



◎丛书总主编 吴 康
◎本册主编 黄照欣

奥赛金牌

题典

AOSAI JINPAI TIDIAN

高中物理



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

奥赛金牌之路丛书

本册主编 黄照欣

Aosai Jinpai Tidian
奥赛金牌
题典
高中物理



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

· 桂林 ·

编委会名单

总 主 编:吴 康

副 总 主 编:黄照欣 莫海洪 王正询

编 委:(以姓氏笔画为序)王向东 冯 杰 苏文龙

吴 毅 张学荣 赵荻帆 骆慧明 殷志学

梁中波 黄文斐

本 册 主 编:黄照欣

本 册 编 者:冯 杰 黄爱国 叶正波 黄照欣

奥赛金牌题典 高中物理

主 编 黄照欣

责任编辑:张贻松

装帧设计:杨 琳

广西师范大学出版社出版发行

广西桂林市育才路15号 邮政编码:541004

网址:<http://www.bbtpress.cn>

广西师范大学印刷厂印刷

*

开本:890×1240 1/32

印张:15.75

字数:599千字

2004年6月第1版

2004年6月第1次印刷

ISBN 7-5633-3572-2/G·2307

定价:16.80元

前 言

中学物理教育是基础教育的重要组成部分,每年一度的全国中学生物理竞赛在激发中学生对物理学科的学习兴趣,培养科学思维能力和创新能力等方面起到了重要作用,并产生了积极的影响,因此越来越受到中学师生的重视.

为了配合中学生参加全国中学生物理竞赛,向他们提供可读性强、有参考实用价值的阅读材料,我们依据教学大纲和竞赛考纲编写了本书.立足基础、配合教学、面向竞赛是我们编写的指导思想.我们在浩瀚的资料中选编了 A 类题(例题)、B 类题(训练题)和 C 类题(竞赛套题).A 类题既有题目分析和详细解答,又有言简意赅的点评,使读者能从中学会分析问题和解决问题,提高物理思维的能力;B 类题为读者练习提供了各种类型的好题目和较为详细的解答,有助于检查学习效果;C 类题则能使读者更好地了解国内、国际物理竞赛的最新动态.我们相信通过阅读本书,读者一定能够收到扩大知识面,提高分析问题和解决问题的能力,提高灵活运用物理知识的能力,达到提高物理竞赛成绩的效果.因此本书是中学生课外学习和竞赛训练的理想读物.

参加本书编写的是大学和著名重点中学的骨干教师,具有丰富的教学经验和物理竞赛辅导经验,他们辅导过的学生有多人次获得全国中学生物理竞赛一、二等奖.本书第一册由广州六中黄显第、李颖,广州执信中学肖卓达编写;第二册由华南师范大学张学荣,广州广雅中学叶道照,广东省实验中学余乃明编写;第三册由华南师范大学黄照欣、冯杰,华南师范大学附中叶正波、黄爱国编写;全书由黄照欣主编.

在本书编写过程中参阅了众多文献和资料,恕不在此一一列出,谨向这些文献、资料的作者表示衷心的感谢.由于编者水平有限,错误和不足之处在所难免,恳请读者批评指正.

编 者



目 录

第 I 部分 物理竞赛题

第一章 力学综合

A 类题	(1)
B 类题	(19)
B 类题解答或提示	(26)

第二章 力学方法

A 类题	(48)
B 类题	(65)
B 类题解答或提示	(71)

第三章 热学综合

A 类题	(86)
B 类题	(108)
B 类题解答或提示	(120)

第四章 热学方法

A 类题	(136)
B 类题	(142)
B 类题解答或提示	(143)

第五章 电磁学综合

A 类题	(147)
B 类题	(169)
B 类题解答或提示	(175)

第六章 电磁学方法

A 类题	(200)
B 类题	(215)
B 类题解答或提示	(222)

第七章 光学综合

A 类题	(245)
B 类题	(271)
B 类题解答或提示	(279)

第八章 光学方法

A 类题	(296)
B 类题	(303)
B 类题解答或提示	(305)

第 II 部分 物理竞赛套题

第九章 国内竞赛套题

国内竞赛套题解答	(310)
国内竞赛套题解答	(342)

第十章 国际竞赛套题

国际竞赛套题解答	(456)
国际竞赛套题解答	(470)

● 第 I 部分 物理竞赛题

第一章 力学综合 A 类题

A1. 在倾角 $\alpha = \pi/6$ 的雪坡上举行跳台滑雪比赛 (图 1-1), 运动员从坡上方 A 点开始下滑, 到起跳点 O 时借助设备和技巧, 保持在该点的速率而以与水平面成 θ 角的方向起跳, 最后落在坡上的 B 点, 坡上 O、B 两点的距离 L 为此项运动的记录. 已知 A 点高于 O 点 $h = 50 \text{ m}$. 忽略各种阻力和摩擦, 求最远可跳多少米? 此时起跳角为多少?

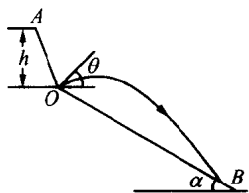


图 1-1

分析: 本题从运动学角度分析属于曲线运动中的斜抛运动; 从动力学角度分析知, 运动物体仅受重力作用 (忽略阻力); 运动过程分两个阶段; 结果需要求极值.

解: 建立坐标系如图 1-2 所示, 运动员在 $t = 0$ 时, 从 O 点以速度 v 起跳, v 的大小可由机械能守恒定律求得

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh$$

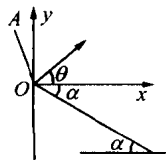


图 1-2

起跳后做斜抛运动, 设 t 时刻落到坡面 B 处, 则此时坐标为

$$\begin{aligned}x &= vt \cos \theta \\y &= vt \sin \theta - \frac{1}{2} gt^2\end{aligned}$$

它们必须满足坡面方程

$$y = -\tan \alpha \cdot x$$

由以上三方程解得

$$gt [t - 2v(\tan \alpha \cos \theta + \sin \theta)/g]/2 = 0$$

$t = 0$ 不合题意, 故知落地时刻为

$$t = 2v(\tan \alpha \cos \theta + \sin \theta)/g = 2v \sin(\alpha + \theta)/g \cos \alpha$$

而着地点 B 的 x 坐标为

$$x = 2v^2 \cos \theta \sin(\alpha + \theta)/g \cos \alpha$$

坡面 OB 距离为

$$L(\theta) = x/\cos \alpha = 2v^2 \cos \theta \sin(\alpha + \theta)/g \cos^2 \alpha$$

为求最佳起跳角和最高记录, 需把 $L(\theta)$ 对 θ 求最大值. 由于

$$\cos \theta \sin(\alpha + \theta) = [\sin(2\theta + \alpha) + \sin \alpha]/2$$

故知, 当 $2\theta + \alpha = \frac{\pi}{2}$ 时, 即当

$$\theta = \theta_0 = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)/2 = \pi/6$$

时, 最高记录为

$$\begin{aligned}L_{\max} &= L(\theta) = \frac{2v^2}{g} \frac{\cos(\pi/6) \sin[(\pi/6) + (\pi/6)]}{\cos^2(\pi/6)} \\&= 4h = 200 \text{ m}\end{aligned}$$

即最佳起跳角为 $\theta_0 = \pi/6$, 最高记录可达 200 m.

点评: 抛物运动有向上斜抛、平抛和向下斜抛三种, 一般只考虑受重力作用, 但有的问题要考虑给定阻力的作用, 这时要分析给定阻力的大小和方向, 此时机械能不守恒. 解该类题目一定要根据题图选择合适的坐标系, 分段列方程, 应明确必须要用极限分析法才能得出正确结论.

[A2] 如图 1-3 所示, A 是放置在光滑水平面上的滑块, 其质量为 M , 滑块的上端面是一水平台面, 台面的长度和高度均为 h , 滑块的侧面有一条长度为 $\frac{1}{8}$ 圆周的圆弧形光滑槽, 槽底跟水平面相切. 另有一条高为 H 的固定光滑导轨, 导轨的底端正好对准 A 的滑槽. B 是一个质量为 m 的小球, $m = 0.4M$, 它由导轨的顶端滑

下,初速度为零.试问,欲使小球撞击中 A 的平台,高度比 H/h 的数值范围是多少?

分析:本题中物体运动过程可以分为三个阶段: B 从导轨滑下; B 球经过 $\frac{1}{8}$ 圆弧槽; B 与滑块 A 的相连运动,既有牵连运动又有相对滑动.

解:设小球 B 下滑到滑块 A 槽底端时的速度为 v_0 ,根据机械能守恒,有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgH \quad (1)$$

在小球刚到达滑块 A 槽顶端时,设 B 球的速度为 v ,其水平方向和竖直方向的分量分别为 v_x 和 v_y ,滑块向左运动的速度为 v_1 ,根据机械能守恒,有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2}Mv_1^2 + mgh \quad (2)$$

在小球冲上滑块的过程中,小球、滑块系统动量的水平分量守恒,按图 1-4 所示坐标系有

$$mv_0 = mv_x + Mv_1$$

又设 B 球在滑槽顶端相对于滑块的速度为 v' ,

则

$$v_x = v_x' + v_1$$

$$v_y = v_y'$$

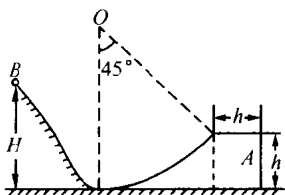


图 1-3

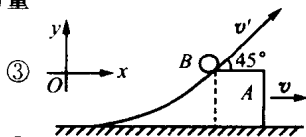


图 1-4

由滑槽是 $\frac{1}{8}$ 圆周知, B 球相对于 A 的速度跟水平方向夹角为 45° ,故

$$\frac{v_y'}{v_x'} = \tan 45^\circ = 1 \quad (6)$$

由①~⑥式解得

$$v_x'^2 = \frac{2MgH - 2(M+m)gh}{2M+m} \quad (7)$$

要冲击平台, B 球相对于台面的射程 L' 需满足如下关系:

$$h \geq L' \geq 0 \quad (8)$$

而

$$L' = v_x' \frac{v_y'}{g} \quad (9)$$

由⑥、⑦、⑨式解出 L' , 再代入⑧式整理得

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{5m}{4M}\right)h \geq H \geq \frac{m+M}{M}h \quad (10)$$

已知 $\frac{m}{M} = 0.4$, 代入⑩式得

$$2 \geq \frac{H}{h} \geq 1.4.$$

讨论: 本题中, 小球 B 和滑块 A 都是在无摩擦下运动, 问题简单得多. 如果圆弧轨道不是 $\frac{1}{8}$ 圆周, 则 v' 与水平面夹角就不是 45° , 但并不会增加本题难度, 只是求解复杂一些. 因此, 分析清楚题意并结合考虑各种变化因素是最重要的.

点评: 解该题的关键是第三过程, A 与 B 的相对滑动, 由于 B 球要向上斜抛, 所以, 只在 A 获得速度 v_1 过程中 (暂态), AB 系统在水平方向上的动量是守恒的.

[A3] 用 20 块质量均匀分布的相同光滑积木块, 在光滑水平面一块叠一块地搭成单孔桥, 已知每一积木块的长度为 l , 横截面是边长为 $h = l/4$ 的正方形. 要求此桥具有最大跨度 (即桥孔底宽). 试画出该桥的示意图, 并计算跨度与桥孔高度的比值.

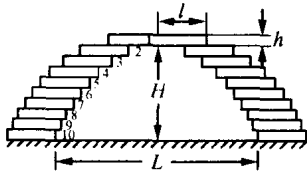


图 1-5

分析: 积木块是光滑的, 所以不需要考虑积木块之间的水平作用力; 积木块之间无摩擦力, 系统只在重力作用下平衡.

解: 用积木块搭成如图 1-5 所示的单孔桥时, 跨高

$$H = 10h - h = 9h. \quad ①$$

最大跨度 L 可求得如下: 由于积木块是光滑的, 最上层两块积木间应无水平方向的相互作用力, 其他各积木块之间也无水平作用力. 设第 n 块积木端点与第 $n+1$ 块积木端点的距离为 Δx_n (见图 1-6), 则第 n 块以上共有 $n-1$ 块积木, 其合重力的作用线应在第 n 块积木的边缘 B 点的左方或通过 B 点, 否则上面的积木将不能维持平衡. 现要求跨度最大, 因此合重力应通过 B 点. 选择第 $n+1$ 块积木边缘 A 点为支点, 第 n 块积木的力矩平衡条件为

$$(n-1)G\Delta x_n = G(l/2 - \Delta x_n)$$

式中 G 为每块积木所受的重力. 由②式可得

$$\Delta x_n = l/2n = 2h/n,$$

因此, $L = 2 \sum_{n=1}^9 \Delta x_n = 4h \sum_{n=1}^9 (1/n),$

$$L = 4h(1 + 1/2 + \cdots + 1/9) = 11.32h,$$

所以,

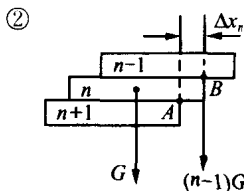


图 1-6

$$L:H=11.32h:9h=1.258.$$

点评: 本题实际上是力矩平衡的问题. 搭成的桥稳定, 必须是桥上的每块积木所受合力矩为零. 所以, 对此类问题应采取删繁就简的策略思考问题. 本题要求桥的跨度和桥高及其比值, 关键是求出 Δx_n . 本题也是用隔离分析法解题的典型例子, 初看起来似乎很复杂, 但选定其中一块积木为对象, 分析它的平衡条件及其与相邻积木的受力关系和力矩平衡关系, 很快求得 Δx_n 应满足的关系, 同时在分析过程中, 也用到归纳等思维方法.

A4. 如图 1-7 所示, 轻滑轮两边分别悬挂相同的托盘和砝码. 设系统处于静止状态时右边砝码挂在盘底上方 l 处, 然后右边砝码由于细线断裂而自由落下, 已知每个托盘的质量和砝码的质量都是 M , 绳子与滑轮无摩擦且重量不计. 求:

- (1) 当右边砝码撞击盘底前一瞬间系统的总动能;
- (2) 碰撞前后系统的总动量.

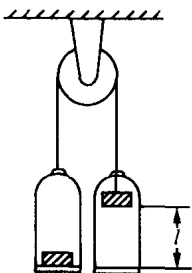


图 1-7

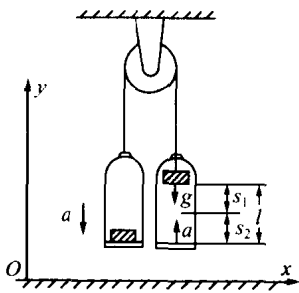


图 1-8

分析: 首先应明确, 系统挂在定滑轮上, 所以碰撞过程中, 系统的总动量不守恒. 同时还可以分析出, 当右盘上方砝码下落时, 右盘却是上升的.

解: (1) 根据题意, “系统”是指轻滑轮、细绳、托盘和砝码所组成的系统. 以地面上的一点 O 为原点, 建立直角坐标系 xOy 进行观察研究(图 1-8). 右边砝码线断后自由下落 s_1 , 右盘与之相撞. 且有

$$s_1 = \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

砝码悬线断裂后, 右盘以加速度 $a = \frac{1}{3} g$ 上升一段距离 s_2 , 与下落的砝码相撞, 且:

$$s_2 = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{6} gt^2 \quad (2)$$

由题意可知:

$$s_1 + s_2 = l \quad (3)$$

将①、②、③式联立求解,得

$$s_1 = \frac{3}{4} l, \quad s_2 = \frac{1}{4} l$$

碰撞前右砝码的速度

$$v_1^2 = 2gs_1$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{3}{2} gl} \quad (\text{竖直向下})$$

碰撞前右盘的速度

$$v_2^2 = 2gs_2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{1}{6} gl} \quad (\text{竖直向上})$$

碰撞前左盘及其中的砝码的速度亦为 $v_2 = \sqrt{\frac{1}{6} gl}$, 方向为竖直向下, 因此, 碰撞前系统的总动能 $E_{k\text{总}}$ 为

$$E_{k\text{总}} = \frac{1}{2} \times 3Mv_2^2 + \frac{1}{2} Mv_1^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 3M \times \frac{1}{6} gl + \frac{1}{2} M \times \frac{3}{2} gl$$

$$= Mgl.$$

(2) 在计算动量时, 若以竖直向上为正值, 则在碰撞前后砝码的动量为 $-Mv_1$, 右盘的动量为 Mv_2 , 左盘及左砝码一起的动量为 $-2Mv_2$, 所以碰撞前系统的总动量为

$$p = -Mv_1 + Mv_2 - 2Mv_2$$

$$= -\left(\sqrt{\frac{3}{2} gl} + \sqrt{\frac{1}{6} gl}\right) \times M$$

$$= -4M\sqrt{\frac{1}{6} gl}.$$

碰撞后, 左盘和右盘一起运动. 由于左盘、右盘以长度不变的绳子相联结, 所以它们运动的速度大小应该一样, 而方向相反, 再加上质量相等 ($2M$), 结果左盘及砝码的合动量与右盘及砝码的合动量总是大小相等、方向相反, 因而系统的总动量必为零.

讨论: 碰撞后的速度可推导如下: 设在碰撞过程中绳子张力的冲量为 $I_{\text{绳}}$, 碰

撞后左盘以速度 v_2' 坚直上升, 则右盘以 v_2' 坚直下降. 左、右绳中的张力永远相等, 所以在碰撞过程中左、右盘所受的冲量都是坚直向上的 $I_{\text{绳}}$, 重力的冲量则由于碰撞时间很短 ($I_{\text{重}} = 2Mg\Delta t$) 而可以忽略不计. 根据冲量定理, 有

$$\text{左盘} \quad I_{\text{绳}} = 2Mv_2' - (-2Mv_2) = 2Mv_2' + 2Mv_2$$

$$\text{右盘} \quad I_{\text{绳}} = -2Mv_2' - (-Mv_1 + Mv_2)$$

两式相减, 得

$$4Mv_2' + 3Mv_2 - Mv_1 = 0$$

$$4Mv_2' = M\left(\sqrt{\frac{3}{2}gl} - 3\sqrt{\frac{1}{6}gl}\right) = 0$$

$$v_2' = 0$$

$$I_{\text{绳}} = 2M\sqrt{\frac{1}{6}gl} = M\sqrt{\frac{2}{3}gl}.$$

点评: 本题在碰撞过程中动量不守恒, 因为在滑轮轴上有一很大的冲力 (对系统来说这是外力), 它给系统的冲量不等于零, 所以系统的总动量应该不守恒.

[A5.] 质量为 m 的均匀木板对称地放在两个滚柱上, 两滚柱轴线间的距离为 l , 其中一个与板间的摩擦因数为 μ , 另一个与板可以无摩擦地滑动. 用一劲度系数为 k 的弹簧将板连接在坚直墙壁上, 如图 1-9 所示. 当板处于平衡位置时, 使不光滑的滚柱快速旋转起来. 问摩擦因数 μ 为多大时, 木板相对平衡位置有了位移后可以做简谐振动? 频率是多少?

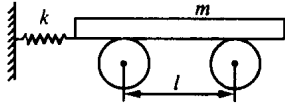


图 1-9

分析: 本题中与木板无摩擦滑动的滚柱, 可以不考虑其对系统的影响, 则显然当不光滑滚柱旋转时, 木板在水平方向只受两个力作用.

解: 在板相对于平衡位置有位移 (x) 时, 就产生了不可抵消的水平力, 力的大小与位移量成正比. 来自弹簧的力 ($-kx$) 其方向指向平衡位置. 由于滚柱间正压力的重新分配, 不光滑滚柱的摩擦力也决定于位移 x . 由哪个轮子是不光滑的以及它的旋转方向如何, 可以决定这个力是指向平衡位置 ($-\mu \frac{mg}{l}x$), 还是指向反方向, 即与位移同向 ($+\mu \frac{mg}{l}x$). 在这两种情况下, 板的运动方程的区别仅在于含摩擦因数的那一项的符号, 即

$$ma_x = -kx \mp \mu \frac{mg}{l}x$$

由此得

$$a_x = - \left(\frac{k}{m} \pm \frac{\mu g}{l} \right) x.$$

当不光滑左轮顺时针旋转(或不光滑右轮逆时针旋转)时,无论 μ 为何值,板都将做简谐振动,频率为

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m} + \mu \frac{g}{l}}.$$

如果旋转方向相反(即不光滑右轮顺时针旋转,或不光滑左轮逆时针旋转),则有

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m} - \mu \frac{g}{l}}.$$

但只有 $\mu < kl/mg$ 时,以此频率的运动方能实现.

点评: 本题关键是导出回复力的表达式. 因为只有受回复力即与位移(形变)成正比反向的力作用的系统才做简谐振动. 注意: 系统仅受 $F = -kx$ 作用力时才做简谐振动.

A6. (第七届全国中学生物理竞赛决赛笔试试题) 一薄壁圆柱形烧杯, 半径为 r , 质量为 m , 重心位于中心线上, 离杯底的距离为 H . 今将水慢慢注入杯中, 问烧杯连同杯中的水共同重心最低时水面离杯底的距离等于多少? 为什么? (设水的密度为 ρ)

分析: 开始注水时, 共同重心在水面之上, 这时如再加水, 就等于在共同重心下方加质量, 所以重心将会随着水的注入而逐渐下降.

当重心下降到水面时, 重心最低, 因为此时如再加水, 就是在共同重心上加质量, 重心就会升高.

解: 重心最低时的高度 h 应满足

$$\rho \pi r^2 h \cdot \frac{h}{2} g + mgH = (\pi r^2 h \rho + m) hg$$

解得

$$h = \frac{-m + \sqrt{m^2 + 2\pi r^2 \rho m H}}{\pi r^2 \rho}$$

点评: 解答本题的关键是要明确杯中注水后, 重心下降到水面时, 共同重心最低.

A7. (第九届全国中学生物理竞赛决赛笔试试题) 在 xz

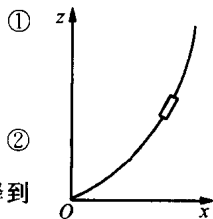


图 1-10

竖直平面内,支在 origin O 的一根弯杆,其形状可以用函数 $z = x^2/k$ 来描写, k 为有长度量纲的非零正常数.在杆上穿有一个滑块,杆与滑块间的静摩擦因数为 μ (图 1-10).

(1) 不考虑摩擦,求滑块的高度为 z 时,它在沿杆方向的加速度的大小.下列 5 种答案中有一个是正确的,试作出判断并说明理由: 0 、 g 、 $2g\sqrt{z/(4z+k)}$ 、 $gz\sqrt{4z^2+k^2}$ 、 gz/k .

(2) 考虑摩擦,但杆不动,在什么情况下滑块可以在杆上静止? (用 z 、 μ 、 g 、 k 等表示)

(3) 现在设杆以角速度 ω 绕 z 轴匀速转动,且有关系 $\omega = \sqrt{2g/k}$,这时滑块可以在何处相对于杆静止?

(4) 若 $\mu = 0.5$, $\omega = \sqrt{6g/k}$,则滑块不滑动的条件又如何?

分析: 本题的 4 种情况中后三种是平衡态的受力分析.第一种情况如果不考虑摩擦,则杆对滑块的作用力垂直于滑块所在位置的切线,滑块沿切线方向运动.

解: (1) 在不考虑摩擦时,滑块在杆上运动的加速度即为重力加速度的切向分量(图 1-11).

$$a = g \sin \theta$$

其中 θ 为滑块所在点杆的法线与重力方向的夹角. a 一般不为零,且一定不超过 g ,当 $z \rightarrow \infty$ 时,杆近于竖直, a 趋近于 g ,于是可判断

$$a = 2g\sqrt{z/(4z+k)},$$

由此算得

$$\sin \theta = 2\sqrt{z/(4z+k)},$$

$$\tan \theta = 2\sqrt{z/k}.$$

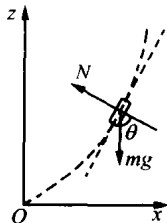


图 1-11

(2) 考虑摩擦而杆不动,则滑块静止为静力平衡.滑块受重力影响有下滑趋势,摩擦力朝上,支持力和摩擦力大小分别为

$$N = mg \cos \theta,$$

$$f = mg \sin \theta.$$

平衡条件要求

$$f/N \leq \mu N/N = \mu,$$

或

$$\tan \theta \leq \mu.$$

设 $z = z_0$ 时, $\tan \theta = \mu$, 则滑块静止的条件为

$$z \leq z_0 = \mu^2 k/4.$$

(3) 当杆匀速转动时,则在滑块相对于杆不动时,支持力和摩擦力在竖直方向的分力之和与重力平衡,在水平方向的分力之和使滑块产生水平的向心加速度,由此可得(不妨设摩擦力沿杆向上)

$$N \sin \theta - f \cos \theta = m \omega^2 \sqrt{kz} = (m \omega^2 k \tan \theta)/2,$$

$$N \cos \theta + f \sin \theta = mg,$$

由以上二式可解得

$$\frac{1}{N} = \frac{(1-A) \tan \theta}{1 + A \tan^2 \theta}, A = \omega^2 k/2g.$$

在本小题中,当 $\omega = \sqrt{2g/k}$ 时, $A = 1$, 有 $f/N = 0$, 即无摩擦力, 向心加速度完全由重力和支持力的合力提供. 这个关系对任何 θ 值都能满足, 即此时滑块在任何位置都相对于杆保持静止.

(4) 当 $\omega = \sqrt{6g/k}$ 时, $A = 3$, 由上小题中 f/N 的表示式可知, $f < 0$, 即摩擦力实际是向下的. 由于旋转太快而滑块有上移趋势, 滑块相对静止的条件为

$$|f|/N \leq \mu N/N = \mu,$$

即

$$\left| \frac{(1-A) \tan \theta}{1 + A \tan^2 \theta} \right| = \frac{2 \tan \theta}{1 + 3 \tan^2 \theta} \leq \mu = \frac{1}{2},$$

或

$$3 \tan^2 \theta - 4 \tan \theta + 1 \geq 0.$$

此二次函数不等式的判别式

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 > 0,$$

故不等式满足的条件为

$$\tan \theta \leq \frac{1}{3} \text{ 或 } \tan \theta \geq 1.$$

用 $\tan \theta = 2 \sqrt{z/k}$ 代入, 即得滑块相对不动应满足的条件为

$$0 \leq z \leq k/36 \text{ 或 } z \geq k/4.$$

讨论: 本题实际上是曲线运动在不同约束条件下的情况, 其约束曲线可以具体为抛物线、椭圆或圆的一部分, 但通常以圆轨迹为多数, 一般也只知道摩擦和无摩擦两种极端情况, 如果加大难度, 可以假定摩擦阻力是变力, 但其求解方法是相同的.

点评: 此题基本上可通过力的平衡条件求解, 但重点是讨论 $\omega = \sqrt{2g/k}$ 和 $\omega = \sqrt{6g/k}$ 时的情况. 第三种情况要注意力分解的分量方向, 最后用到解一元二次方程的知识.

A8. 劲度系数为 k 的水平轻质弹簧,左端固定,右端系一质量为 m 的物体.物体可在有摩擦的水平桌面上滑动(如图 1-12).弹簧为原长时物体位于 O 点,现在把物体沿弹簧长度方向向右拉到距离 O 点为 A_0 的 P 点按住,放手后弹簧把物体拉动,设物体在第二次经过 O 点前,在 O 点左方停止.计算中可以认为滑动摩擦因数与静摩擦因数相等.

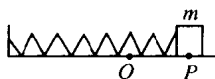


图 1-12

- (1) 讨论物体与桌面间的摩擦因数 μ 的大小应在什么范围内.
- (2) 求出物体停住点离 O 点的距离的最大值,并回答:这是不是物体在运动过程中所能达到的左方最远点?为什么?

分析: 可根据物体能停在距 O 点一定距离处不动的条件,来具体分析物体的运动.

解: (1) 物体在弹簧力和摩擦力的作用下,在距离 O 点为 L 处停住不动的条件是:

- (a) 物体速度为零;弹性势能的减少等于物体克服滑动摩擦力所做的功.
- (b) 弹簧力小于或等于最大静摩擦力.

据此对物体运动作如下分析:

物体向左运动并正好停在 O 点的条件是

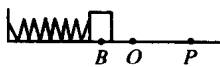
$$\frac{1}{2} k A_0^2 = \mu m g A_0$$

解得

$$\mu = k A_0 / 2 m g \quad (1)$$

如果 $\mu < k A_0 / 2 m g$,则物体将滑过 O 点.

设物体滑至 O 点左边 B 处(设 $OB = L_1$)时速度为零(如图1-13所示),则有



$$\frac{1}{2} k A_0^2 - \frac{1}{2} k L_1^2 = \mu m g (A_0 + L_1)$$

即

$$\frac{1}{2} k (A_0 - L_1) = \mu m g \quad (2)$$

若物体能停住,则 $k L_1 \leq \mu m g$. 故 μ 应满足

$$\mu \geq k A_0 / 3 m g \quad (3)$$

如果②式能满足,但 $\mu < k A_0 / 3 m g$,则物体不会停止在 B 处而要向右运动. μ 值越小则往右滑动的距离越远.设物体正好停在 O 点,则在

$$\frac{1}{2} k L_1^2 = \mu m g L_1 \quad (4)$$

图 1-13