

新编中学数学

缪志浩 刘钦熳 编著

手 册



中国物价出版社

新编中学数学手册

缪志浩 刘钦熳 等编著

中国物价出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

新编中学数学手册/缪志浩主编. —北京: 中国物价出版社, 1996.7

ISBN 7-80070-556-0

I . 新 … II . 缪 … III . 数学课 - 中学 - 教学参考资料 IV .
G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 13878 号

新编中学数学手册

缪志浩 刘钦熳主编

*

中国物价出版社出版发行

新华书店 经销

北京百善印刷厂印刷

787×1092 毫米 32 开 15.875 印张 400 千字

1996 年 8 月第 1 版 1996 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1—15000 册

ISBN7-80070-556-0/G · 91

定价: 20.00 元

本书编委会

主编 刘家桢

编委 王文勋 刘瑛 刘荔
李洪炎 李振兴 志浩
张芮 张旭 赵龙华
赵锡山 赵晓梅 荆晓
范茂成 陈素华 陈家骏
缪志钢

前 言

本书以现行中学数学教学大纲为准则，汇集、整理、精讲中学各年级数学的概念、定理，对读者全面、系统地掌握中学数学知识，提高分析问题和解决问题的能力会有一定的帮助。

本书包括代数、平面几何、立体几何、解析几何、数学用表等五部分，并将其归纳、整理为系统知识，使读者一目了然，也便于复习和查阅。

本书阐述理论简明凝练，内容翔实可靠，条理清晰，分类合理，系统全面，有机组成，既适用于预习和复习，也适用于升学考试前的准备，是中学生必备的工具书，也是教师和学生家长的辅导参考书。

在编写过程中，引用了一些其他出版物上的资料，特此一并鸣谢。

限于编者的水平，难免有错误纰漏，恳请读者批评指导。

参与本书编写的还有缪志浩、王蕾、陈纬、刘瑛、赵瑞、王建伟、赵锡寿、刘向前、王民范、雷而立、傅立平、陈功成、魏小强等。

编 者

1996.1.

目 录

第一部分 代 数

一、有理数	(1)	代数式的值	(9)
正数和负数	(1)	单项式	(9)
整数	(1)	单项式的系数	(10)
分数	(1)	单项式的次数	(10)
有理数	(1)	多项式	(10)
数轴	(1)	常数项	(10)
相反数	(2)	多项式的写法	(10)
绝对值	(2)	整式	(11)
有理数大小的比较	(2)	同类项	(11)
有理数加法法则	(3)	合并同类项	(11)
加法交换律	(3)	去括号法则	(11)
加法结合律	(3)	添括号法则	(12)
有理数减法法则	(4)	单项式加、减法法则	(13)
代数和	(4)	多项式的加、减法法则	
有理数乘法法则	(5)		(13)
乘法交换律	(5)	三、一元一次方程	(13)
乘法结合律	(5)	等式	(13)
乘法分配律	(6)	方程	(14)
有理数除法法则	(6)	方程的解	(14)
倒数	(6)	解方程	(14)
实数的乘方	(7)	同解方程	(14)
有理数的混合运算法则		方程同解原理一	(14)
	(7)	方程同解原理二	(14)
近似数	(9)	一元一次方程	(14)
二、整式	(9)	移项	(15)
代数式	(9)	一元一次方程的解法	(15)

列方程(组)解应用题(16)	三元一次方程(26)
四、一元一次不等式和		三元一次方程组(26)
一元一次不等式组	...(19)	三元一次方程组的解法	
不等号(19)(27)	
不等式(19)	用方程组解应用题举例	
不等式的解(19)(28)	
解不等式(19)	六、整式的乘法(29)
不等式解集在数轴上的 表示(19)	幕的运算法则(29)
同解不等式(20)	单项式的乘法法则(30)
不等式同解原理(一)(20)	单项式与多项式相乘的 法则(31)
不等式同解原理(二)(20)	多项式的乘法法则(31)
不等式同解原理(三)(20)	平方差公式(32)
一元一次不等式(20)	完全平方公式(33)
一元一次不等式的解法	...(20)	立方和与立方差公式(33)
一元一次不等式组(21)	同底数幕的除法法则(34)
一元一次不等式组的解		单项式除以单项式的法则	
(21)(35)	
五、一次方程组(23)	多项式除以单项式的法则	
二元一次方程(23)(35)	
二元一次方程的一个解		多项式除以多项式的法则	
(23)(36)	
二元一次方程的解集(23)	七、因式分解(36)
方程组(23)	因式分解(36)
二元一次方程组(23)	公因式(37)
方程组的解(23)	提公因式法(37)
解方程组(23)	运用公式因式分解法(37)
二元一次方程组的代入		用平方差公式分解因式	
消元法(23)(38)	
二元一次方程组的加减		用完全平方公式分解因式	
消元法(25)(39)	

用立方和立方差公式分解	
因式	(39)
十字相乘法	(40)
分组分解法	(41)
因式分解的一般步骤	(42)
八、分式	(42)
分式	(42)
有理式	(42)
分式的基本性质	(43)
分式的分子分母变换符号的法则	(43)
约分	(44)
最简分式	(44)
分式的乘法法则	(44)
分式除法	(45)
分式的乘方	(45)
同分母的分式加减法	(46)
倍式	(47)
公倍式	(47)
质因式	(47)
最低公倍式	(47)
通分	(47)
异分母的分式加减法	(48)
含有字母已知数的一元一次方程	(49)
公式变形	(49)
分式方程	(50)
增根	(50)
解分式方程的一般步骤	(50)
九、数的开方	(52)
平方根	(52)
开平方	(52)
算术平方根	(53)
立方根	(53)
开立方	(53)
笔算开平方	(53)
无理数	(54)
实数	(54)
实数与数轴	(55)
十、二次根式	(55)
二次根式	(55)
最简根式	(55)
二次根式的性质	(56)
二次根式的运算	(56)
分母有理化	(57)
有理化因式	(57)
十一、一元二次方程	(58)
一元二次方程	(58)
一元二次方程的解法	(59)
一元二次方程的根的判别式	(62)
一元二次方程的根与系数的关系	(63)
韦达定理的应用	(63)
二次三项式的因式分解	(65)
分式方程的一般解法	(65)
分式方程的特殊解法	(66)
无理方程	(66)
无理方程的解法	(67)
无理方程的特殊解法	(68)

二元二次方程	(68)	图象的方法	(78)
二元二次方程组	(68)	二次函数的极值	(79)
十二、函数及其图象	(70)	十三、集合	(82)
平面直角坐标系	(70)	集合	(82)
坐标平面	(70)	集合的元素	(82)
常量	(70)	有限集	(82)
变量(数)	(71)	无限集	(82)
函数	(71)	自然数集	(82)
函数值	(71)	整数集	(83)
自变量允许值范围	(71)	有理数集	(83)
函数的值域	(71)	实数集	(83)
函数关系	(71)	集合的表示方法	(83)
解析式	(71)	集合元素的性质	(83)
函数关系表示法	(71)	子集	(84)
象限	(72)	空集	(84)
函数的图象	(72)	集合的相等	(84)
函数的定义域的求法	(72)	集合的包含与相等的传递	
函数的值域的求法	(73)	性	(84)
正比例函数	(74)	真子集	(84)
正比例函数的图象	(74)	交集	(84)
正比例函数的性质	(75)	并集	(85)
比例系数	(75)	补集	(85)
一次函数	(75)	全集	(85)
一次函数的图象	(75)	韦恩图	(85)
一次函数的性质	(75)	十四、映射与函数	(87)
反比例函数	(76)	对应	(87)
反比例函数的性质	(76)	映射	(88)
反比例函数的图象	(77)	变量的变化范围	(88)
二次函数	(78)	闭区间	(88)
二次函数的图象	(78)	开区间	(88)
画二次函数 $y=ax^2+bx+c$		半开半闭区间	(88)

端点	(88)	常用对数	(105)
反函数	(91)	常用对数的性质	(105)
增函数	(92)	常用对数的首数和尾数	(105)
减函数	(92)		
奇函数	(92)	常用对数的首数的求法	(105)
偶函数	(92)		
关于奇函数、偶函数的图象的一些定理	(92)	常用对数的尾数的求法	(105)
幂函数	(92)		
幂函数的性质	(92)	真数与其常用对数的首数	
互为反函数的图象间的关系	(94)	尾数的关系	(106)
函数的单调性	(95)	自然对数	(107)
十五、指数与对数	(97)	对数函数	(107)
负整数指数幂	(97)	对数函数的图象和性质	
零指数幂	(97)		
正分数指数幂	(97)	十六、任意角的三解函数	
负分数指数幂	(97)		
有理指数幂	(97)	指数函数与对数函数的关系	(107)
指数式	(97)	幂函数、指数函数、对数函数值大小的比较	(107)
有理指数幂的运算法则	(97)	指数方程	(110)
指数函数	(100)	指数方程的解法	(110)
指数函数的图象和性质	(101)	对数方程	(111)
对数式	(102)	对数方程的解法	(111)
对数的性质	(102)		
指数式与对数式的关系	(102)		
对数运算法则	(102)		
对数的换底公式	(102)		

特殊角的三角函数值(117)	半角三角函数公式(137)
终边相同的角的同一三角 函数的值相等(118)	万能公式(138)
三角函数值在各角限的 符号(118)	和差化积公式(138)
三角函数的定义域(119)	积化和差公式(139)
同角三角函数间的关系 (公式)(119)	降幂公式(139)
诱导公式(123)	十九、反三角函数和简单 的三角方程(146)
互为余角的三角函数关系 (公式)(123)	反正弦函数(146)
使用诱导公式的一般步骤(124)	反正弦函数的性质(146)
十七、三角函数的图象 和性质(125)	反余弦函数(148)
三角函数线(125)	反余弦函数的性质(148)
正弦函数的图象(126)	反正弦函数(150)
正弦函数的主要性质(128)	反正弦函数的性质(150)
余弦函数的图象(128)	反余切函数(152)
余弦函数的主要性质(129)	反余切函数的性质(152)
周期函数(130)	反三角函数(153)
振动的频率(131)	三角方程(153)
相位(131)	最简单的三角方程(153)
正切函数的图象(134)	含有同一未知数的同一个三 角函数的方程的解法	...(155)
正切函数的主要性质(135)	化同名同角解三角方程(156)
余切函数的图象(136)	关于 $\sin x$ 、 $\cos x$ 的齐次 方程的解法(157)
余切函数的主要性质(136)	一些简单的三角方程的 特殊解法举例(158)
十八、三角恒等式(136)	增根问题(159)
两角和、差的三角函数 公式(136)	遗根问题(160)
倍角三角函数公式(137)	二十、解三角形(162)
		解三角形(162)
		直角三角形的等量关系	

.....	(162)	等差中项	(180)
余弦定理	(162)	等差数列的性质	(180)
正弦定理	(163)	等差数列解题基本方法	(180)
三角形面积公式	(163)	(180)
解直角三角形	(164)	等比数列	(183)
解斜三角形的主要依据	(165)	等比中项	(183)
斜三解形的解法	(166)	等比数列的通项公式	(183)
二十一、不等式	(169)	等比数列前 n 项和的公式	(183)
不等式的性质	(169)	(183)
不等式的证明	(170)	等比数列解题基本方法	(184)
证明不等式常用到的定理 和推论	(170)	二十三、极限	(187)
算术平均数	(170)	数列 $\{a_n\}$ 的极限	(187)
几何平均数	(170)	数列极限的四则运算	(188)
不等式的证明方法	(170)	在运算中几个常用数列的 极限	(189)
一元二次不等式的解法	(174)	当 $x \rightarrow \infty$ 时函数的极限	(190)
绝对值不等式	(177)	函数 $f(x)$ 当 $x \rightarrow \infty$ 时的极 限为 A 的几何意义	(191)
绝对值不等式的基本性质	(177)	当 $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限	(191)
绝对值不等式的解法	(178)	函数 $f(x)$ 当 $x \rightarrow x_0$ 时的极 限为 A 的几何意义	(192)
二十二、数列	(178)	函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的左 极限	(193)
数列	(178)	函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的右 极限	(193)
数列的通项公式	(179)	极限存在定理	(193)
有穷数列	(179)	函数极限的运算法则	(193)
无穷数列	(179)	函数的改变量	(195)
等差数列	(179)		
等差数列的通项公式	(179)		
等差数列前 n 项和的公式	(179)		

函数的平均变化率	(196)	三元线性方程组解的行列式表示法	(210)
函数的变化率	(196)	二十六、复数	(212)
二次函数的变化率	(198)	虚数单位 i	(212)
导数的几何意义	(198)	复数	(212)
平均速度	(199)	复数的相等	(213)
瞬时速度	(200)	复数平面	(214)
函数的单调性	(200)	复数大小的比较	(214)
极大值与极小值	(200)	共轭复数	(214)
求函数的最大值与最小值 的方法	(202)	向量	(215)
二十四、数学归纳法	(203)	复数的几何表示	(215)
数学归纳法	(203)	复数的模	(216)
二十五、行列式和线性 方程	(204)	复数的加法与减法	(216)
二阶行列式	(204)	复数加减法的几何意义	(216)
线性方程组	(205)	复数的幅角	(217)
二元线性方程组解的行列 式表示法	(205)	复数的三角形式	(217)
二元线性方程组的解的 讨论	(206)	复数的代数形式与三角 形式的关系	(217)
三阶行列式	(207)	复数乘法的代数形式	(218)
三阶行列式性质定理1	(207)	复数乘法的三角形式	(218)
三阶行列式性质定理2	(208)	复数除法的代数形式	(218)
三阶行列式性质定理3	(208)	复数除法的三角形式	(218)
三阶行列式性质定理4	(208)	复数的 n 次方根	(218)
三阶行列式性质定理5	(208)	二十七、排列、组合	(219)
三阶行列式性质定理6	(209)	加法原理	(219)
余子式	(209)	乘法原理	(219)
代数余子式	(209)	加法原理与乘法原理的 区别	(219)
三阶行列式性质定理7	(210)	阶乘	(220)
三阶行列式性质定理8	(210)	排列	(220)

排列数计算公式(220)	随机事件(226)
组合(222)	事件的频率(226)
组合数计算公式(222)	概率(226)
组合数的两个性质(222)	等可能性事件(227)
排列问题与组合问题的区别、联系(222)	互斥事件(228)
排列、组合问题的几个基本类型(223)	互斥事件有一个发生的概率(228)
二十八、二项式定理(225)	对立事件(229)
二项式定理(225)	互相独立事件(230)
二项式系数的性质(225)	相互独立事件同时发生的概率(230)
二十九、概率(226)	n重贝努里试验事件发生k次的概率(232)
必然事件(226)		
不可能事件(226)		

第二部分 平面几何

一、基本概念(233)	直角(234)
几何学(233)	锐角(235)
几何体(233)	钝角(235)
直线、射线、线段(233)	互为余角(235)
公理(233)	互为补角(235)
定理(233)	对顶角(235)
推论(233)	垂直(235)
定义(233)	垂线(236)
两点的距离(233)	垂足(236)
线段的中点(233)	点到直线的距离(236)
角(233)	中垂线(236)
平角(234)	同位角(236)
周角(234)	内错角(236)
角的度量单位(234)	同旁内角(236)
角的平分线(234)	平行线(236)

命题	(236)	直角梯形	(241)
集合	(237)	等腰梯形	(241)
三角形	(237)	三角形的中位线	(241)
三角形的角平分线	(238)	梯形的中位线	(241)
三角形的中线	(238)	比例	(241)
三角形的高	(238)	比例中项	(241)
三角形的分类	(238)	两条线段的比	(241)
等腰三角形	(238)	比例线段	(241)
斜三角形	(238)	黄金分割	(241)
锐角三角形	(238)	相似三角形	(242)
直角三角形	(238)	相似比	(242)
钝角三角形	(238)	三角形的重心	(242)
全等形	(238)	相似多边形	(242)
全等三角形	(238)	三角函数	(242)
辅助线	(239)	解直角三角形	(243)
三角形的稳定性	(239)	仰角	(243)
两个图形关于直线的对称	(239)	坡度	(243)
轴对称图形	(239)	坡角	(244)
多边形	(239)	圆	(244)
多边形的对角线	(239)	弦	(244)
凸多边形	(240)	直径	(244)
多边形的内角	(240)	弧	(244)
平行四边形	(240)	半圆	(244)
两条平行线的距离	(240)	优弧	(244)
矩形	(240)	劣弧	(245)
菱形	(240)	同心圆	(245)
正方形	(240)	等圆	(245)
关于这个点的对称	(240)	等弧	(245)
中心对称图形	(240)	弓形	(245)
梯形	(240)	弓形角	(245)
		点的轨迹	(245)

反证法	(245)
三角形的外接圆	(245)
三角形的外心	(245)
圆的内接三角形	(245)
圆心角	(246)
弦心距	(246)
圆的内接多边形	(246)
1°的弧	(246)
圆周角	(246)
直线与圆相离	(246)
直线与圆相切	(246)
直线和圆相交	(246)
切线长	(246)
三角形的内切圆	(246)
内心	(247)
圆的外切三角形	(247)
弦切角	(247)
两圆外离	(247)
两圆外切	(247)
两圆相交	(247)
两圆内含	(247)
两圆内切	(247)
连心线	(247)
圆心距	(247)
两圆的公切线	(248)
外公切线	(248)
内公切线	(248)
公切线的长	(248)
正多边形	(248)
圆的内接正 n 边形	(248)
圆的外切正 n 边形	(248)
正多边形的中心	(248)
正多边形的半径	(248)
正多边形的边心距	(248)
正多边形的中心角	(248)
圆周率	(248)
扇形	(249)
二、公理	(249)
直线的基本性质	(249)
垂线的性质	(249)
平行公理	(249)
两点之间的线段最短	(249)
平行线的判定公理	(249)
边角边公理	(249)
角边角公理	(249)
推论	(249)
边边边公理	(249)
斜边、直角边公理	(249)
三、定理	(250)
两条直线相交，只有一个交点	(250)
同角（或等角）的余角相等	(250)
同角（或等角）的补角相等	(250)
对顶角相等	(251)
三线平行定理	(251)
内错角相等，两直线平行	(251)
同旁内角互补，两直线平行	(252)
两直线平行，同位角相等	

.....	(252)
两直线平行, 内错角相等	(252)
.....	(252)
两直线平行, 同旁内角互补	(252)
.....	(252)
三角形任何两边的和大于	
第三边	(254)
三角形任何两边的差小于	
第三边	(254)
三角形内角和定理	(254)
在角平分线上的点到这个	
角两边的距离相等	(255)
到一个角的两边的距离相	
等的点, 在这个角的平分	
线上	(255)
等腰三角形的性质定理	
.....	(256)
等腰三角形的判定定理	
.....	(256)
线段的垂直平分线定理	
.....	(257)
如果两个图形关于某直线对称, 那么这两个图形是全等的	(257)
如果两个图形关于某直线对称, 那么对应点的连线被对称轴垂直平分	(257)
两个图形关于某直线对称, 如果它们的对应线段或其延长线相交, 那么交点在对称轴上	(258)
勾股定理	(258)
多边形内角和定理	(263)
四边形的内角和等于 360°	
.....	(264)
平行四边形性质定理 1	(264)
平行四边形性质定理 2	(264)
平行四边形性质定理 3	(265)
平行四边形判定定理 1	(265)
平行四边形判定定理 2	(265)
平行四边形判定定理 3	(266)
平行四边形判定定理 4	(266)
矩形性质定理 1	(266)
矩形性质定理 2	(267)
矩形判定定理 1	(267)
矩形判定定理 2	(268)
菱形性质定理 1	(268)
菱形性质定理 2	(269)
菱形判定定理 1	(269)
菱形判定定理 2	(269)
正方形性质定理 1	(269)
正方形性质定理 2	(270)
关于中心对称的两个图形	
是全等形	(270)
关于中心对称的两个图形,	
对称点连线都经过对称	
中心, 并且被对称中心	
平分	(270)
逆定理	(271)
等腰梯形性质定理	(271)
等腰梯形判定定理	(271)
平行线等分线段定理	(271)