10)
2.2.1 地球椭球的几何、物理元素	(10)
2.2.2 旋转椭球面的参数表示及数学性质	(11)
2.2.3 法截线曲率及曲率半径	(18)
2.2.4 椭球面的第一基本形式及有关弧长面积的计算	(21)
2.2.5 大地线	(26)
2.3 椭球面上大地坐标的计算	(37)
2.3.1 水平方向、边长观测值归算至椭球面	(37)
2.3.2 椭球面三角形的解算	(40)
2.3.3 大地主题解算	(41)
2.4 空间大地直角坐标系及其转换模型	(50)
2.4.1 空间大地直角坐标系与所相应的大地坐标系的关系	(50)
2.4.2 空间直角坐标系之间的旋转变换	(53)
2.4.3 站心地平坐标系及其应用	(55)
2.4.4 两个空间大地直角坐标系之间的转换模型	(60)
2.4.5 大地坐标的微分公式	(64)
2.5 参心坐标系及参考椭球	(65)
2.5.1 垂线偏差公式和拉普拉斯方程	(65)
2.5.2 参考椭球的定位与定向	(71)
2.5.3 参心坐标系的建立	(73)
2.6 协议地球参考系(CTRS)和平均地球椭球	(74)
2.6.1 协议地球参考系(CTRS)的定义和建立	(74)
2.6.2 当今技术条件下的平均地球椭球	(75)
第3章 高斯投影及高斯平面直角坐标	(76)
3.1 地图投影概述	(76)
3.1.1 地图投影的意义与实质	(76)
3.1.2 地图投影变形及其表述	(76)
3.1.3 地图投影的分类	(82)
3.2 正形投影与高斯-克吕格投影	(84)

3.2.1 正形投影的概念和投影方程	(84)
3.2.2 高斯-克吕格投影的条件和性质	(86)
3.3 高斯投影坐标正算和反算公式	(87)
3.3.1 高斯投影正算公式	(87)
3.3.2 高斯投影反算公式	(89)
3.4 平面子午线收敛角和长度比	(91)
3.4.1 平面子午线收敛角的算式	(91)
3.4.2 长度比计算公式	(93)
3.5 高斯投影距离与方向改化以及坐标方位角	(93)
3.5.1 高斯投影距离改化	(93)
3.5.2 高斯投影方向改化	(95)
3.5.3 坐标方位角与大地方位角的关系式	(97)
3.6 通用横轴墨卡托投影	(98)
3.6.1 墨卡托投影	(98)
3.6.2 通用横轴墨卡托投影	(98)
3.6.3 通用横轴墨卡托投影与高斯投影的比较	(98)
3.7 局部区域中的高斯投影及相应的区域性椭球	(99)
第4章 国家坐标系的建立与国家控制网的平差	(101)
4.1 我国现有二维天文大地坐标系的建立及天文大地网的整体平差	(101)
4.1.1 国家天文大地网的测设	(101)
4.1.2 1954年北京坐标系的建立	(102)
4.1.3 1980年国家大地坐标系的建立	(102)
4.1.4 全国天文大地网的整体平差	(104)
4.2 协议天球和地球参考框架的建立	(109)
4.2.1 国际天球参考框架(ICRF2000)的建立	(109)
4.2.2 国际地球参考框架(ITRF)的建立	(109)
4.3 国家GPS A级和B级网测设和数据处理	(111)
4.3.1 国家GPS A级和B级网的测设	(111)
4.3.2 实施国家GPS A级和B级网数据处理的要点	(111)
4.3.3 国家GPS A级和B级网数据处理的步骤	(112)
4.4 全国三维地心坐标系统的建立	(113)
第5章 城市及工程平面控制网的测设与数据处理	(115)
5.1 工程平面控制网的测设特点及布设形式	(115)
5.1.1 测设特点	(115)
5.1.2 布设形式	(116)
5.2 平面坐标系的选择与确定	(121)
5.2.1 平面坐标系的确定原则和要素	(121)
5.2.2 GPS控制网归算到既有的城市平面坐标系	(124)
5.3 工程控制网的技术设计、选点与埋石	(126)
5.3.1 技术设计	(126)
5.3.2 选点与埋石	(130)
5.4 平差前各类观测值的归算改化与质量检验	(131)

5.4.1	电磁波测距边归算至高斯平面上边长	(131)
5.4.2	水平方向观测值的获得	(132)
5.4.3	水平方向观测值归算至高斯平面上弦线的方向值	(134)
5.4.4	GPS 基线向量的归算	(134)
5.4.5	依控制网几何条件检查观测值质量	(134)
5.5	观测值的权之先验确定和方差分量估计	(142)
5.5.1	观测值的权之先验确定	(142)
5.5.2	赫尔默特方差分量估计法	(144)
5.6	按条件平差解算单导线和导线网	(147)
5.6.1	单导线的平差解算和精度评定	(148)
5.6.2	导线网的平差解算与精度评定	(153)
5.7	按坐标参数平差解算边角网	(156)
5.7.1	边角网平差中误差方程式的列立	(157)
5.7.2	控制网平差定位的各种处理方法	(161)
5.8	GPS 工程控制网的平差与转换	(169)
5.8.1	GPS 网平差转换的要点	(169)
5.8.2	GPS 网平差转换的几种模型	(171)
5.8.3	按单点定位法确定区域性椭球元素及其空间位置	(177)
5.8.4	按多点定位法最优确定区域性椭球	(183)
5.9	城市及工程控制网平面点位精度的合理评定	(187)
5.9.1	首级平面控制网中的绝对和相对点位精度	(187)
5.9.2	首级平面控制网的绝对和相对点位精度评定	(192)
5.9.3	多级平面控制网的绝对点位精度的合理评定	(196)
5.9.4	多级平面控制网的相对点位精度的合理评定	(201)
第 6 章 高程控制网的建立		(208)
6.1	我国的高程系统	(208)
6.1.1	水准面的定义和性质	(208)
6.1.2	水准测量高差的多值性	(209)
6.1.3	高程系统	(210)
6.2	国家高程基准	(213)
6.2.1	水准测量的高程基准面	(213)
6.2.2	水准原点	(214)
6.3	国家与工程精密水准网的布设与解算	(214)
6.3.1	国家精密水准网的布设	(214)
6.3.2	城市和工程精密水准网的布设	(215)
6.3.3	精密水准测量的精度规定、观测值改正与解算	(216)
6.4	电磁波测距三角高程测量	(218)
6.4.1	解算原理和计算公式	(218)
6.4.2	三角高程测量的精度和限差	(223)
6.5	GPS 用于测定正常高	(224)
参考文献		(226)

第一章 絮 论

§ 1.1 大地测量学的定义、分类和任务

大地测量学是地球科学的一个分支学科，即为人类的活动提供地球空间信息的科学。它着重于研究地球形状大小的几何特征及其最基本的物理特征——重力场，并描述其变化，这是它作为一门地学基础性学科的内涵；同时它又是一门应用地学学科，作为应用学科，它的任务是建立一个协议地球参考坐标系并尽可能地将国家三维地心坐标系纳入到这个坐标框架；建立国家测量控制网乃至不同形式的城市及工程控制网，精确地测定控制网点之间相对的空间位置，据此就能为经济建设、科学技术和国防提供丰富的地理信息。按照研究对象的不同，大地测量可分为物理大地测量学和几何大地测量学两个学科分支，物理大地测量学是致力于地球重力场及其变化的研究。

经典大地测量的技术手段是使用光电仪器进行地面几何测量（边、角测量、水准测量）、天文测量和地面重力测量，分别以间接的方式确定地面控制点的二维坐标及高程、求解局部重力场参数。由于地面几何测量是以两点间可通视为实施条件，这就限制了边角测量的最大边长一般不超过 40km。相对定位测量的平均精度只能达到 10^{-5} ，作业效率低下，定位的分离性、相对性、局部性正是经典大地测量本身固有的局限性，这不仅限制了它深入到地球科学领域作出其应有的贡献，而且在工程应用中也殊属不易，完成一个地区的大地控制测量常需要花费数年甚至数十年的时间。

20世纪下半叶，随着现代科学技术的迅速发展，尤其是 1957 年第一颗人造地球卫星上天以来，产生了以卫星大地测量为主的各种空间大地测量技术，导致大地测量出现了革命性的突破：空间大地测量的精度比经典大地测量提高了 1~3 个数量级，从根本上突破了经典大地测量的时空局限性。以空间大地测量为标志的现代大地测量将扩大其直接服务于社会经济活动的应用面，远远超出传统的测量领域；并且向地球科学的纵深层次发展，加大了与地学其它学科的交叉渗透，将成为推动地球学科发展的一个前沿学科，在地学研究上，它能承担以下的基本任务：

1. 建立和维持高精度的协议惯性坐标系 (CIS) 和协议地球坐标系 (CTS)，建立和维持区域性和全球的三维大地网，长期监测网点随时间的变化，为大地测量定位和研究地球动力学现象提供一个高精度的地球参考框架和地面基准站网。
2. 监测和分析各种地球动力学现象，诸如极移和地球自转速率的变化以及板块运动和区域地壳形变，地球潮汐，海面地形和海平面变化。
3. 测定地球形状和地球外部重力场精细结构及其随时间的变化，使全球重力场模型获得更精密、更高阶次的系数，通过局部重力场模型的研究使大地水准面的确定达到分米乃至厘米级精度，并且具有更高的分辨率。

§ 1.2 空间大地测量技术概述

空间大地测量技术是以各种人造地球卫星信号或河外射电源信号为观测对象的。如图 1.1，在 O -XYZ 地心惯性坐标系中，卫星 S 及地面观测站 P 在某一观测值瞬时 t 的位置向量分别为 $\mathbf{r}(t)$ 及 $\mathbf{r}_p(t)$ ，

于是由测站至卫星的卫地距向量为

$$\rho(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_{p_0}(t) \quad (1.2.1)$$

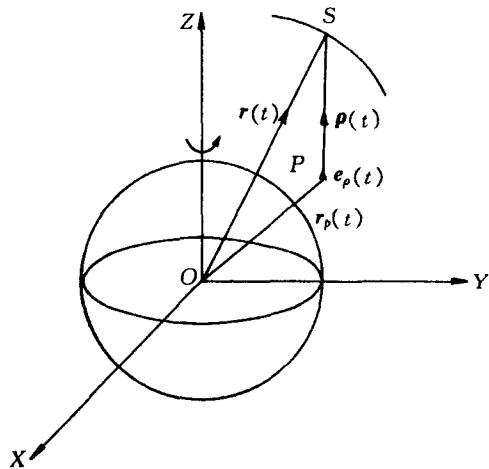


图 1.1

各种卫星大地测量技术所获得的观测值均与卫地距向量有关，可进行方向观测、距离测量、距离差测量和距离变率测量，所对应的观测量分别为： e_ρ （测站至卫星的单位向量）、 ρ （卫地距）、 $\Delta\rho$ （两相邻时刻的卫地距之差）、 $\dot{\rho}$ （卫地距变化率 $\frac{d\rho}{dt}$ ），它们与卫地距向量之间的关系可表示为

$$\begin{aligned} \rho(t) &= (\rho^T(t) \cdot \rho(t))^{\frac{1}{2}}, e_\rho(t) = \frac{\rho(t)}{\rho(t)} \\ \Delta\rho(t_1, t_2) &= \rho(t_2) - \rho(t_1), \dot{\rho}(t) = \frac{\rho^T(t) \dot{\rho}(t)}{\rho(t)} \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

测站在地心惯性系中的位置向量 $\mathbf{r}_{p_0}(t)$ 与其在协议地球坐标系中的位置向量 $\mathbf{r}_{p_0}(t)$ 存在着已知的转换关系。

$$\mathbf{r}_{p_0}(t) = (\mathbf{PR})^T (\mathbf{NR})^T \mathbf{B}_1^T \mathbf{B}_2^T \mathbf{r}_{p_0}(t) \quad (1.2.3)$$

式中， \mathbf{PR} 、 \mathbf{NR} 、 $\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2$ 分别为岁差、章动、地球自转及极移矩阵，其意义可参阅有关卫星大地测量的著作。

在精密测定卫星轨道后，也可利用式 (1.2.3) 的逆转换式，将卫星在任一瞬间的位置向量由地心惯性系转换为协议地球坐标系。

卫星大地测量方法有几何法和动力法之分，在几何法中把卫星当作高空的观测对象，并不去顾及人造地球卫星复杂的轨道运动。而动力法则须研究卫星轨道随时间变化的规律，为此须建立卫星运动模型，设定力模型；在观测方程中同时包含地面点坐标、卫星轨道初始状态改正数及精化摄动力模型参数等待定参数。

最典型的几何法是卫星摄影法，在两个地面测站 P_1 、 P_2 上以恒星星空为背景对卫星至少同步观测两次，经过对底片的量测和归算以及一系列的计算，即可获得两测站联线 $P_1 P_2$ 方向在地固坐标系中的单位向量。利用卫星摄影法可建立三角网，每个三角形各边的弦方向均由同步摄影来测定，由三角形的三个弦方向共面的条件来进行卫星三角网的整体平差，此时还须给定一个地面测站的已知坐标及至少一条已知边的边长。

卫星摄影法是 20 世纪 60 年代主要采用的一种卫星大地测量方法，曾被美国用于建立全球三角网，它由分布在全球的 45 个站所构成，受观测精度及观测条件的限制，目前已很少使用。但作为一种测定方向

的方法，通过它可以测定相对于星表系统的空间方向，在确定经度零点上还有一定的意义。

1964 年起，美国海军导航卫星系统（NNSS）正式运转，它是利用多普勒频移效应在接收机中获得两个卫星时标之间接收到的卫星信号频率与接收机发射的信号频率之间的差频的周数（多普勒计数），从而可获得作为观测值的卫地距距离差 $\Delta\rho$ （积分多普勒观测）或卫地距变化率 $\dot{\rho}$ （微分多普勒观测，当其对应的积分间隔足够短时），再由接收机同时接收到的广播星历所推算出来的卫星在地固坐标系中的坐标，即可按最小二乘法解算观测方程而确定站坐标。无论是由单独一个测站观测子午仪卫星多次通过的单点定位方法还是为减弱某些系统误差影响在两个测站同步观测卫星而确定两站之间相对位置的联测定位方法都应当看作几何法。应用者并不需要考虑卫星在轨道上的复杂运动，藉助于广播星历或事后公布的精密星历就能获得所需瞬间的卫星坐标。其实，卫星多普勒定位的几何原理正就是双曲面定位。

卫星多普勒测量的另一种定位方法是短弧法或半短弧法定位，即将卫星的轨道参数连同多个联测站的站坐标一起作为待定参数，在定位的同时进行轨道改进。由于采用的卫星轨道弧段较短，推算轨道可采用简单的力模型，对摄动力只取 6×6 阶次的地球形状摄动位系数，观测方程中只包含 6 个或 3 个轨道参数、站坐标及偏差参数，求解时须固定一个站的位置以消除秩亏。

卫星多普勒测量从 70 年代末至 80 年代初在解决大地测量地球动力学问题方面曾作出过重大贡献。例如国际上地球自转监测和观测比较计划（MERIT）在 1980 年的首次联测中，由多普勒观测结果得出的地极坐标的测定中误差达到 $0.04''$ 左右。70 年代美国曾在其领土上建立了由 140 个点构成的多普勒网。1980 年我国曾建立了由 37 个测站组成的卫星多普勒大地网，点间距离为 $300\sim1300\text{ km}$ ，平均边长 700 km ，经短弧法平差后点位的内符合精度约为 $\pm 1\text{ m}$ ，外符合精度约为 $\pm 2\text{ m}$ 。

美国所建立的世界大地坐标系 WGS-72 就采用了大量的多普勒数据。现已广泛应用的全球定位系统 GPS 就是在海军导航卫星系统（NNSS）基础上加以改进和发展起来的，在 GPS 定位技术取得极大成功后，NNSS 几乎被取而代之了。目前，最精确有效、贡献最大的空间测量技术主要有以下几种。

1. 卫星激光测距（SLR）

卫星激光测距就是测出由测距仪激光器产生并发射出来的激光脉冲抵达卫星又反射返回接收的往返时间，而求得卫地距。有关激光测距的工作原理和对实测距离所施加的一系列改正，可参阅有关的专著。这一技术始于 20 世纪 60 年代中期，当时测距精度为米级，现在最高精度已达 1 cm 。

SLR 是目前精度最高的绝对（地心）定位技术，在定义全球地心参考系中起着决定性作用，也可精确测定地球自转参数；又是卫星重力技术确定全球重力场低阶 ($n < 50$) 模型的主要工具；是建立大地测量参考框架（CIS 和 CTS）以及研究地球动力学问题的基本技术手段。

可利用全球分布的多个激光测卫固定台站，对专用的装有激光反射器的卫星（如 Lageos, Geos-1, 2, 3）作较长弧段的观测。作为动力学解算要用数值法求解卫星运动方程以计算参考轨道，并求解含有各类参数的观测方程，经过长期的反复趋近解算，得以获得待定参数的精确值。

我国已有 5 个 SLR 固定站，上海、武汉和长春已拥有第三代卫星激光测距仪，测距精度优于厘米级。

此外，与 SLR 相类似的还有可用于测定地球自转参数及其变化的激光测月技术（LLR），目前全世界仅有 5 个激光测月观测台站开展这方面的工作，它可作为与其它技术相比较的一种手段。

2. 甚长基线干涉测量（VLBI）

甚长基线干涉测量的观测对象（射电源）是位于银河系以外的类星体，其直径只有一光年左右，但与地球却相距几十亿光年以上，因此地球至类星体的方向可以视为固定不变。在两个 VLBI 台站上，由各自采用的独立本振信号和记录磁带的射电望远镜同时对某一射电源进行观测，按照射电干涉的原理经过对两测站接收信号的互相关处理，可得出射电信号到两接收天线的时间延迟和条纹率的实测值，经过一系列改正后得出几何时间延迟和几何条纹率，为了求定基线向量，至少要向不同的射电源测量三个时间延迟值。VLBI 数据处理的结果可解出基线向量在地心坐标系中的三个分量。如果在时延观测方程中将射电源在天球赤道坐标系中的位置（赤经、赤纬）也作为待定参数，则也可求定射电源的位置。

利用长期积累的 VLBI 观测数据，可编算出精确的河外射电源位置表，由此而定义天球参考框架，可称之为射电源 CIS。其原点可选在地球质心、太阳系质心或其它地方，视应用上的方便而定。

射电源 CIS 的精度要高于恒星 CIS。1984 年起恒星 CIS 是由第五基本星表 (FK5) 收录的按全天均匀分布的一定数量的恒星所给出的每颗星在某一固定历元的平赤经和平赤纬及其随时间的变化 (岁差和自行) 所确定的、以某一固定历元的平赤道和平春分点为基础的平天球坐标系，在天文学中，原点选定在日心，从而使星表中提供的恒星位置不随地球公转而变化。按照 1997 年第 23 届国际天文学联合会 (IAU) 决议，从 1998 年起光学观测参考系 FK5 被依巴谷星表系统所取代，依巴谷参考系已被列入到国际天球参考系。而通过 VLBI 观测得到的射电源 CIS，对于大地测量和地球动力学的应用来说，是最有用的协议惯性坐标系，但它的定向现在是通过与依巴谷星表的联系来确定的。

由河外射电源相对位置所定义的 CIS 可用来作为监测协议地球坐标系 (CTS) 运动的参考框架，例如，所谓地球自转速度变化，实质上就是指 CTS 旋转速度相对于 CIS 的变化。VLBI 测量现在仍是测定长基线及监测全球板块运动最精密可靠的技术，测定距离的精度可达 10^{-9} 。而其测定地球自转速度变化的精度为 0.05ms，测定极移的精度为 0.001”，VLBI 技术现在是监测板块运动、建立和维持全球参考框架的主要手段。

VLBI 用于大地测量的全球性计划主要有：美国航空航天局 (NASA) 的地壳动力学计划以及国际地球自转服务 (IERS)，其观测资料主要来自国际射电干涉测量网 (IRIS)，我国已建成的上海天文台 VLBI 站曾多次参加了国际联测和国际合作计划，不久后我国将形成包括上海、乌鲁木齐、昆明的 VLBI 站网。

3. 卫星测高

卫星测高是利用安置在卫星上的雷达测高仪垂直向海面发射脉冲，这些脉冲被海面垂直反射至卫星，于是可根据脉冲往返行程的时间，推求卫星对瞬时海面的高度。用激光测卫或 GPS 测量等方法可对测高卫星精密定轨，从而可算出卫星在所选定的平均地球椭球面上的大地高。由此可测定海洋部分的大地水准面差距及海面地形。亦可反推海洋部分的重力异常，以弥补海洋地区重力测量资料的空白，这对于建立高精度、高分辨率的地球重力场具有重要作用。

4. 全球定位系统 (GPS) 技术

GPS 是美国国防部继 NNSS 之后主持发展的全球卫星导航系统，1989 年开始发射正式工作卫星，1994 年全部 24 颗 GPS 卫星部署完毕，整个系统全面建成，并投入运用。虽然 GPS 系统一开始是为导航这一军事用途而建立的，但以后的发展却远远超出了设计者的本意，尤其是利用载波相位测量实现高精度的相对定位，使测量定位技术出现了重大的突破。GPS 能在全球范围内为众多用户提供高精度、全天候、连续实时的三维定位、三维测速和时间基准，加之其方便灵活、易于普及推广的特点，能满足各方面用户的需要，因此 GPS 技术已是一种全能型的大地测量技术。

目前 GPS 已应用于地球自转的监测，用于各种形式的地壳运动和地壳形变的连续监测，取得了令人瞩目的成果，其监测的精度完全可与 VLBI 和 SLR 等技术相媲美。GPS 后处理基线测量的精度已达 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ ，对于小于 100km 的距离，点间的定位精度已达厘米或毫米级。

国际大地测量与地球物理学联合会 (IUGG) 在 1991 年 1 月 22 日至 2 月 13 日，组织了全球 120 个站进行了为期 3 周的名为 GIG'91 的全球 GPS 地球自转参数测定和地球动力学实验，其中 80 个站与 VLBI，SLR，DORIS（法国建立的卫星多普勒定轨和无线电定位单向双频地基系统）及 PRARE（德国建立的与 DORIS 类似的双向双频的地基系统）并址观测。那次 GPS 全球联测取得了极大的成功，给出了令人满意的结果。1992 年 6 月至 9 月期间又进行了一期国际 GPS 联测 (IGS'92)。我国在参加这两期国际联测的同时，在国内也组织了两次会战。尤其是在 1992 年 7 月 25 日至 8 月 5 日，测设了共有 27 个点的国家 A 级 GPS 网。平差后基线水平方向相对精度达到 10^{-8} 量级，A 级网点在 ITRF 参考框架中的地心坐标精度优于 0.2m，它将为建立国家高精度卫星大地网的骨架并为地壳运动及地球动力学的研究奠定基础。近期以国家地震局为首的 4 个单位也联合布设了以监测地壳运动为主要目的的全国性 GPS 网，其中包括了新建

和原有的 25 个 GPS、SLR 和 VLBI 等永久性固定跟踪站。

1993 年，由国际大地测量协会建立了国际 GPS 地球动力学服务局 (IGS)，该组织已在世界各地建立了数百个常年观测的台站及多个数据存储和处理中心，从而建立并维持了全球的参考框架，并开展 GPS 卫星轨道、地球自转参数和测站坐标等服务，这就为 GPS 在全球范围内开展地球动态变化的监测开辟了最广泛的应用前景。

GPS 技术有着广泛的应用潜力，GPS 定位已成了加密和新建大地和工程控制网的主要方法。无论是从精度、效率、经济哪一方面来看，都是常规大地测量技术所不能相比的。除了静态定位以外，GPS 动态测量的功能更是扩大了其应用面，在此就不再赘述了。

§ 1.3 地球形状表述的数学模型和物理模型

1.3.1 大地水准面——具有物理意义的地球形状的一种几何表述

地球的自然表面极不规则，然而其高低起伏相对于地球如此庞大的体积（半径约为 6370km）而言，毕竟尚属微小，而且地球自然表面的大部分是海洋面（71%），在一定的假设下，若把平均海水面看作为只受地球重力影响作用的自由运动的匀质流体达到平衡状态后的一个面，那么它就成为地球重力场中的一个等位面，设想将其扩展延伸至大陆下面，这样就形成了一个连续闭合的曲面，它具有水准面的全部特性，称之为大地水准面。大地水准面所包围的形体称为大地体。不难看出，大地体与真实地球在大小、形状方面是十分接近的，因此大地水准面可看作地球形状的一个近似的几何表述。同时，大地水准面又是处处与其上的重力方向（即铅垂线方向）正交的一个客观存在的物理面，具有长期不变的稳定性，因此适宜于作为地面点高程的起算面，是测定和研究地球自然表面形状的参考面。

从理论上说，大地水准面是相对全球而言的，应具有其唯一性，然而，不同国家和地区依据各自定义的平均海水面所确定的大地水准面却不尽一致。严格地讲，平均海水面也并不是重力等位面，存在着海水面倾斜，区域性大地水准面之间的差异可能达到 1~2m。以厘米级的精度确定全球大地水准面，以分米级的精度确定我国的区域性大地水准面，今后仍是大地测量学的一项重要而迫切的任务。

1.3.2 参考椭球面——最佳拟合于区域性大地水准面的旋转椭球面

作为重力等位面的大地水准面虽然要比地球自然表面平滑得多，但是它的形状仍然并不规则，如果用数学式来描述，则要采用含有难以胜数的许多项的函数级数才能保证其足够的严密性，显然它不能作为国家大地测量计算的基准面。

其实，满足一定条件的旋转椭球面十分接近于大地水准面。因为大地水准面的曲面方程就是等于某一确定常数的重力位的表示式，若将地球引力位的展开式只取至零阶和二阶带谐项，并连同离心力位一起代入，若再忽略扁率的二阶带谐项，大地水准面的曲面方程可化算为旋转椭球面的标准形式^[9]，其长半径 a 则为地球椭球的长半径，而其扁率则为

$$\alpha = \frac{1}{2}(3J_2 + \frac{\omega^2 a^3}{GM}) \quad (1.3.1)$$

式中， J_2 为二阶带谐系数， ω 为地球自转的角速度， M 为地球的总质量， G 为地球的引力常数。

由于引力位的展开式中，其它阶的系数值都只有二阶带谐系数的千分之一左右，它们不足以影响大地水准面与其相应的旋转椭球相接近的总态势，只是造成大地水准面与其相应的旋转椭球面之间局部形状上的差异。对于一般的水准面而言，同样也是重力等位面，只是不同的水准面，其重力位所相应的常数也不同，因此也都近似于其相应的旋转椭球面。

各个国家和地区采用各自的区域性大地水准面，最佳拟合于某一区域性大地水准面的旋转椭球面，一

般称为参考椭球面。作为一种形状规则的数学曲面，它的形状和大小可以由其几何元素，即长半径 a 和偏心率 e （或扁率 α ）完全确定下来。作为一种地球椭球，还必须确定它与所在地区的大地体的相对位置关系，须实现参考椭球的定位和定向（见 § 2.5.2），使参考椭球面能够代表该地区的大地水准面。国家参考椭球面作为以往国家大地测量计算的基准面，其椭球几何元素的选定以及椭球的定位和定向的确定是和国家大地坐标系的建立有着密切的关系（见 § 2.5.2, 3）。由此确定的参考椭球面只适用于所在的局部地区。由于在椭球中心位置的确定（定位）中并不要求与地球质心（地心）相一致，因此椭球中心与地心之间往往存在着较大的偏离。

参考椭球面本身虽无任何物理意义，但当参考椭球面确定以后，就能将地表面形状分解为不规则部分和规则部分，前者为地面点到椭球面的大地高，后者则是区域性大地水准面相对于椭球面的大地水准面差距，而可分别加以研究。

由于常规测量技术不能精确地测定或推求大地高，因此国家参考椭球的作用主要体现在二维方面，即在国家参考椭球面上测定及推算国家大地控制点的大地经纬度。为此还须先将以垂线方向和水准面为依据的地观测元素归算至参考椭球面上。可见，国家参考椭球面就成为国家大地测量计算的基准面。

为测制平面的地图并为简化实用上的测量计算，所需要的是平面点位坐标，因此还需要将椭球面上的点位按照一定的数学法则及测量上的要求投影到平面上，此时椭球面则作为地图投影的参考面。

卫星大地测量尤其是 GPS 定位技术的应用，使参考椭球面作为计算的基准面之作用大大降低。通过 GPS 测量可以直接获得在 WGS-84 系中的三维直角坐标差。此类基线向量观测值并不以测站上的垂线和水准面为依据，在测站上安置接收机时，固然亦须对中、整平并量测天线高，但这只是为了将所需要的基线两端由实测时的天线相位中心通过天线高归化为标石中心，并且天线的高度又比较小。GPS 基线向量观测值可直接在三维坐标系中平差，不一定需要以参考椭球面为计算的基准面。当然，为了由 GPS 定位技术获得通用的平面坐标，还是需要将满足某些条件的椭球面作为过渡（未必就是已有的国家参考椭球面）。在此，椭球面主要是起着投影参考面的作用。

我们知道，在常规测量中，测定水平角、量测水平距离、测定高差都是以某一水准面为测量所依据的基准面。观测水平角时，置平经纬仪就是使仪器的纵轴与通过标石中心的铅垂线相重合，从而使水平盘位于通过度盘中心的水准面的切平面上，因此，所测得的水平角正是视准线在水准面上投影线之间的夹角。所谓水平距离也是指斜距投影在某一水准面上的距离，至于水准测量所得高差，就是过这两点的水准面间的垂直距离。

1.3.3 平均地球椭球面——最佳拟合于全球大地水准面且为正常位面的旋转椭球面

1. 正常椭球

由上所述，从几何形状上来比较，大地水准面十分接近于某一旋转椭球面。而从地球物理方面来看，地球重力场也十分接近某一旋转椭球体所产生的重力场——正常重力场。由于要构成正常场，该旋转椭球仅有几何参数是不够的，还须具有确定的质量 M 和恒定的绕短轴旋转的角速度作为物理参数，从而就能产生引力、旋转和离心力，此椭球表面就是正常重力场中的一个水准面（等位面），此椭球就称为正常椭球，也可称为等位椭球、水准椭球。正常椭球表面上的正常重力 γ_0 可用下式求得：

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_a \cos^2 B + b\gamma_b \sin^2 B}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}} \quad (1.3.2)$$

式中， γ_a ， γ_b 分别为赤道及两极处的正常重力，可由正常椭球的 4 个基本参数求得，计算公式可参见文献 [9]， a ， b 为正常椭球的长短半径。

正常椭球作为等位面旋转椭球体，是物理大地测量中引进的一个虚拟的数学物理模型，它既有规则的几何形体，又有其物理意义，正常椭球面已成为研究地球重力场的参考面。已知的正常重力位 U 可作为地球外部重力位 W 的一个近似，其间的差异即为扰动位 T ：

$$T = W - U \quad (1.3.3)$$

由此即可将求解 W 归结为求解一个微小量 T 。为了减小 T 的数值，以利求解，正常椭球的确定，除了在几何形体上选择了旋转椭球外，在 4 个基本参数的选定上也要求与实际的地球参数相一致，而且还对椭球的定位和定向提出了要求，即椭球中心与地心尽可能一致，椭球短轴与地球平自转轴平行，椭球面上大地起始子午面与格林尼治大地子午面平行。

至于 4 个基本参数，可采用不同的参数组合，现在国际上通用的 4 个参数即 1979 年 IUGG 第 17 届大会通过的该组参数值为（称为 1980 年大地参考系统 GRS 80）： $a = 6378137\text{km}$, $J_2 = 1082.63 \times 10^{-6}$, $GM = 3.986005 \times 10^{14}\text{m}^3/\text{s}^2$, $\omega = 7.292115 \times 10^{-5}\text{rad/s}$

我国 1980 年大地坐标系则采用 1975 年 IAG 第 16 届大会推荐的椭球参数，其中除 $a = 6378140\text{km}$ 外，其余 3 个参数值与上面相同。

由 GRS-80 所确定的 4 个参数，可算得扁率 $\alpha = 1/198.257$ ，赤道处的正常重力 $\gamma_a = 978032.1\text{mGal}$ ，两个常系数 $\beta = 0.0053024$, $\beta_1 = -0.0000058$ ，代入下式可计算出纬度 B 处平均椭球面上的正常重力：

$$\gamma_0 = \gamma_a (1 + \beta \sin^2 B + \beta_1 \sin^2 2B) \quad (1.3.4)$$

离正常椭球面高度为 H 的正常重力可按泰勒级数展开式得出，在计算 γ 的一阶及二阶导数时， γ 可采用半径为 R 的匀质圆球的引力，于是

$$\gamma_H = \gamma_0 (1 - 2 \frac{H}{R} + 3 \frac{H^2}{R^2} + \dots) \quad (1.3.5)$$

若只顾及一次项，并将相应常数代入，则有：

$$\gamma_H = \gamma_0 - 0.3086 H \quad (1.3.6)$$

2. 平均地球椭球

其表面最佳拟合于全球大地水准面的旋转椭球称为平均地球椭球，亦即，所确定的平均地球椭球须使全球范围内的大地水准面差距的平方和为最小，可用数学式表示为^[81]：

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} \{N(B, L)\}^2 d\sigma = \min \quad (1.3.7)$$

式中， $N(B, L)$ 表示经纬度为 B, L 处的大地水准面差距， σ 为相应于整个地球表面的单位球。如此定义的平均地球椭球，可以证明它具有以下的性质：

- a. 它即为正常椭球，其表面正是等位面，其上与大地水准面上具有相同的重力位；
- b. 其中心与地心重合，其总质量等于地球的质量；
- c. 作为旋转轴的短轴与地球旋转轴重合，并具有与之相同的角速度；
- d. 其正常重力场具有与地球重力场相同的二阶带谐系数。

对于平均地球椭球的定义式 (1.3.7)，也可采用下面两个等价而形式不同的式子：

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g^2 d\sigma = \min \quad (1.3.8)$$

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} (\xi^2 + \eta^2) d\sigma = \min \quad (1.3.9)$$

式中， Δg 为大地水准面上的重力异常， ξ, η 分别为垂线偏差的南北分量及东西分量。

正常椭球和平均地球椭球都在全球范围内提供了统一的地球数学物理模型。尤其是平均椭球面既是一个重力等位面，又能最优拟合于大地水准面，这对于研究地球形状和地球重力场都是非常有利的。

其实，有些文献中，将正常椭球与平均地球椭球等同起来，也不无道理。由于全球范围内大地水准面的准确求定仍将是今后的长期任务，目前直接用 (1.3.7) 式来确定平均地球椭球还有困难。国际上通常的做法是，按地心坐标系对正常椭球进行定位定向，并随着地球重力场模型的改善对椭球参数不断地改进，使之渐次向平均地球椭球的理想目标趋近。例如全球定位系统所对应的 WGS-84 椭球就是一个定位在地心的旋转等位椭球，该椭球的中心和坐标轴指向是与可看作为协议地球坐标系的 WGS-84 三维直角

坐标系相一致的。WGS-84 椭球的 4 个基本大地参数基本上与 GRS-80 中的参数一致，而与 WGS 地球重力模型相联系，因此也可以说，WGS-84 定义了一个平均地球椭球。

其实，对大地水准面的最佳逼近也是有阶段性的，是与当时测绘科学技术水平有关的，1967 年大地参考系统（GRS-67）在当时曾被认为是对大地水准面的最佳逼近，而被看作为平均地球椭球，随后则又出现了 GRS-75，GRS-80 更完善的地球椭球模型。

有的学者认为平均地球椭球是从重力上对地球的最佳逼近，而并不能最佳逼近地球的自然表面，因此提出一种从几何上最佳逼近地球自然表面的地球椭球模型，即是使全球范围内大地高的平方和为最小，利用全球数字化地形模型及全球重力位模型，从一个已知椭球（GRS-80）出发，就能方便地确定椭球的大小、形状和定位^[85]。该椭球的理论意义和实用价值尚有待于进一步验证。只是该椭球的中心与地心可能有百余米的偏差，这对于地心坐标系与地球椭球的统一、几何大地测量与物理大地测量的密切结合将会产生不利的影响。

1.3.4 平均海平面和海面地形

由上所述，区域性大地水准面是由平均海平面所确定的。平均海平面的实际求定则是在同一验潮站上取一个时期的潮位（瞬时海面）的平均面。这一时期至少是一个潮汐周期（25 小时），可以是 1 个月、6 个月或 1 年；从理论上说，最好是 18.6 年。由 1 年验潮结果求得的平均海平面，其互差一般在几个厘米以内。例如我国 1956 年国家高程基准与 1980 年国家高程基准中所取的黄海平均海平面实际上只是相差 3cm 左右。

然而，潮汐、气压、海水密度、河流入海的涨落、海流方向的变化等诸多因素都在影响平均海面的变化。平均海平面实际上并不能看作是处于完全静止的平衡状态的海平面，其间的差异称为海面地形。海面地形中的稳定部分可称为静态海面地形或似静海面地形，随时变化的部分称为瞬时海面地形或动态海面地形。由于大多数验潮站都位于拥有相当大的陆地块的海岸线上，海面地形的成因就更复杂。各验潮站各自所得的平均海面因所含的海面地形的影响不同，就会形成较大的偏差，例如我国沿海海面的总趋势是南高北低，最大相差数十厘米。因不同海域间海面地形不同而造成的对平均海面的相对影响常称为海面倾斜。

据近 20 年来的大量研究，全球海面存在着上升趋势，平均为 1~2mm/a，精确测定和预测海面变化除了利用验潮站的水位记录外，还需要利用空间大地测量技术及绝对重力测量。

第二章 地球坐标系和地球椭球

§ 2.1 概 述

地面和空间点位的确定总是要参照于某一给定的坐标系。坐标系是人为设计和确定的，根据不同的使用目的，所采用的坐标系亦各不相同。大地测量中采用的坐标系主要有两大类型，即天球坐标系和地球坐标系。天球坐标系的定义及其实现将在《卫星大地测量》课程中介绍，在此仅作说明的是，它与天文学中的第二赤道坐标系（用赤经 α 和赤纬 δ 表述点位）相类似，区别在于卫星大地测量中把坐标系的原点设在地球质心，而在天文学中则选在日心；因采用卫星大地测量技术能够测定卫星至测站的距离，并从而推算卫星至地心的距离，故可采用三维直角坐标来表述点位，而天文学中则仅能用球面坐标 (α, δ) 来表示天体的方向。由于空间大地测量与天文观测相比，精度要高得多，因此就所定义的惯性系而言，河外射电源CIS的精度要高于恒星CIS的精度。由通向各恒星的方向所定义的恒星CIS，其精度是难以提高到 $0.01''$ 以上的。

地球坐标系就是固定在地球上并和地球一起自转和公转的坐标系。我们日常采用的坐标系统，虽则表现形式各有不同，但均是与地球体相固联，从这个意义上说，都可以认为是属于地球坐标系。但通常地球坐标系专指全球或国家统一定义并确定的坐标系。从几何意义上说，定义坐标系的关键就在于坐标原点、坐标轴指向及边长尺度的选取。对于地球坐标系而言，显然须使它的一个坐标轴（Z轴）重合或平行于地球的自转轴。

根据所选取的坐标原点位置的不同，地球坐标系可分为地心坐标系和参心坐标系，前者的坐标原点与地球质心相重合；后者的坐标原点则偏离于地心，而重合于某个国家、地区所采用的参考椭球的中心。

地球坐标系的建立与地球椭球的选取有着十分紧密的联系。对于协议地球坐标系，最好设置平均地球椭球与其相对应，而参心坐标系则直接源自于参考椭球。从理论上说，只要空间直角坐标系的原点 O 与椭球中心相重合，Z轴与椭球短轴相重合，ZOX坐标面与起始大地子午面重合。空间点位的三维直角坐标与椭球面上的大地纬度 B 、大地经度 L 、大地高 H （点位沿椭球面法线方向到椭球面的距离）存在着严格的对应关系，它们是两种等价的坐标表述方式。

然而，采用常规的测角、量边、天文观测技术只能测定和解求点位的大地经纬度，而对于国家控制网的计算是以参考椭球面作为基准面的。因不能直接测定大地高，而由水准测量测定的正常高加上内插估算的高程异常所推求的大地高精度甚低（仅有米级），所以参心大地坐标系实质上仅是一个二维的曲面坐标系。由大地经纬度与推估所得的大地高相组合并不能对应于一个严格的三维坐标系。常规的大地坐标系是通过天文测量来构成与恒星惯性系的联系，以确定椭球短轴的方向和起始大地子午面的位置。

地心地固坐标系是藉助于空间大地测量技术，并由惯性参考系经多重转换而逐步建立起来的。作为协议地球坐标系尚在不断改进、完善之中。在其坐标系的定义中，还包括各种天文、地球、物理及大地参数，例如岁差、章动、极移、地球自转角速度、光速等。

采用卫星大地测量技术可以直接测定点位的三维直角坐标及坐标差，因此椭球面作为计算基准面的作用就大大地降低了。然而协议地球坐标系所采用的平均地球椭球却具有比参考椭球更加重要的意义，它为几何大地测量和物理大地测量提供了统一的参考系，它不仅为全球点位的空间表述，而且亦为确定全球大