

統計學

王光漢著

目次

第一章 表和圖.....1	三 四分點的用處... ..39
第一節 表... ..1	第六節 十分點... ..40
第二節 圖... ..12	一 數脚... ..40
第二章 求點.....17	二 十分點的用處... ..43
第一節 算術平均數... ..18	第七節 衆數... ..43
一 舊法... ..18	第三章 求線.....16
二 新法... ..18	第一節 半差... ..46
三 功用... ..23	第二節 四分差... ..47
第二節 幾何平均數... ..23	第三節 平均差... ..47
一 複習幾何級數... ..23	一 以真中數為主... ..47
二 乘，開方和對數的關係... ..24	二 以假中數為主... ..49
三 求幾何平均數... ..24	第四節 均方差... ..53
第三節 倒數平均數... ..27	一 平均數為主之平均差53
第四節 二分點... ..29	二 求 d^2 或 d^2 之理由.....53
一 數頭... ..29	三 均方差與差異係數的關係... ..58
二 數脚... ..31	第五節 偏態度... ..59
三 中數的用處... ..35	第四章 常態分配 61
第五節 四分點... ..35	第一節 算卦... ..62
一 數頭... ..35	第二節 常態曲線... ..63
二 數脚... ..37	

第一章 表和圖

自從有了火車，輪船，飛機，把空間縮小了。人和物都向許多地方集中。集中後就複雜起來。想從複雜中找出點頭緒來，就用得着統計。

譬如學校裏集聚着許多學生，祇看他們的成績，不下分類或統計的功夫，便不容易看出頭緒來。怎樣分類，怎樣統計呢？開始要製表和圖。

第一節 表

表一 甲班學生成績登記表

學號	成績	學號	成績	學號	成績	學號	成績
1	50	5	81	9	87	13	68
2	70	6	70	10	80	14	76
3	60	7	59.9	11	65	15	89.9
4	85	8	80	12	70	16	75

表一是甲班學生的成績，級任教師為使我們一看就可以看出某生屬於某等級，某等級共有多少人，便製出表二（在第二頁），是下了分類的功夫。

製這種表（表二），將得五十分的學生（如學號一）列入丁等，使他降級，製表的人不為他難過；將得五十九點九分的學生（如學號七）列入丁等，使他降級，製表的人常是十二分的不忍

表二 甲班學生成績等級次數(人數)分配表

等級	學 號					次數
甲	4	5	8	9	10 • 15	6
乙	2	6	12	14	16	5
丙	3	11	13			3
丁	1	7				2

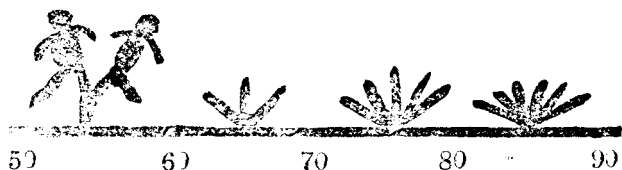
。但有什麼辦法呢？分等級就不能客氣。即使他得「59.94」分，也不能列入丙等。

像學號三的成績是六十分，被列入丙等，不降級；學號二的成績是七十分，得列入乙等，等級名義上比較好聽一點；又如學號八因成績是八十分，得了獎金。此三人一定異常快樂。實在想來：他三人是多危險呀！如每位少得半分，便有一位降級，一位頭上戴上可恥的等級——丙等，一位得不到獎金了！由此可知：在有些情形下，一分或半分，是很要緊的。成功和失敗，有時便由此一分或半分來決定！

甲班學號一的成績是五十分，學號七的成績是五十九點九分，都列入丁等。我們想用一個數來代表此二人的分數，最公平的辦法是用此等級的最中間的分數——丁等是由五十分至五十九點九九九……分，中間的分數可說是五十五分——為代表。設他二人的分數是五十五分，學號七當然不高興。但這是沒有辦法的。既列入某等級，某等級的最中間數或稱中點，便可以代表全等級中每人的分數。恨學號七的人向旁人說：「他列入丁等，怕是丁等中最壞的一個，其分數想僅足五十分！」愛

學號一的人說：「他的功課並不十分壞，及格本不成問題；這次被列入丁等，恐祇差一點點沒有到六十分！」人是可以隨自己的恨與愛來亂說列入某等級中學生的分數；但他說的數字出不了此等級的範圍。統計人員誰都不恨，也不愛，以一最公平的數代表一等級中各人的分數，不能不以其中間數為代表數。如此是假定某一等級的人們都站在中間了，茲繪圖如下：

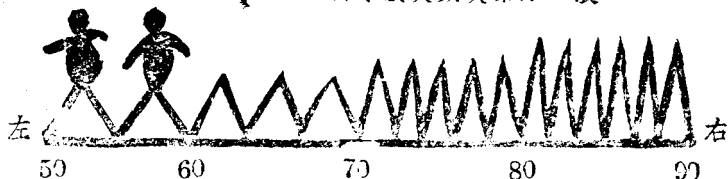
圖一 甲班學生成績等級次數集中分配圖



看圖一，我們可謂：甲班中，丁等二人，每人是五十五分；丙等三人，每人是六十五分；乙等五人，每人是七十五分；甲等六人，每人是八十五分。

如學號一及學號七二人列入丁等，我們想使二人原來分數的大小排列二人的次序，使此二人又開腿，腳靠腳站在等級上。如圖二。

圖二 甲班學生成績等級次數次第分配表



丁等是由50至59.99……，二數之間的距離是不足十，但是近於十了，所以我們常說是十。丁等中二人站着十分，第一人站前五分，第二人站後五分。按此二人的右脚說，第一人是踏在五十五分上，第二人是踏在六十分上了。丙等有三人，三

表三 在圖二上每人

表四 在圖二上每人

右脚所踏之分數

左脚所踏之分數

次第	求	法	分數	次第	求	法	分數
1	$50+1 \times (10 \div 2)$		55	1	$90-1 \times (10 \div 6)$		88.33
2	$50+2 \times (10 \div 2)$		60	2	$90-2 \times (10 \div 6)$		86.66
3	$60+1 \times (10 \div 3)$		63.33	3	$90-3 \times (10 \div 6)$		84.99
4	$60+2 \times (10 \div 3)$		66.66	4	$90-4 \times (10 \div 6)$		83.33
5	$60+3 \times (10 \div 3)$		70	5	$90-5 \times (10 \div 6)$		81.66
6	$70+1 \times (10 \div 5)$		72	6	$90-6 \times (10 \div 6)$		80
7	$70+2 \times (10 \div 5)$		74	7	$80-1 \times (10 \div 5)$		78
8	$70+3 \times (10 \div 5)$		76	8	$80-2 \times (10 \div 5)$		76
9	$70+4 \times (10 \div 5)$		78	9	$80-3 \times (10 \div 5)$		74
10	$70+5 \times (10 \div 5)$		80	10	$80-4 \times (10 \div 5)$		72
11	$80+1 \times (10 \div 3)$		81.66	11	$80-5 \times (10 \div 5)$		70
12	$80+2 \times (10 \div 3)$		83.33	12	$70-1 \times (10 \div 3)$		66.66
13	$80+3 \times (10 \div 3)$		84.99	13	$70-2 \times (10 \div 3)$		63.33
14	$80+4 \times (10 \div 3)$		86.66	14	$70-3 \times (10 \div 3)$		60
15	$80+5 \times (10 \div 3)$		88.33	15	$60-1 \times (10 \div 2)$		55
16	$80+6 \times (10 \div 3)$		90	16	$60-2 \times (10 \div 2)$		50

人站着十分，每人站三點三三……分，其中第一人的右脚踏在六十三點三三……上，第二人踏在六十六點六六……上，第三人踏在七十分上。乙等中有五人，五人站着十分，每人站着二分，其中第一人的右脚踏在七十二分上，第二人踏在七十四分上，第三人踏在七十六分上，第四人踏在七十八分上，第五人踏在八十分上。甲等中有六人，六人站着十分，每人站一點六六……分，其中第一人的右脚踏在八十一點六六……分上，第二人踏在八十三點三三……分上，第三人踏在八十四點九九……分上，第四人踏在八十六點六六……分上，第五人踏在八十八點三三……分上，第六人踏在九十分上。

如在圖二上，從左向右數，論右脚所踏者，則每人之分數如表三(在第四頁)所求者。

如在圖二上，從右向左數，論左脚所踏者，則每人之分數如表四(在第四頁)上所求者。

由圖一可以製出第五表來，由圖二也可以製出第六表來。

表五 甲班學生成績

分組次數分配表(一)

組 距	組距中點	次數
50——60(以下)	55	2
60——70	65	3
70——80	75	5
80——90	85	6
		總次數 16

表六 甲班學生成績

分組次數分配表(二)

組 距	次數
50——60	2
60——70	3
70——80	5
80——90	6
總次數 16	

由第一圖製出第五表，則第五表上每組中次數(人數)之分數是相同的。如第一組中之二人皆為五十五分，第二組之三人皆為六十五分，……。

由第二圖製出第六表，則第六表上每組中次數之分數是一個比一個大的(如由上向下數)：如第一組中之二人，一為五十五分，一為六十分；第二組中之三人，一為六十三點三三……，一為六十六點六六……，一為七十分，……。如由下向上數，是一個比一個小：如第四組之六人，第一人為八十八點三三……，第二人為八十六點六六……，第三人為八十四點九九……，……。

表五和表六都是將第一表上十六位學生的成績分為四組。凡是分數在五十分以上，六十分以下的學生都列入第一組；六十分以上，七十分以下的學生列入第二組，……。每組之後一數之後，本來有「以下」二字，在習慣上是省去了。因為省去了，又因為每組前後兩數之差，或謂前後兩數之相距與十相近，故謂表五和表六每組之「組距」是「10」。每組有大小二數，如第一組之五十和六十。此小數謂之「下限」，大數謂之「上限」。

分組次數分配表是很有用的一種表，我們明白了第五表是由圖一變來的時候，又明白了第五表可以表示第二表的意義時，就可以由第一表直接產生第五表了。產生的方法如下：

一，求兩極差(全距) 表一上的最小分數五十和最大分數八十九點九分是兩極，兩極之差是三十九點九分。此差是由最小數至最大數之距離，故亦謂之全距。

二，決定組距之大小 凡是除全距所得之商在九以上，二十五以下的數，皆可作組距。在此例可作組距及不可作組距之數如下：（代表組距之符號為 i ）

$39.9 \div 1 = 39.9$ 大於 25 所以不可用 1 為 i

$39.9 \div 2 = 19.95$ 小於 25 所以 可用 2 為 i

$39.9 \div 3 = 13.3$ 小於 25 所以 可用 3 為 i

$39.9 \div 4 = 9.975$ 小於 25 所以 可用 4 為 i

$39.9 \div 5 = 7.98$ 小於 9 所以不可用 5 為 i

為什麼凡是除全距所得之商在九以上，二十五以下之數皆可為組距呢？是因用這些數作了組距，才可有十組至二十五組的組數。為什麼分組次數分配表一定要有十組以上，二十五組以下呢？這是因為一個表如此畫在一張紙上才好看，才可以表示出全體分配的情況。如少於十，每組中之量數常相差太大；如多於二十五，組距常太小，不便於處理，又常不能顯示全體分配的情況。

在此例中，2，3，4，皆可作組距，四以上即不可作組距。編者所以在表五及表六用十作組距，其因有二：（一）為與表二之等級符合。（二）為說明方便。

三，決定組數 如在此例中，2，3，4，皆可為組距，是組數可有三數，茲求之如下：

（一）以二為 i 組數 $= 19.95 \div 1 = 20.95$ (20)

（二）以三為 i 組數 $= 13.3 \div 1 = 14.3$ (14)

（三）以四為 i 組數 $= 9.975 \div 1 = 10.975$ (10)

如以十爲組距，則 組數 $= 39.9 \div 10 + 1 = 3.99 + 1 = 4.99$
(4)。

是以二爲組距，組數有二十；三爲組距，組數有十四；四爲組距，組數有十；十爲組距，組數有四。由此我們有一求組數之公式如右：

$$\text{組數} = \text{全距} \div \text{組距} + 1$$

依常理，組數可有二十，十四及十，三數。究應用那一數呢？依常理說應選用近於十至二十五之中間數（17.5）。如依此，則應選用二十。如組數爲二十，則組距必爲二矣。現因另一種原因，決定組數爲四。因組數爲四，所以組距必爲十。

四，寫表中組距行 寫第一組，有兩個原則：（一）如兩極中之小極，即量數中之最小者，可以用組距除盡而不得小數，則以此小極開始第一組之第一數（下限）。（二）如小極不能用組距除盡或除得之商有小數時，則用較小極數爲小而能用組距除盡，又不得小數之數爲第一組之開始數（下限）。但此下限與同組之上限一定包容此小極。寫最後一組也有兩個原則：（一）此組一定包容大極。（二）此組之上限一定大於大極。茲運用此四原則寫出在此例中用二，三，四，及十爲組距時，各首組之開始數及首末兩組之全形。

（一）首組之開始數

$50(\text{小極}) \div 2 = 25$ 根據第一原則 以「0」開始

$50(\text{小極}) \div 3 = 16.66$ 根據第二原則 以「18」開始

$50(\text{小極}) \div 4 = 12.5$ 根據第二原則 以「18」開始

$50(\text{小極}) \div 10 = 5$ 根據第一原則 以「50」開始

(二)首組及末組

	二為組距	三為組距	四為組距	十為組距
首組	50——52	48——51	48——52	50——60
末組	88——90	87——90	88——92	80——90

組距的寫法有六種，如五為組距，其寫法如下：

a	b	c	d	e	f
0—較小於 5	0— 4.99	0— 4	0— 2.5	0— 5	
5—較小於 10	5— 9.99	5— 9	5— 7.5	5—10	
10—較小於 15	10—14.99	10—14	10— 12.5	10—15	

此六種之關係如右： $a=b=c=d=e=f$

通用者為第六種(f)。

五，寫表中第二行組距中點 求組距中點之公式如下：

$$\text{組距中點} = \text{下限} + \frac{\text{上限} - \text{下限}}{2}$$

表七 甲班成績分組次數

分配表(三)

組 距	組距中點	劃記	次數
50——60	55		2
60——70	65		3
70——80	75		5
80——90	85		6

總次數 16

六，劃記(完成第

三行) 如表一第一分數是五十，就在表七第三行(劃記行)對着第一組及組距中點五十五的地方劃一「|」號。劃後

立刻將表一上此數(五十分)劃去；看表一第二數是七十，就在表七第三行，對着第

三組及組距中點七十五的地方劃一「|」號。劃後立刻將表一上此一數劃去。如此依次序可將表一上十六位學生的分數劃入表七第三行。

在劃入時，千萬不要在表一上去找五十以上，六十以下有幾人，然後總記在表七上；找六十以上，七十以下有幾人，然後總記在表七上；……。因表一上的分數如多至五十個以上時，如此去找，就感到困難了。

劃記，在某一行，已劃了四劃「冊」，如再添一劃時，一定要做成「冊」形。

七，改劃記為數字 劃記完畢後，改劃記為數字，如表七第四行，再將數字加起來就完成此表。

作分組次數分配表是在作分類的工作。在分某村青年時，可以依年別，性別，婚否，窮富……去分類。可作出許多分組次數分配表。如依年別分後，又依性別分此已依年別所分之類，又依婚否去分此已依年別與性別所分之類，又依窮富去分此已依年別，性別及婚否所分之類，則可有如下之分類表：

表八 某村青年年別性別婚否及窮富分類表

某 村 青 年

<u>滿 二 十 歲</u>				<u>未 滿 二 十 歲</u>			
男		女		男		女	
結 婚	未 結 婚	結 婚	未 結 婚	結 婚	未 結 婚	結 婚	未 結 婚
窮 富	窮 富	窮 富	窮 富	窮 富	窮 富	窮 富	窮 富

爲分類更分明起見，還可以先依窮富分，再依婚否，再依性別，再依年別分，又可有如下之分類表：

表九 某村青年窮富婚否性別及年別分類表

某 村 青 年											
窮						富					
婚			未 婚			婚			未 婚		
男	女		男	女		男	女		男	女	
滿	未滿	滿	未滿	滿	未滿	滿	未滿	滿	未滿	滿	未滿

以上兩個分類表中，每一條線之下可作一個分組次數分配表。是此二表合計共可作三十個。

對於一個村莊的青年作分類工作，作出三十個小分組次數分配表。分貼起來，所站地方太大；再者亦表示不出彼此間之關係。統計學家想出一個辦法——製四項表。茲繪之如下：

表十 四項表

假如每方孔內有了

性 別 與 窮 富 年 別 與 婚 否	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	全 村			窮			富		
	全 計	男	女	合 計	男	女	合 計	男	女
1. 總數	20	10	10						
2. 滿二十歲									
3. 未滿二十歲									
4. 已婚									
5. 滿二十歲									
6. 未滿二十歲						5			
7. 未婚									
8. 滿二十歲									
9. 未滿二十歲									

真的數字，我們便可對調查此村之人說出第九及第十兩表中任何一項之分類數字，譬如表中有個 5 字，是說明此村有五位未滿二十歲之窮女青年已結婚了。如此村未滿二十歲，家中富有之男青年結婚者多，則此村有早婚之風氣

。如已滿二十歲之窮男青年全未結婚，則是個可注意的問題。

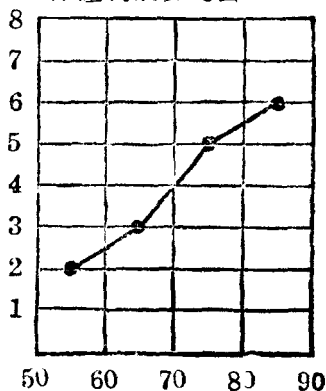
在製表十時，僅製出「1,2,3 及 A」所形成之方表時，謂之「一項表」，祇說明年別一項；在僅製出「1,2,3, A, B, C」所形成之方表時，謂之「三項表」，祇說明年別，性別及婚否三項；在製出「1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F, G, H, I,」所形成之方表時，始謂之「四項表」。

假如我們還想依「有工作否」來分此村之青年，則可製出五項者。

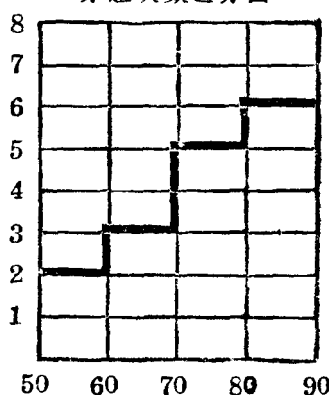
第二節 圖

我們看五六兩表，要詳閱其中數字，一一比較之，才知道甲班的學生成績壞的少，好的多。但我們看圖三，一看便可看出甲班的學生成績壞的少，好的多，此因有一線由低而高之故。

圖三 甲班學生成績
分組次數多邊圖



圖四 甲班學生成績
分組次數直方圖



由表五畫圖三，其步驟有四：

一，由表五次數行中最多之次數(6)決定圖三之高。圖三之高本為六格，現多二格者，為製出之圖美觀之故。

二，由表五組距行之組數(四)決定圖三之寬。因表五組距行有四組，所以圖三之寬有四段。此四段是由表五組距行之四組(50—60, 60—70, 70—80, 80—90)相連而成。

三，高線分八格。寬線分四格。由高線之每格向右畫八條橫線，其長與寬線同；由寬線之四格分格處向上畫四條縱線，其長與高線同。如此可製成圖三。

四，假定表五代表圖一，則表五第一組(50—60)中之二人皆為五十五分。如在圖三上，是站在橫線第一格(50—60)上之中間圓點上；同理，表五第二組中之三人站在第二格(60—70)上之中間圓點上；第三組中之五人站在第三格(70—80)上之中間圓點上；第四組中之六人站在第四格(80—90)上之中間圓點上。

假如表六是代表圖二，表六上每一組之人數之分數都是由小而大或由大而小的，想畫一分組次數圖，就要畫分組次數直方圖，如第四圖。

圖二上第一段(50—60)中有二人，是叉開腿排立在一格上。論右腳，第一人是五十五分，第二人是六十分。表六是由圖二產生的，圖四是由表六產生的，其圖四亦由圖二而來。圖二上第一段中二人叉開腿排立着，所以也在圖四的橫線第一格(50—60)上之粗線上排立着。第一人站此粗線之前一半，第二

入站後一半，所以畫時不能用點，要用線。表六第二組中有三人，用第二格上之粗線來表示。第三組中有五人，用第三格上之粗線來表示；……。用直粗線將此四粗線連起，就作成直方圖。看此圖，也可以看出甲班學生成績壞的少，好的多。

多邊圖和直方圖是為得表示次數分配之真情；但有時不能表示真情，使我們有錯的認識。我舉一例。譬如有兩個小學都辦了三年，其歷年之學生數如下：

	第一年	第二年	第三年	
甲校	10	20	30	如依上法畫次數多邊圖，則如第五圖。(頁15)
乙校	100	200	300	
乙校學生數增加的快，甲校增加慢。在這方面甲校不如乙校，好像是甲校不如乙校辦得好。但依實看來：二校學生數之增加率是一樣的。如第二年甲校增加一倍，乙校亦然；第三年甲校增加第二年人數之半倍，乙校亦然，不分好壞。所以圖五所表示者易使我們有錯誤之認識。假如將此二校的情形畫在對數圖上(第六圖)，就使我們有正確的認識了。				看第五圖，我們以為

我們知道以下的事實：

$$10^1 = 10$$

10的對數是1.0000	40的對數是1.6021	70的對數是1.8452
20的對數是1.3010	50的對數是1.6990	80的對數是1.9031
30的對數是1.4771	60的對數是1.7780	90的對數是1.9542

$$10^2 = 100$$

100的對數是2.0000	200的對數是2.3010	300的對數是2.4771
---------------	---------------	---------------