1+1

轻巧夺冠

同步讲解

全国著名特级高级教师联合编写

人教版

七年级数学 下

主　编：孙汉臣　李彦明
编　者：李占军　刘　华
张明军　孙　锋

北京出版社　北京教育出版社

目 录

第5章 相交线与平行线

5.1 相交线

5.1.1 相交线

同步教材研读 名师解疑释惑

知识要点归纳

1 相交线

❶定义:如果直线 a 与直线 b 只有一个公共点 O,则称直线 a 与直线 b 相交,O 为交点,其中一条是另一条的相交线.

❷相交线的性质:两直线相交只有一个交点.

❸两直线相交构成四个角,从位置上分为两类:(如图 5-1-1)

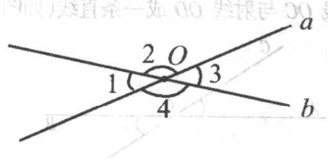


图 5-1-1

① ∠1 与∠3、∠2 与∠4 } 两边互为反向延长线

② ∠1 与∠2、∠2 与∠3、∠3 与∠4、∠4 与∠1 } 有一条公共边,另一边互为反向延长线

2 对顶角

❶定义:若一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线,这两个角叫做对顶角,一个角的对顶角只有一个.对顶角是成对出现,它们的两边互为反向延长线,如图 5-1-1 中的∠1 与∠3,∠2 与∠4 都是对顶角.

❷对顶角的性质:对顶角相等.

❸根据定义可判定对顶角或作出一个角的对顶角.

3 邻补角

❶邻补角:有公共顶点和一条公共边,另一条边互为反向延长线的两个角叫做邻补角,一个角的邻补角有两个.因此,邻补角,既是邻角,又是补角,也就是说,

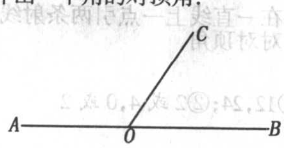


图 5-1-2

典型题例解析 了解考题形式

名师解题

例1 判断正误

①三条直线两两相交有三个交点(　　)

②两条直线相交不可能有两个交点(　　)

③在同一平面内的三条直线的交点个数可能为 0,1,2,3(　　)

④同一平面内的 n 条直线,其中无三线共点,则可得 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 个交点(　　)

⑤同一平面内的 n 条直线经过同一点可得 $2n(n-1)$ 个角(　　)

解析 ①×.因为"两两相交"包含三条直线交于一点的情况.

②√.假设两条直线有两个交点,这说明经过两点的直线有两条,这与"经过两点有且只有一条直线"相矛盾,所以两条直线相交只能有一个交点,不可能有两个.

③√.因为(如图 5-1-4)三直线的位置关系如下:

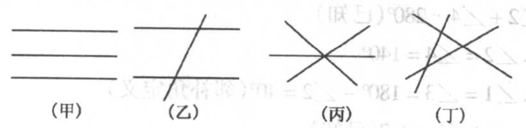


图 5-1-4

④√. ⑤√.

例2 判断正误

①两直线相交所构成的四个角中,有公共边的两个角是邻补角,无公共边的两个角是对顶角.(　　)

②不是对顶角就不相等.(　　)

③不相等的角不是对顶角.(　　)

④邻补角一定是补角,补角也是邻补角.(　　)

解析 ①√;②×;③√;④×

例3 ①已知(如图 5-1-5 甲)直线 AB 与 CD 相交于 O 点,OA 平分∠EOC,若∠$EOC=72°$,则∠$BOD=$__________,∠$BOC=$______

既具有位置关系,又具有和为180°的数量关系.

出现邻补角的基本图形如图5-1-2,∵$\angle AOC$与$\angle BOC$是有公共顶点O和公共边OC,边OA与边OB互为反向延长线,∴$\angle AOC$与$\angle BOC$互为邻补角,再如图5-1-1中,$\angle 1$与$\angle 2$,$\angle 2$与$\angle 3$,$\angle 3$与$\angle 4$,$\angle 4$与$\angle 1$互为邻补角.

❷邻补角的性质:邻补角的和为180°.

❸据邻补角的定义可判定邻补角或作出一个角的邻补角.

❹若$\angle\alpha$与$\angle\beta$互为邻补角,则一定有$\angle\alpha+\angle\beta=180°$;反之,如果$\angle\alpha+\angle\beta=180°$,则$\angle\alpha$与$\angle\beta$不一定是邻补角.

思维能力拓展

4 **用对顶角和邻补角的性质进行有关角的计算或证明角相等**

例如:已知,直线a、b相交(如图5-1-3)

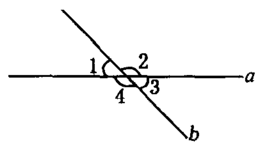


图5-1-3

①$\angle 1=40°$,求$\angle 2$,$\angle 3$,$\angle 4$

②$\angle 2+\angle 4=280°$,求各角

③$\angle 1:\angle 2=2:7$,求各角

解:①$\angle 3=\angle 1=40°$(对顶角相等)

∵$\angle 1+\angle 2=180°$(邻补角定义)

∴$\angle 2=180°-40°=140°$

∴$\angle 4=\angle 2=140°$(对顶角相等)

②∵$\angle 2=\angle 4$(对顶角相等)

$\angle 2+\angle 4=280°$(已知)

∴$\angle 2=\angle 4=140°$

∴$\angle 1=\angle 3=180°-\angle 2=40°$(邻补角定义)

③∵$\angle 1:\angle 2=2:7$(已知)

$\angle 1+\angle 2=180°$(邻补角定义)

∴$\angle 1=40°$,$\angle 2=140°$

∴$\angle 3=\angle 1=40°$,$\angle 4=\angle 2=140°$(对顶角相等)

5 利用对顶角定义或邻补角定义证明共线问题.

综合创新运用

6 n条直线交于一点可得$n(n-1)$对对顶角,$2n(n-1)$对邻补角.

思考:n条直线两两相交,可得多少对对顶角?多少对邻补角?

②三条直线,l_1,l_2,l_3相交于O(如图5-1-5乙)则$\angle 1+\angle 2+\angle 3=$______

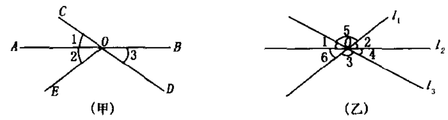


图5-1-5

解析 ①∵OA平分$\angle EOC$(已知)

∴$\angle 1=\frac{1}{2}\angle EOC=36°$(角平分线定义)

∴$\angle BOD=\angle 1=36°$(对顶角相等)

又∵$\angle BOC+\angle BOD=180°$(邻补角定义)

∴$\angle BOC=180°-36°=144°$

②∵$\angle 1=\angle 4$,$\angle 2=\angle 6$

$\angle 3=\angle 5$(对顶角相等)

又∵$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6=360°$(周角定义)

∴$2(\angle 1+\angle 2+\angle 3)=360°$

∴$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$

例4 证明下列问题成立

从直线AB上一点O向两侧引射线OC,OD,使$\angle AOC=\angle BOD$,则射线OC与射线OD成一条直线(如图5-1-6).

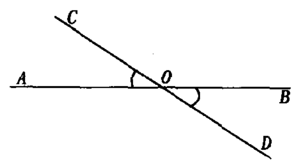


图5-1-6

解析 ∵AOB是直线

∴$\angle AOC+\angle BOC=180°$(邻补角定义)

又∵$\angle AOC=\angle BOD$(已知)

∴$\angle BOD+\angle BOC=180°$(等量代换)

∴OC,OD成一条直线(邻补角定义)

说明:证共线问题常用的方法:

①邻补角定义;②对顶角定义;③平角定义;④若证三点共线可证三点确定的三角形面积为0;⑤可证三点确定的三条线段中,其中一条等于另两条的和.

例5 ①四条直线两两相交,最多可得______对对顶角.______对邻补角.

②在一直线上一点引两条射线可能得______对邻补角,______对对顶角.

解析 ①12,24;②2或4,0或2

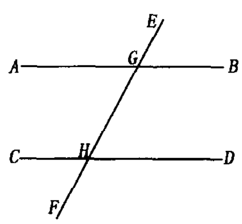
素质能力测试

一、选择题

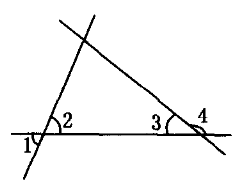
1. 下列说法正确的是(　　)
   A. 存在公共顶点的两个角是对顶角
   B. 有公共顶点且相等的两个角是对顶角
   C. 两边互为反向延长线的两个角是对顶角
   D. 有公共顶点且无公共边的两个角是对顶角
2. 下列说法正确的是(　　)
   A. 有一边互为反向延长线的两个角是邻补角
   B. 有一公共边的两个角是邻补角
   C. 互补角也是邻补角
   D. 邻补角可看成是一条直线与端点在这直线上的一射线组成的两个角
3. 下列互推关系成立的有(　　)个
   A. $\angle1$ 与 $\angle2$ 是对顶角$\Leftrightarrow\angle1=\angle2$　　B. $\angle1$ 与 $\angle2$ 是邻补角$\Leftrightarrow\angle1+\angle2=180°$
   C. $\angle1$ 与 $\angle2$ 不是对顶角$\Leftrightarrow\angle1\neq\angle2$　　D. $\angle1$ 与 $\angle2$ 不是邻补角$\Leftrightarrow\angle1+\angle2\neq180°$
   A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. 4
4. 下列说法正确的是(　　)
   ①邻补角的平分线的夹角为 90°　　②对顶角的两个邻补角也是对顶角
   ③对顶角的平分线的夹角为 180°　　④邻补角的对顶角还是邻补角
   A. ①③　　B. ②④　　C. ①②③④　　D. 都不正确
5. 下列说法不正确的是(　　)
   A. 三条直线两两相交,可得 1 个或 3 个交点
   B. 三条直线两两相交,可得 6 对对顶角
   C. 三条直线两两相交可得 12 对邻补角
   D. 两直线的交点可能有两个

二、填空题

6. (如图)直线 EF 与 AB 交于 G,与 CD 交于 H,则$\angle AGF$ 的对顶角是________,邻补角是____,$\angle CHE$ 的邻补角是_______,对顶角是______,图中共有________对对顶角,________对邻补角.
7. 两条直线相交所构成的四个角中,如果有一个角是直角,那么其余的三个角__________.

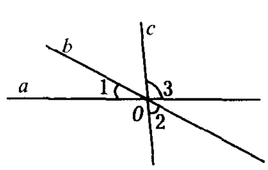


(第 6 题)

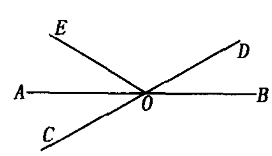


(第 8 题)

8. 已知(如图)$\angle1=75°$,$\angle2:\angle3=3:2$,则$\angle3=$________,$\angle4=$________.
9. 已知(如图)直线 a,b,c 交于 O,$\angle1=30°$,$\angle2=50°$,则$\angle3=$______.



(第 9 题)



(第 10 题)

点击知识点

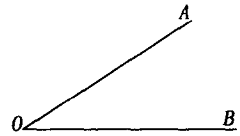
1. 对顶角的概念
2. 邻补角的概念
3. 对顶角、邻补角的性质与判定
4. 对顶角、邻补角的性质
5. 相交线、对顶角、邻补角的综合运用
7. 对顶角、邻补角的应用
8 ~ 10. 对顶角、邻补角的性质的运用

10. 已知(如图)直线 AB、CD 交于 O，OA 平分 $\angle EOC$，且 $\angle EOD=120°$，则 $\angle BOD=$ ________.

三、画图题

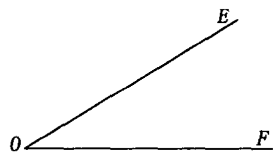
11、12. 画已知角的对顶角、邻补角

11. 画出 $\angle AOB$ 的对顶角，并用语言表述出来. 如图.



(第 11 题)

12. 画出 $\angle EOF$ 的邻补角，并用语言表述出来. 如图.

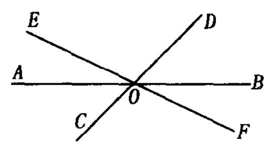


(第 12 题)

四、解答题

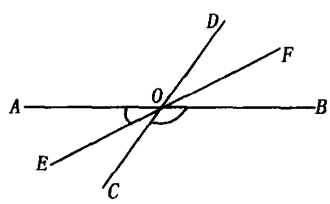
13～15. 对顶角、邻补角性质的运用

13. 直线 AB、CD、EF 相交于点 O，(如图)①写出 $\angle AOD$、$\angle EOC$ 的对顶角；②写出 $\angle AOC$、$\angle EOB$ 的邻补角；③已知 $\angle AOC=50°$，求 $\angle BOD$、$\angle COB$ 的度数.



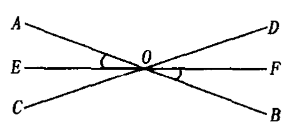
(第 13 题)

14. (如图)直线 AB、CD 交于 O，$\angle AOE=30°$ $\angle BOC=2\angle AOC$，求 $\angle DOF$.



(第 14 题)

15. (如图)已知直线 AB、CD 交于 O，OE 平分 $\angle AOC$，OF 平分 $\angle BOD$，试说明 OE 与 OF 成一条直线.



(第 15 题)

5.1.2 垂线

同步教材研读
名师解疑释惑

知识要点归纳

1 垂直

❶定义：当两条直线相交所成的四个角中，有一个角是直角时，就说这两条直线互相垂直，它们的交点叫做垂足。

如：直线 AB、CD 交于 O，且 $\angle AOC$ 是直角（或 $\angle AOC = 90°$），则称直线 AB 与 CD 垂直，点 O 为垂足，注意：在四个角中，不限定哪个角为直角。

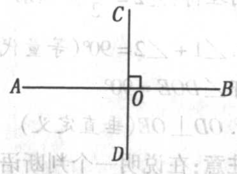


图 5－1－7

❷表示垂直的符号与标志：（如图 5－1－7）“AB 与 CD 互相垂直”记作“$AB \perp CD$”“$CD \perp AB$”读作“AB 垂直于 CD”，或读作“AB 垂直 CD 于 O”有时在图上为了表示垂直，在直角顶点处标上“┐”表示直角，由垂直定义可知垂直关系。

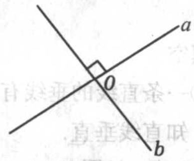


图 5－1－8

如图 5－1－8，$a \perp b$ 于 O 或 $b \perp a$ 于 O，凡表示垂直关系时，一般都注明垂足，表明在何处垂直。

两直线垂直是说明它们的位置关系，垂直是相交的特例，两直线垂直相交，有时可简称为“直交”。

❸垂直的判定法（定义的判定法）

如果两条直线相交所构成的四个角中有一个角是直角，那么这两条直线互相垂直。

应用格式：

$\because AB$ 与 CD 交于 O 且 $\angle AOC = 90°$

$\therefore AB \perp CD$ 于 O（垂直定义）

❹垂直的性质（定义的性质）

如果两直线互相垂直，那么它们所构成的四个角都是直角。

应用格式：

$\because AB \perp CD$ 于 O

$\therefore \angle AOC = \angle COB = \angle BOD = \angle AOD = 90°$（垂直定义）

2 垂线

❶定义：在互相垂直的两条直线中，其中一条直线是另一条直线的垂线。垂线是直线无长度。

❷性质

①过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，依据此性质，过一点作已知直线的垂线。

典型题例解析
了解考题形式

名师解题

例 1 判断正误

①当两条直线相交，所成的四个角都相等时，这两条直线互相垂直。（ ）

②若两条直线相交，所构成的对顶角互补，则这两条直线互相垂直。（ ）

③若两条直线相交，所成的四个角中，有三个角相等，则这两条直线互相垂直。（ ）

④若两条直线相交，所构成的四个角中，有两个角互补，则这两条直线互相垂直。（ ）

解析 ①$\because$ 四个角相等，$\therefore$ 每个角等于 $\frac{1}{4} \times 360° = 90°$，由垂直定义可知，是正确的。

②$\because$ 对顶角相等且互补，$\therefore$ 存在 $90°$ 的角，由垂直定义知，是正确的。

③两条直线相交共构成四个角，其中有三个角相等，而第四个角必定是三个等角中的一角的对顶角，$\therefore$ 这四个角都相等，与①相同，$\therefore$ 是正确的。

④不正确，因两条直线相交所成的四个角中，至少有四对，最多有 6 对互补的角，“有两角互补”并没说明位置关系，不能确保两直线垂直。

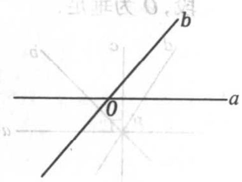


图 5－1－14

如图 5－1－14，直线 a 与直线 b 相交，有四对互补的角，但 a 与 b 并不垂直。

例 2 （如图 5－1－15）已知 $AO \perp BO$，$CO \perp DO$，$\angle AOD = 4\angle BOC$，求 $\angle AOD$

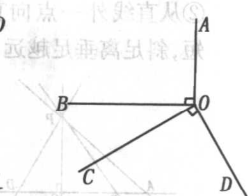


图 5－1－15

解析 $\because AO \perp BO$，$CO \perp DO$

$\therefore \angle AOB = \angle COD = 90°$（垂直定义）

$\therefore \angle BOC + \angle AOD = 180°$（周角定义）

又 $\because \angle AOD = 4\angle BOC$（已知）

$\therefore \angle AOD = \frac{4}{5} \times 180° = 144°$

例 3 试说明：邻补角的平分线互相垂直。

已知：如图 5－1－16，$\angle AOC$ 与 $\angle COB$ 是邻补角，OD 平分 $\angle AOC$，OE 平分 $\angle BOC$。求 $OD \perp OE$。

②连接直线外一点与直线上各点的所有线段中,垂线段最短.

简述为:垂线段最短.

3 点到直线的距离:

直线外一点到这条直线的垂线段的长度,叫做点到直线的距离.

注意:距离为数量,当直线外的点移到直线上时,这点到这直线的距离为0.

思维能力拓展

4 斜交、斜线、斜线段、垂线段及有关性质

❶如果两条直线相交,所成的四个角中没有直角,那么称这两条直线斜交,其中一条直线是另一条直线的斜线,它们的交点叫做斜足.

从直线外一点向直线画斜线,这点和斜足及它们之间的部分叫做斜线段.

从直线外一点向直线画垂线,这点和垂足及它们之间的部分叫做垂线段.

如图5-1-9乙,已知点 P 和直线 a

过点 P 画直线 a 的垂线 c 和斜线 b、d……

PA、PB……是斜线段,A、B……为斜足,PO 为垂线段,O 为垂足.

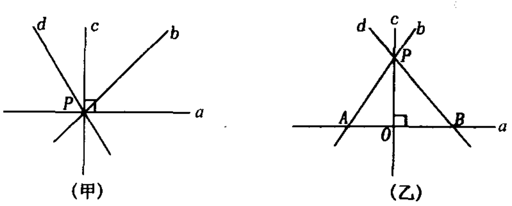


图5-1-9

如甲图中,P 既为斜足又为垂足.

❷有关性质:

①过一点有无数条直线与已知直线斜交

②从直线外一点向直线作垂线和斜线段,垂线段最短,斜足离垂足越远,它对应的斜线段就越长.

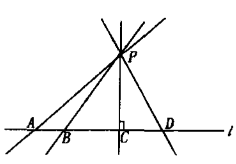


图5-1-10

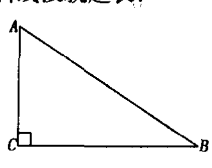


图5-1-11

如图5-1-10:直线 PA、PB、PC、PD 分别与直线 l 相交,A、B、C、D 为交点,且 $PC\perp l(BC>CD)$(如图5-1-11)则 $PA>PB>PD>PC$,在比较过程中,首先确定垂足的位置,再比较垂足与斜足的距离大小,由此可知,在直角三角形中,斜边最大.如图5-1-11.在直角三角形 ABC 中,$\angle C=90°$,可看作:AC 为从直

解析 $\because \angle AOC$ 与 $\angle COB$ 是邻补角(已知)

$\therefore \angle AOC+\angle COB=180°$(邻补角定义)

$\therefore \frac{1}{2}\angle AOC+\frac{1}{2}\angle COB=90°$(等式性质)

又 $\because OD$ 平分 $\angle AOC$(已知)

$\therefore \angle 1=\frac{1}{2}\angle AOC$(角平分线定义)

同理得:$\angle 2=\frac{1}{2}\angle COB$

$\therefore \angle 1+\angle 2=90°$(等量代换)

即 $\angle DOE=90°$

$\therefore OD\perp OE$(垂直定义)

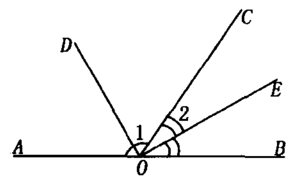


图5-1-16

注意:在说明一个判断语句是正确的时候,首先将文字语言翻译成符号语言和图形语言,再依据已学过的定义、公理、定理、推论、已知和已说明的结论进行一步步地推理、论证,并在每一步的后面注明推理的根据,用小括号括起来.

例4 填空

①一条直线的垂线有______条,过一点有______条直线与已知直线垂直.

②已知(如图5-1-17),在直角三角形 ABC 中,$\angle C=90°$,$AB=c$,$AC=b$,$BC=a$,则 $|AC-AB|+|AB-BC|+|AC+BC-AB|=$__________.

解析 ①无数多,且只有一

②由已知如图

$\because \angle C=90°$(已知)

$\therefore c>a,c>b$(垂线段最短)

$\therefore b-c<0,c-a>0$

又 $\because a+b>c$(两点之间线段最短)

$\therefore a+b-c>0$

$\therefore$ 原式 $=|b-c|+|c-a|+|a+b+c|$

$=c-b+c-a+a+b-c$

$=c$

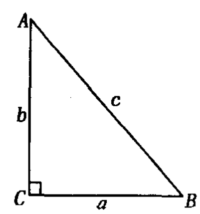


图5-1-17

例5 判断正误

①过直线 l 外两点 P、Q,作直线 $PQ\perp l$( )

②直线外一点与直线上各点联接的所有线中,垂线段最短.( )

③斜线段大于垂线段.( )

解析 ①错,$\because P$、Q 确定的直线 PQ 不一定与 l 垂直.

②正确,$\because$ 从直线外一点与直线上各点联接的所有线可分为三类:线段、折线段和曲线段,而线段又分为垂线段和斜线段.因此,由垂线段的性质得,它是正确的.

③错,没确定直线外的一点,无法比较大小.

线 BC 外一点 A 向 BC 作的垂线段，AB 为斜线段，所以 $AB>AC$．BC 为从直线 AC 外一点 B 向 AC 作的垂线段，AB 为斜线段，所以 $AB>BC$．

因此，斜线段（斜边）AB 最大．

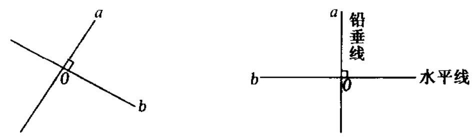
注意：在比较垂线段与斜线段的大小时，必须确定是从直线外同一点向同一条线作的垂线段和斜线段．

5 垂直与铅垂的区别

❶垂直：两条直线相交构成直角，但是与它们的延伸方向无关．

❷铅垂：两条直线相交构成直角，但是其中一条是水平线，另一条是竖直的是地球引力的方向线，它指向地心，即铅垂线．

铅垂一定是垂直，而垂直不一定是铅垂．



（甲）　　（乙）

图 5－1－12

（如图 5－1－12）甲为垂直，乙为铅垂（或垂直）

6 垂线的画法

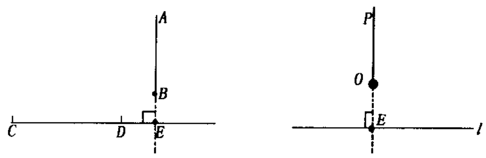
目前，画垂线只能利用三角尺的直角边或量角器根据垂线定义及垂线性质 1 来画．

画一条线段或射线的垂线，就是画它们所在直线的垂线，它们的垂足有时在它们的延长线或反向延长线上．

综合创新运用

7 线段、射线、直线的垂直关系

由于线段不向两方延伸，射线只向一方延伸，当线段、射线或直线互相垂直时，垂足不一定在线段或射线上，而在它们的延长线或反向延长线上．如图 5－1－13：



（甲）　　（乙）

图 5－1－13

甲图中线段 $AB\perp CD$，乙图中射线 $OP\perp$ 直线 l，但是它们都无垂足，当作出它们的延长线或反向延长线时，才能标出垂足 E．

例 6 填空

作直线 l 的垂线段 PA 和斜线段 PB，则（如图 5－1－18）

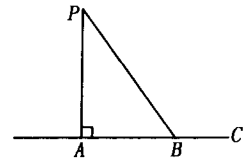


图 5－1－18

PA 是____________________________的距离．

PB 是____________________________的距离．

AB 是____________________________的距离．

解析　P、A 两点或点 P 到直线 l；P、B 两点间；A、B 两点或点 B 到直线 PA．

例 7 一辆汽车在直线形的公路 AB 上由 A 向 B 行驶，M、N 分别是位于公路 AB 两侧的两个学校（如图 5－1－19）．

①汽车在公路行驶时，会对两个学校教学都造成影响，当汽车行驶到何处时，分别对两个学校影响最大，在图上标出．

②当汽车从 A 向 B 行驶时，在哪一段上对两学校影响越来越大？越来越小？对 M 学校影响逐渐减小而对 N 学校影响逐渐增大？（用文字表述，不说明理由）

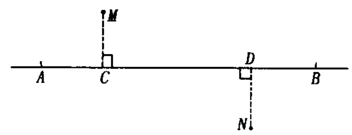


图 5－1－19

解析　①作 $MC\perp AB$ 于 C，$ND\perp AB$ 于 D

∴在 C 处对 M 学校影响最大；在 D 处对 N 学校影响最大．

②由 A 向 C 行驶时，对两学校影响逐渐增大，由 D 向 B 行驶时，对两学校影响逐渐减小，由 C 向 D 行驶时，对 M 学校影响减小，对 N 学校影响增大．

例 8 画钝角三角形 ACB 的三条高线，并写出画法．

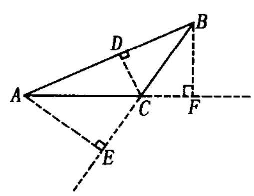


图 5－1－20

解析　①作 $CD\perp AB$ 于 D．

②作 $AE\perp BC$ 的延长线于 E．

③作 $BF\perp AC$ 的延长线于 F．

∴AE、BF、CD，即为要作的三条高．如图 5－1－20．

素质能力测试

一、选择题

1．在两条直线相交所成的四个角中，（　　）不能判定这两条直线垂直

A．对顶角互补　　B．四对邻补角　　C．三个角相等　　D．邻补角相等

2．（　　）的平分线互相垂直

点击知识点

1、2．垂直定义的应用

A. 互补的两个角　　B. 邻补角　　C. 对顶角　　D. 两直角

3、4. 点到直线的距离的理解

3. 直线 l 外一点 P,则点 P 到 l 的距离是指(　　)

A. 点 P 到直线 l 的垂线的长度　　B. 点 P 到 l 的垂线

C. 点 P 到直线 l 的垂线段的长度　　D. 点 P 到 l 的垂线段

4. 下列说法正确的是(　　)

A. 作 A、B 两点间的距离　　B. 作出点 P 到直线 l 的距离

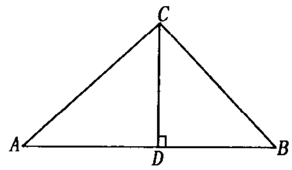
C. 测量点 P 到直线 l 的距离　　D. 作 A、B 两点使 $AB\perp l$

5. 垂线性质 2 的运用

5. 如图,在三角形 ABC 中,$AC\perp BC$,$CD\perp AB$ 于 D,则下列关系不成立的是(　　)

A. $AB>AC>AD$　　B. $AB>BC>CD$

C. $AC+BC>AB$　　D. $AC>CD>AD$



(第 5 题)

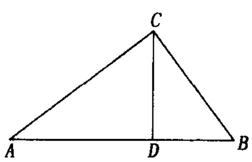
二、填空题

6. 垂线的定义及性质 1 的运用

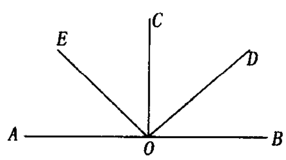
6. 过点 P 作直线 l 的垂线 PQ,垂足为 Q,作图依据是__________和__________.

7. 垂直定义和点到直线的距离的应用

7. 在三角形 ABC 中,$AC\perp BC$,$CD\perp AB$ 于 D(如图),则在图中共有______对互余的角,______对互补的角,______对邻补角,点 A 到 CD 的距离是______,到 BC 的距离是______,到点 B 的距离是______,点 C 到直线 AB 的距离是______.



(第 7 题)



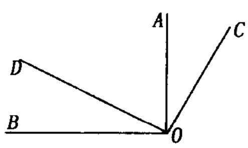
(第 8 题)

8. 垂直定义的应用

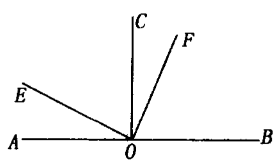
8. 已知(如图),OC 为平角 AOB 的平分线,OD 平分 $\angle BOC$,OE 平分 $\angle AOC$,则图中的垂直关系有__________,共有________对互余的角.

9、10. 垂直定义的运用

9. (如图) $OA\perp OB$,$\angle BOD=\angle AOC$,则 OD 与 OC 的关系是________.



(第 9 题)



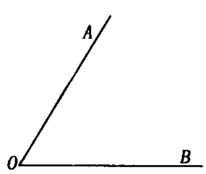
(第 10 题)

10. (如图) $OC\perp AB$. 作 $\angle AOE=\angle COF$,则 $\angle EOA+\angle BOF=$______.

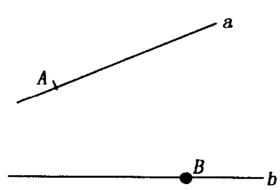
三、画图题

11～13. 垂线的画法及垂线性质 1 的运用

11. (如图),画 $\angle AOB$ 的平分线 OC,在 OC 上取一点 P,作 $PC\perp OA$ 于 C,$PD\perp OB$ 于 D.



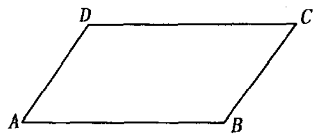
(第 11 题)



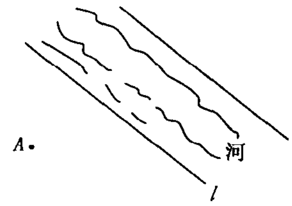
(第 12 题)

12. 已知(如图)直线 a、b,在 a 上有一点 A,在 b 上有一点 B. 作 $AC\perp b$ 于 C,$BD\perp a$ 于 D,$BE\perp b$ 交 a 于 F.

13. 已知(如图)平行四边形 $ABCD$ 中,作 $BE\perp CD$ 于 E,$CF\perp AD$ 于 F,$AG\perp CD$ 的延长线于 G,$AH\perp CB$ 的延长线于 H.



（第 13 题）



（第 14 题）

14. 一个人从 A 地到河边 l 某处挑水如图，这人沿什么方向走路程最近？画图说明，为什么？

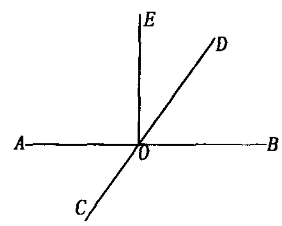
14. 垂线性质 2 的应用

15. 一个角的两边分别垂直于另一个角的两边. 画图说明这两个角的关系.

15. 对“若一个角的两边分别垂直于另一个角的两边，则这两个角相等或互补”的理解

四、计算题

16. (如图)，直线 AB，CD 交于 O，$OE\perp AB$，且$\angle COE=3\angle EOD$. 求$\angle BOC$.

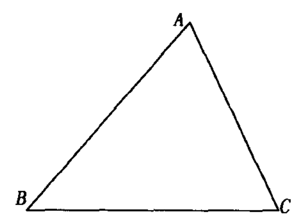


（第 16 题）

16. 垂直定义的运用

五、画图解答题

17. (如图)①画$\angle B$、$\angle C$ 的平分线 BE，CF，交于点 I. ②作 $IP\perp AB$ 于 P，$IQ\perp BC$ 于 Q，$ID\perp AC$ 于 D. ③度量 IP、IQ、ID 得，点 I 到三角形的三边的距离有何特点？



（第 17 题）

17. 垂线的画法及点到直线的距离的运用，为今后学习解分线的性质及三角形的内心性质作基础

5.2 平行线

5.2.1 平行线

同步教材研读 名师解疑释惑

典型题例解析 了解考题形式

知识要点归纳

1 平行线

在同一平面内,不相交的两条直线是平行线,平行关系用符号"//"表示,如直线 AB 与 CD 平行,记作:$AB // CD$ 或 $CD // AB$.读作"AB 平行于 CD"(如图 5-2-1).

注意:①平行线是同一平面内的两条直线,向两方无限延伸永不相交.

②在同一平面内,两条直线的位置关系只有相交和平行两种.

图 5-2-1

2 平行公理

经过直线外一点,有且只有一条直线与这条直线平行.

由平行公理可得(推论)

如果两条直线都与第三条直线平行,那么这两条直线也互相平行.(如图 5-2-2)

即若 $a // c, b // c$

则 $a // b$

即平行于同一直线的两直线平行.

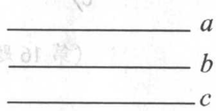


图 5-2-2

应用格式:$\because a // b, c // b$(已知)

$\therefore a // c$(平行公理的推论)

注意:①平行公理是过直线外一点作这条直线的平行线的依据.

②运用其推论可说明两直线平行.

③若直线 $a // b, b // c$,则 $a // c$(即平行关系的传递性)

3 两条平行线的距离

同时垂直于两平行线,并且夹在这两条平行线间的线段的长度叫做这两条平行线的距离.

如直线 $a // b$ 在直线 a 上任取一点 A,作 $AB \perp b$ 于 B,则 AB 即为平行线 a、b 间的距离.

4 命题

❶定义:判断一件事的语句,叫做命题.

由定义可知,命题是一个判断句,它是人们对事物的某种性质或关系,所作的肯定或否定的论断.

也就是说:命题它肯定一个事物是什么或者不是什么,不能同时肯定又否定.命题中一般有判断词"是"或"不是",有的命题虽然没有直接写出"是"或"不是",但从判断中仍可看出是肯定或否定了一件事情,

名师解题

例1 判断正误.

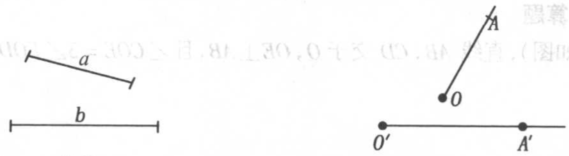
①在同一平面内的两条直线不平行就相交.　(　　)

②同一平面内的两条线段(或射线)不平行就相交.　(　　)

③在同一平面内的三条直线,其中有两条直线平行,则这三条直线的交点一定有两个.　(　　)

解析 ①由定义可知,同一平面内的两条直线的位置关系只有相交和平行两种,所以是正确的.

②因两条线段(或射线)并不向两方无限延伸,它们不平行,则不一定相交,所以,是错误的.如图 5-2-6.



(甲)　(乙)

图 5-2-6

甲图,a 不平行 b,而 a、b 并无交点,乙图,射线 OA 与射线 $O'A'$ 不平行,而无交点.

③不正确.因三条直线"有两条直线平行",分为三条直线都平行和只有两条平行,当三条都平行时,无交点;当只有两条平行时,第三条一定与这两条相交,交点有两个.所以,这三条直线的交点有 0 个或 2 个.

例2 判断正误

①若 $l_1 // l_2, l_2 // l_3$,则 $l_1 // l_3$.　(　　)

②在同一平面内的三条直线 a、b、c,若 $a // c$,a 与 b 相交,则 b 与 c 也相交.　(　　)

③在同一平面内,若两条直线不都平行第三条直线,则这两条直线也不平行.　(　　)

④过一点有且只有一条直线与已知直线平行.　(　　)

⑤过直线外一点,有无数多条线段或射线与已知直线平行.　(　　)

解析 ①由平行公理推论得是正确的.

②正确.$\because a$ 与 b 相交,设交点为 P,所以过 c 外一点 P,有两条直线 a 和 b,$\because a // c$,由平行公理得过点 P 只有一条直线 $a // c$.$\therefore b$ 与 c 不平行,由平行线定义得 b 与 c 相交.如图 5-2-7

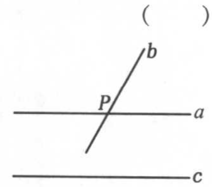


图 5-2-7

它可以改写成“……是……”或“……不是……”的形式.

例如1. ①$x=1$是方程$x^2=1$的根.②$2>1$.③$\angle 1=\angle 2$.④两点之间,线段最短.⑤同位角相等,两直线平行.⑥不相等的角,不是对顶角.……都是命题

例如2. ①画直线AB.②$\angle\alpha$不一定是锐角.③直线a与b平行吗?④画线段$AB=CD$.……都不是命题,因为它们都没有判断含义.

❷命题的组成(结构)

每一个命题都是由题设和结论两部分组成.

题设是已知事项(已知条件),结论是由已知事项推出的事项.

题设和结论通常由判断词“是”或“不是”联接,有的虽然没有直接写出判断词,但可以改写成这种形式.

例如①对顶角相等:

题设:两个角是对顶角.结论:这两个角相等.

②两直线平行,同位角相等:

题设:两直线平行.结论:同位角相等.

③同位角相等,两直线平行.

题设:两条直线被第三条直线所截,同位角相等.

结论:两直线平行.

❸命题通常为“如果……那么……”的形式或可以写成这种形式.

具有这种形式的命题中,用“如果”开始的部分是题设,用“那么”开始的部分是结论,注意它们不包含“如果”和“那么”两个词,(在找题设和结论时,改写为这种形式后易找)

例如:①对顶角相等:

改写:如果两个角是对顶角,那么这两个角相等.

②两直线平行,同旁内角互补.

改写:如果两条平行线被第三条直线所截,那么,同旁内角互补.

③内错角相等,两直线平行.

改写:两条直线被第三条直线所截,如果内错角相等,那么这两条直线平行.

❹命题分真命题和假命题两类,判断正确的是真命题.否则是假命题.

思维能力拓展

5 用平移法画平行线

用平移法画平行线,在小学已学习过,这是画平行线的基本方法,(如图5-2-3)在沿直尺EF推动三角尺时,直尺不动,三角尺要靠紧直尺,画图表述为:“过直线AB外一点P,画直线$CD/\!/AB$”.

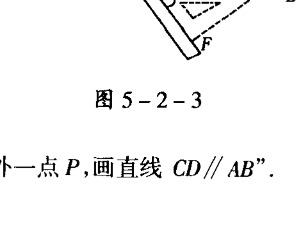


图5-2-3

③正确.“不都平行”分为只有一条与第三条平行和两条都不平行第三条两种情况.如图5-2-8:

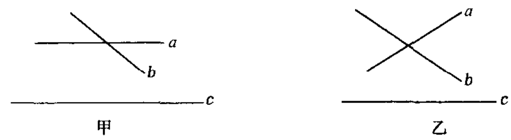


图5-2-8

甲:$a/\!/c$,b与c不平行,乙:a、b都与c不平行.所以,这两直线不平行.

④错“过一点”,这点位置不定.

⑤正确,因过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行,而这条直线上有无数条线段和射线与已知直线平行.

例3 解答下列各题.

判断下列语句中的命题.

①$\angle A=50°$.②作直线$a\perp b$.③延长AB到C使$BC=2AB$.④对顶角相等吗?⑤垂线段最短.⑥同位角相等.⑦若$a/\!/b$,$b/\!/c$,则a与c不一定平行.⑧等量代换.⑨数a不是正数,就是负数.⑩当$|a|=-a$时,$a\leqslant 0$

解析 ①是命题,判断了$\angle A$的度数是$50°$.②③都不是命题,它们是祈使句没有判断.④不是命题,它是疑问句没有判断.⑤是命题,它是通过比较得出的判断.⑥是命题,它判断“凡是同位角就相等”.⑦不是命题,因为它即没肯定,也没否定,无判断含义.⑧是命题,它判断了凡是等量就可以代换.⑨是命题.⑩是命题.因它可改写为:如果$|a|=-a$.那么$a\leqslant 0$.它是一个判断句.

例4 写出下列命题的题设和结论.

①两点确定一条直线.②两点之间,线段最短.③同角的余角相等.④等角的补角相等.⑤直角都相等.⑥垂线段最短.⑦经过直线外一点,有且只有一条直线与已知直线平行.⑧同旁内角互补,两直线平行.

解析 在找出命题的题设和结论时,要分清命题的“已知事项”和“推出事项”以及它们的联接词.准确地找出“题设”和“结论”不能增加或减少“题设”和“结论”的内容,为了准确表达命题的题设和结论,有时对命题的词序进行调整或增减,使之语句通顺,语意明确,不能改变原意.

解:①题设:经过两点作直线.

结论:能作并且只能作一条.

②题设:联接两点.结论:线段最短.

③题设:两个角是同一个角的余角.结论:这两个角相等.

④题设:两个角分别是两个等角的补角.结论:这两个角相等.

⑤题设:几个角都是直角.结论:这几个角都相等.

⑥题设:把直线外一点与直线上各点分别连结.结论:垂线段最短.

⑦题设:经过直线外一点作这条直线的平行线.结论:能作并且只能作一条.

6. 命题——判断语句

❶陈述句表示判断是命题.

❷反问句表示判断是命题.

❸部分感叹句表示判断是命题.

❹疑问句和祈使句都不表示判断.

综合创新运用

7. 线段或射线的平行,实际上是指它们所在的直线平行

线段、射线或直线平行无交点,但无交点的不一定平行.

8. 直线与平面的位置关系

❶直线在平面内——有无数个公共点.

❷直线和平面相交——只有一个公共点.

❸直线和平面平行——没有公共点.

如图 5-2-4:

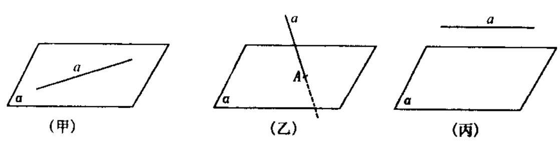


图 5-2-4

甲:直线 a 在平面 α 内;乙:直线 a 与平面 α 交于点 A;丙:直线 a 与平面 α 平行.

空间里直线与直线的位置关系有:相交、平行和异面直线(规定:重合直线视为一条直线)

9. 两个平面的位置关系(不重合)

❶两平面平行——没有公共点.

❷两平面相交——有一条公共直线.

如图 5-2-5

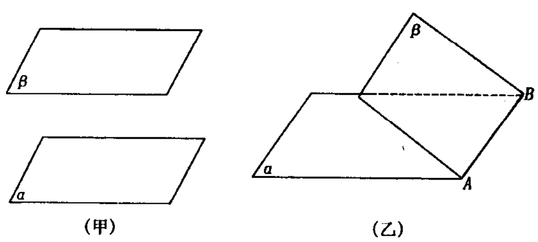


图 5-2-5

甲:平面 α∥平面 β,乙:平面 α 与平面 β 交于 AB.

⑧题设:两条直线被第三条直线所截,同旁内角互补.结论:这两条直线平行.

注意:对命题的题设和结论的语言表达可能有所不同,但是,意义一定相同.

例5 把下列命题改写成"如果……那么……"的形式.

①小于直角的角是锐角.

②同位角相等.

③两直线平行,同位角相等.

④过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

⑤不相等的角,不是对顶角.

⑥同旁内角互补,两直线平行.

⑦$\angle 1>60°$.

解析 ①如果一个角小于直角,那么这个角是锐角.

②如果两个角是同位角,那么这两个角相等.

③如果两条平行线被第三直线所截,那么同位角相等.

④如果过一点作已知直线的垂线,那么能作并且只能作一条.

⑤如果两个角不相等,那么这两个角就不是对顶角.

⑥两条直线被第三条直线所截,如果同旁内角互补,那么这两条直线平行.

⑦如果比较$\angle 1$与$60°$的大小,那么$\angle 1>60°$.

例6 按要求画平行线.

①已知$\angle AOB$,过 OA 上一点 C 作 CE∥OB;过 OB 上一点 D 作 DF∥OA 交 CE 于 P.

②已知梯形 $ABCD$,AB∥CD,AD 为对角线,作 AE∥BD 交 CD 于 E,BF∥AD 交 CD 的延长线于 F.

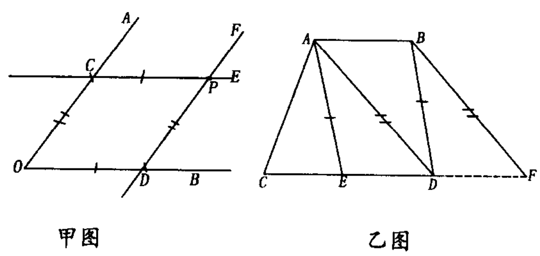


图 5-2-9

解析 ①如图 5-2-9 甲;

②如图 5-2-9 乙.

例7 在长方体中(如图 5-2-10)

①与 AB 平行的棱有________

②与面 $ABCD$ 平行的棱有________

③与面 $ABCD$ 平行的面有________

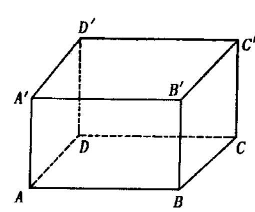


图 5-2-10

解析 ①$A'B'$,$C'D'$,CD

②$A'B'$,$B'C'$,$C'D'$,$D'A'$

③面 $A'B'C'D'$

素质能力测试

一、选择题

1. 在同一平面内(　　)

A. 不相交的两线段平行　　B. 不相交的两射线平行

C. 线段与直线不平行就相交　　D. 不相交的两直线平行

2. 如果两条直线都和第三条直线相交,那么这两条直线(　　)

A. 平行　　B. 相交　　C. 平行或相交　　D. 重合

3. 下列说法不正确的是(　　)

A. 已知直线的平行线有无数条.

B. 过一点有无数条直线平行于已知直线.

C. 过直线外一点有且只有一条直线平行于已知直线.

D. 过一点有且只有一条直线垂直已知直线.

4. 下列(　　)不是命题.

A. 相等的角是对顶角　　B. 同位角一定相等吗?

C. 直线 $AB\perp CD$　　D. 角可分为锐角、直角和钝角

5. 下列说法正确的是(　　)

A. 命题是由“如果”和“那么”组成　　B. 命题是由“是”或“不是”组成

C. 命题是由“题设”和“结论”组成　　D. 命题是由“已知”和“未知”组成

6. 一定是命题的语句是(　　)

A. 疑问句　　B. 判断句　　C. 祈使句　　D. 感叹句

二、填空题

7. ________________叫做命题,命题是由________和________组成.

8. 命题“邻补角的平分线互相垂直”的题设;________结论________,改写成“如果……那么……”的形式为________________

9. 把命题“两直线相交只有一个交点”改写“如果……那么……”的形式为:________________

10. 把命题“内错角相等,两直线平行”改写成“如果……那么……”形式为________________

11. 在同一平面内的两条直线的位置关系为______.

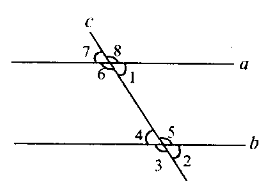
12. 过直线 l 外一点 P 作直线 $l'/\!/l$ 的理论依据是______.

13. 若 $l_1/\!/l_2$,$l_2/\!/l_3$,则 l_1 ______ l_3,这是根据______.

14. 在同一平面内,已知直线 l_1 和 l_2,①当 l_1 和 l_2 没有公共点时,l_1 与 l_2 ______;②当 l_1 与 l_2 只有一个公共点时,l_1 与 l_2 ______;③当 l_1 与 l_2 有两个公共点时,l_1 与 l_2 ______

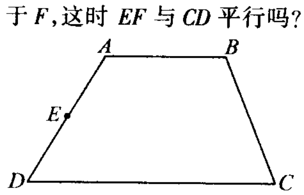
三、解答下列各题

15. 已知直线 a、b 被直线 c 所截(如图)用平移法画图时,$\angle 1=\angle 2$,你能因此得到其他角的关系或 a、b 的关系吗?把它们写出来.



(第 15 题)

16. 已知梯形 $ABCD$ 中,$AB/\!/CD$(如图),E 为 AD 中点,请画 $EF/\!/AB$ 交 BC 于 F,这时 EF 与 CD 平行吗?度量 BF 与 FC 的大小,由此你能得出什么结论?



(第 16 题)

点击知识点

1、2. 平行线定义的理解及运用

3. 平行公理的理解

4、5. 命题概念

6. 命题的组成

7. 命题的概念组成和分类

8~10. 把命题改写“如果……那么……”形

11. 两直线的位置关系

12. 平行公理的应用

13. 平行公理推论的应用

15. 平行线的判定与性质的探究

16. 平行线的画法及平行线分线段成比例定理的推论探究

5.2.2 直线平行的条件

同步教材研读
名师解疑释惑

典型题例解析
了解考题形式

知识要点归纳

1 “三线八角”

❶“三线”,直线 AB、CD 与直线 EF 相交,交点分别为 M、N(如图 5-2-11),也可表述为:两条直线 AB、CD 被第三条直线 EF 所截,交点分别为 M、N,其中,AB、CD 是被截线,EF 为截线.

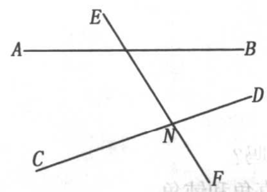


图 5-2-11

❷“八角”,两条直线 AB、CD 被第三条直线 EF 所截共得八个角(如图 5-2-12),其中,∠1、∠2、∠3、∠4 和∠5、∠6、∠7、∠8,分别具有两个公共顶点,具有公共顶点的角在位置上有对顶角和邻补角,其中没有公共点的角在位置上有三类角,即:同位角,内错角和同旁内角.

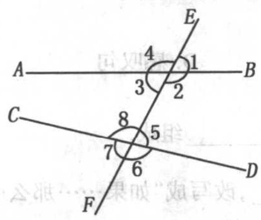


图 5-2-12

①同位角:两条直线被第三条直线所截,在两条直线的同侧且在第三条直线的同旁的两个角叫做同位角.

如上图中的∠1 和∠5 分别在直线 AB、CD 的上侧,又在第三条直线 EF 右旁,∴∠1 与∠5 是同位角,它们的位置相同,在图中还有∠2 与∠6,∠4 与∠8,∠3 与∠7 也是同位角.

②内错角:两条直线被第三条直线所截,在两条直线的内侧且在第三条直线的两旁的两个角叫做内错角.

如上图中的∠2 与∠8,在直线 AB、CD 的内侧(即 AB、CD 之间)且在 EF 的两旁∴∠2 与∠8 是内错角,同理,∠3 与∠5 也是内错角.

③同旁内角:两条直线被第三条直线所截,在两条直线的内侧且在第三条直线的同旁的两个角叫同旁内角.

如上图中的∠2 与∠5 在直线 AB、CD 内侧又在 EF 的同旁,∴∠2 与∠5 是同旁内角,同理,∠3 与∠8 也是同旁内角.

名师解题

例1 三直线 a、b、c 两两相交,(如图 5-2-20)写出图中的同位角、内错角、同旁内角,它们分别是由哪两条直线被哪一条直线所截成的?

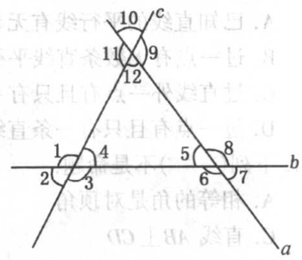


图 5-2-20

解析 ①直线 a、b 被直线 c 所截成的同位角:∠1 与∠10,∠2 与∠11,∠4 与∠9,∠3 与∠12.

内错角:∠1 与∠12,∠4 与∠11.

同旁内角:∠1 与∠11,∠4 与∠12.

②直线 a、c 被直线 b 所截成的同位角:∠1 与∠5,∠4 与∠8,∠2 与∠6,∠3 与∠7.

内错角:∠4 与∠6,∠3 与∠5.

同旁内角:∠4 与∠5,∠3 与∠6.

③直线 b、c 被直线 a 所截成的同位角:∠7 与∠9,∠8 与∠10,∠6 与∠12,∠5 与∠11.

内错角:∠5 与∠9,∠8 与∠12.

同旁内角:∠5 与∠12,∠8 与∠9.

说明:此图中,有三组“三线八角”每一组都要沿截线上下,左右的位置关系去找.

例2 已知(如图 5-2-21)在图中

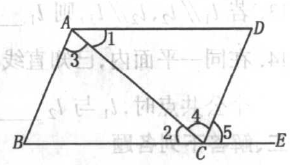


图 5-2-21

①同位角共____对,内错角共____对,同旁内角共____对.

②∠1 与∠2 是________,它们是____、____被____截成的.

③∠3 与∠4 是____被____所截而得到的____角.

④AB 和 AC 被 BE 所截而得的同位角:____________,内错角:________,同旁内角:________.

⑤AB 和 BE 被 AC 所截成的同位角________,内错角________,同旁内角________.

解析 在“三线八角”中的“三线”都是直线,而此问题的图中都是线段或射线,在解答时,不可将图中的线延长或反向延长,以免增加其他的角.

解:①2,4,11;②内错角,AD 和 BE,AC

③AB 和 CD,AC,内错角.

④∠B 与∠ACE,不存在,∠2 与∠B

⑤不存在,∠3 与∠ACE,∠2 与∠3.