

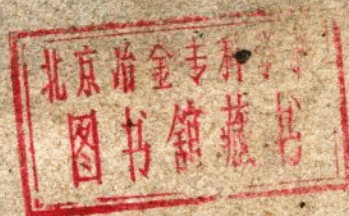
高等学校教学用书

齿轮刀具

CHILUN DAOJU

(计算与设计)

西安交通大学机械制造
工艺及其设备教研组编



人民教育出版社

高等学校教学用书



齒 · 輪 · 刀 · 具

CHILUN DAOJU

(計算与設計)

西安交通大学机械制造
工艺及其设备教研组編

人民教育出版社

本书是由西安交通大学机械制造工艺及其设备教研组根据数年来在校学经验和贯彻党的教育方针的体会，集体编写而成的。本书可作为高等工业学校和业余大学机械制造工艺及其设备专业金属切削刀具课程的教学参考书，也可供工厂中工具工作者参考。

全书共有十三章，分别介绍了加工圆柱齿轮、蜗杆、蜗轮、锥齿轮和非渐开线齿轮的刀具，以及它们的计算、设计和特殊的制造工艺。为了便于读者学习和参考，在第一章和第十章内详细地阐述了圆柱齿轮刀具和圆锥齿轮刀具的理论基础。文中着重地介绍了各种高生产率的齿轮刀具。例如对于在我国社会主义建设中已发挥显著作用的插齿刀头和直齿插齿轮拉-铣刀等新型刀具的基本原理，均有清楚的叙述。对国内外在齿轮刀具方面的制成就也有扼要的介紹。

本书由乐克謙主編，参加编写工作的有金精、郑振龙、许栋梁、楊公仆、林其駿。

齿 轮 刀 具

(計算与設計)

西安交通大学机械制造

工艺及其设备教研组編

人民教育出版社出版 高等学校教学用书编辑组
北京宣武門內大街27号

(北京市书刊出版业营业登记证出字第2号)

中央民族印刷厂印装

新华书店科技发行所发行

各地新华书店經售

统一书号 15010·968 开本 787×1092 1/16 印张 22 1/2
字数 612,000 印数 00001-10,000 定价(7) 2.10
1960年12月第1版 1960年12月北京第1次印刷

目 录

第一章 圆柱齿轮啮合的基本问题

§ 1-1. 渐开线及其性质	1
§ 1-2. 渐开线齿轮的基本原理	8
§ 1-3. 渐开线齿轮啮合的必要条件	5
§ 1-4. 齿轮与齿条的啮合	7
§ 1-5. 齿轮啮合中的“干涉现象”和刀具加工齿轮时的“根切现象”	9
§ 1-6. 直齿圆柱齿轮的修正	13
§ 1-7. 斜齿条和斜齿轮	17
§ 1-8. 螺旋齿轮啮合	21
§ 1-9. 蜗杆的螺旋面	25
§ 1-10. 蜗杆与蜗轮的啮合	31
§ 1-11. 内齿轮的啮合原理	33

第二章 盘形齿轮铣刀

§ 2-1. 盘形齿轮铣刀的用途	26
§ 2-2. 铣刀组	37
§ 2-3. 加工直齿圆柱齿轮用的盘形齿轮铣刀的齿形	39
§ 2-4. 精加工用的盘形齿轮铣刀结构及主要尺寸	49
§ 2-5. 粗加工用的盘形齿轮铣刀的结构	52
§ 2-6. 加工斜齿圆柱齿轮的盘形铣刀	54

第三章 指形齿轮铣刀

§ 3-1. 指形齿轮铣刀的用途、类型与工作条件	56
§ 3-2. 精切用的指形齿轮铣刀的结构	57
§ 3-3. 指形齿轮铣刀的齿形	58
§ 3-4. 粗切用的指形齿轮铣刀的结构	63
§ 3-5. 指形齿轮铣刀的制造问题	64

第四章 插齿刀头

§ 4-1. 插齿刀头加工齿轮的原理	70
§ 4-2. 插齿刀头的切削齿形	72
§ 4-3. 插齿刀头的切削角度	78
§ 4-4. 插齿刀头的尺寸及制造精度	74

第五章 梳齿刀

§ 5-1. 基本问题	77
§ 5-2. 直齿梳齿刀	77
§ 5-3. 斜齿梳齿刀	81

第六章 插齿刀

§ 6-1. 插齿刀的用途及类型	87
§ 6-2. 外啮合直齿插齿刀的原理和设计原则	90
§ 6-3. 插齿刀的后面和前面的分析与磨削方法	99

§ 6-4. 外啮合直齿插齿刀的设计步骤	107
§ 6-5. 内啮合直齿插齿刀	109
§ 6-6. 斜齿插齿刀	121
§ 6-7. 修缘插齿刀	180

第七章 齿轮滚刀

§ 7-1. 齿轮滚刀的基本问题	139
§ 7-2. 滚刀的制造问题	143
§ 7-3. 渐开线滚刀	147
§ 7-4. 阿基米德滚刀(近似造形法的滚刀)	149
§ 7-5. 阿基米德滚刀的造形误差计算方法	152
§ 7-6. 法向直廓滚刀(近似造形法的滚刀)	155
§ 7-7. 齿轮滚刀的外径与分圆直径	156
§ 7-8. 精加工用的阿基米德滚刀设计	161
§ 7-9. 法向直廓齿轮滚刀的设计	166
§ 7-10. 粗加工用的齿轮滚刀设计	166
§ 7-11. 锥齿滚刀的结构	167
§ 7-12. 高生产率的双齿滚刀	171

第八章 加工蜗杆及蜗轮用的刀具

§ 8-1. 加工普通蜗杆用的刀具	181
§ 8-2. 加工普通蜗轮用的刀具	181
§ 8-3. 加工球面蜗杆用的刀具	193
§ 8-4. 加工球面蜗轮用的刀具	196

第九章 剃齿刀

§ 9-1. 剃齿的一般概念	200
§ 9-2. 盘形剃齿刀的设计	202
§ 9-3. 剃齿刀	208
§ 9-4. 剃齿刀齿形的修正	210
§ 9-5. 剃齿刀具的齿形设计	210

第十章 加工锥齿轮的基本问题

§ 10-1. 锥齿轮的主要尺寸	215
§ 10-2. 锥齿轮的主要类型	219
§ 10-3. 锥齿轮的加工方法及原理	221
§ 10-4. “简单双面切制法”加工等高齿弧齿锥齿轮的简介	225
§ 10-5. “简单单面切制法”加工等高齿弧齿锥齿轮的简介	230
§ 10-6. 刀具的齿形角与被切等高齿弧齿锥齿轮的齿形角间的关系	231
§ 10-7. 刀具的齿形角与被切收顶齿弧齿锥齿轮的齿形角间的关系	232
§ 10-8. 用成对的刨刀加工直齿锥齿轮	235

第十一章 加工曲线齿锥齿轮的刀具

§ 11-1. 弧齿锥齿轮铣刀盘的结构	239
§ 11-2. 弧齿锥齿轮铣刀盘的刀齿齿形角	247
§ 11-3. 对齿接触及其消除方法	249
§ 11-4. 简单双面切削法中的双面刀盘刀齿齿距和形成直径的计算	254
§ 11-5. 简单双面切削法中的单面刀盘形成直径的计算	260
§ 11-6. 简单单面切削法中刀盘形成直径的计算	267
§ 11-7. 刀体基距、刀齿基距和垫片厚度	268
§ 11-8. 弧齿锥齿轮铣刀盘的刀齿切削角度	270
§ 11-9. 半展成法加工弧齿锥齿轮	278
§ 11-10. 单刀号法加工弧齿锥齿轮	279
§ 11-11. 圆弧形成切削法的铣刀盘	281
§ 11-12. 连续切削法的铣刀盘	283
§ 11-13. 锥形成刀	287

第十二章 加工直齿锥齿轮的刀具

§ 12-1. 成对的直齿锥齿轮插刨刀	288
---------------------	-----

§ 12-2. 加工直齿锥齿轮的高生产率刀具	288
------------------------	-----

§ 12-3. 粗加工直齿锥齿轮用的刀具	301
----------------------	-----

第十三章 加工非渐开线齿形工件的刀具

§ 13-1. 基本概念	303
§ 13-2. 展成磨刀	303
§ 13-3. 成形滚刀	325
§ 13-4. 组合切削法的滚刀	341
§ 13-5. 加工花键轴用的插齿刀齿形求法	346
§ 13-6. 加工花键孔用的插齿刀齿形求法	348
§ 13-7. 用渐开线代替插齿刀的理論齿形曲线	350
§ 13-8. 关于插齿刀在刃磨后仍加工出准确的工件齿形问题	352
§ 13-9. 按平面啮合原理工作的展成滚刀	355
§ 13-10. 按空间啮合原理加工齿轮及花键轴的车齿刀	357
参考书目	359

第一章 圓柱齒輪嚙合的基本問題

1-1. 漸开綫及其性質

若一直线 $\overline{MM}$ 在半径为 r_0 的圆周上滚动(图 1-1), 则此直线上任意点 B 的轨迹 AB 称为渐开线, 半径为 r_0 的圆称为基圆, 而直线 $\overline{MM}$ 称为发生线。

漸開線上任意點 B 的位置可用漸開角 θ_s 和向量半徑 r_s 表示。基圓半徑 $\overline{OA}$ 和 $\overline{OC}$ 間的夾角 τ_s 稱為漸開綫展開角；向量半徑 $\overline{OB}$ 和基圓半徑 $\overline{OC}$ 間的夾角 α_s 稱為壓力角。

由于 O 点是发生线相对于基圆滚动时的瞬时中心，所以线段 $\overline{BC}$ 就是渐开线上 B 点的曲率半径，其长度以 ρ_b 表示。因而 $\overline{BC}$ 的方向就是渐开线在 B 点的法线方向，也就是说，渐开线上任意点的法线是和基圆相切的。同时，由上述可知，渐开线上任意点 B 的向量半径 $\overline{OB}$ 与渐开线在 B 点的切线所夹的角，也就是 B 点的压力角。

由于 $\operatorname{tg} \alpha_x = \frac{\rho_x}{r_0}$, (1-1)

而式中的 r_0 为常数, ρ_s 为变数, 所以渐开线上各点的压力角是不相同的: 在渐开线的开始点 A , 压力角为零, 离基圆圆周愈远的点, 其压力角愈大。由图 1-1 可得下列几何关系:

$$\tau_0 = \operatorname{tg} \alpha_0, \quad (1-2)$$

$$\theta_n = r_n - a_n = i(a_n - a_n) = inv a_n. \quad (1-3)$$

$$\cos \alpha_x = \frac{r_0}{r} \quad (1-4)$$

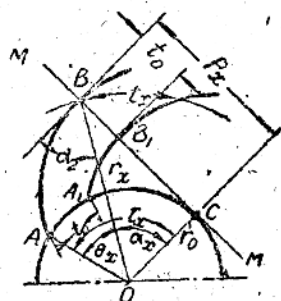


图 1-1. 渐开线。

公式(1-3)和(1-4)即为渐开线的参变方程式,其中 θ_0 和 r_0 为渐开线上任意点的坐标, α 为参变数。

由公式(1-4)可得下列关系式:

$$r_0 = r_x \cos \alpha_x. \quad (1-5)$$

这是一个非常重要的关系，即渐开线上任意点的向量半径与该点压力角余弦的乘积，总是等于基圆半径。

由公式(1-3)可得渐开线以 θ_s 和 r_s 直接表示的方程式为

$$\theta_s = \frac{\sqrt{r_s^2 - r_0^2}}{r_0} - \lg^{-1} \frac{\sqrt{r_s^2 - r_0^2}}{r_0}. \quad (1-6)$$

發生綫上另一点 B_1 也有其相当的漸开綫 A_1B_1 , 它的形状完全和 AB 相同。 AB 和 A_1B_1 沿漸开綫法綫方向的距离等于發生綫上的綫段 $\overline{BB_1}$ 的长度。由图 1-1 可見: 同方向的相邻两漸开綫間的基圓圆周距离 t_0 等于它們在公法綫上的距离 $\overline{BB_1}$, 距离 t_0 称为基圓齿距。从图 1-1 亦可見, 任何圓周上的齿距 t 可按下式决定:

$$\frac{t_s}{t_0} = \frac{r_s}{r_0},$$

由此可得 $t_s = t_0 \frac{r_s}{r_0} = \frac{t_0}{\cos \alpha_s},$ (1-7)

由上式又可得下列关系式:

$$t_0 = t_s \cos \alpha_s. \quad (1-8)$$

图 1-2 为两个渐开线接触时的情形, 它们的基圆半径各为 r_{01} 和 r_{02} , 中心距为 A 。根据上述的渐开线性质可知: 不论两渐开线在任何位置接触, 它们的接触点 Q 总是在两基圆的内公切线 A_1A_2 上, 这个公切线称为啮合线。

设在接触转动中任一瞬时, 两渐开线的旋转角速度各为 ω_1 与 ω_2 , 即可根据接触点法向分速度 $\vec{Qn}$ 相等的原理, 证明出下式:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{02}}{r_{01}}, \quad (1-9)$$

上式的意义是: 当两渐开线接触转动时, 它们的传动比 i 是一常数, 仅决定于两渐开线的基圆半径而与中心距无关。因此, 若 ω_1 为一等速, 则 ω_2 为缩小(或放大)若干倍的等速。这个性质, 使得渐开线能用来作为齿轮传动的齿形。

由图 1-2 可知:

$$\frac{r_{02}}{r_{01}} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r_2}{r_1}, \quad (1-10)$$

所以

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1},$$

或

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2. \quad (1-11)$$

上式的意义是: 当两渐开线接触转动时, 它们的相对运动关系, 就等于有另外两个圆周在纯滚动, 这两个圆的半径 r_1 和 r_2 等于两基圆连心线和公切线的交点 P 到各基圆中心的距离。这两个圆称为节圆, 而 P 点称为啮合节点。

很明显的, 两节圆半径之和等于中心距, 即

$$r_1 + r_2 = A. \quad (1-12)$$

因此, 当两渐开线的基圆半径 r_{01} 和 r_{02} 以及它们的啮合中心距 A 为已知值时, 它们的节圆半径 r_1 和 r_2 , 可由公式(1-10)及(1-12)解得, 即

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= A \frac{r_{01}}{r_{01} + r_{02}}; \\ r_2 &= A \frac{r_{02}}{r_{01} + r_{02}}. \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

通过啮合节点 P 作一直线垂直于连心线, 则此所作直线与啮合线 A_1A_2 间的夹角 α 称为啮合角。很明显的, 这个啮合角就等于上述两渐开线在各自节圆上的压力角, 因为

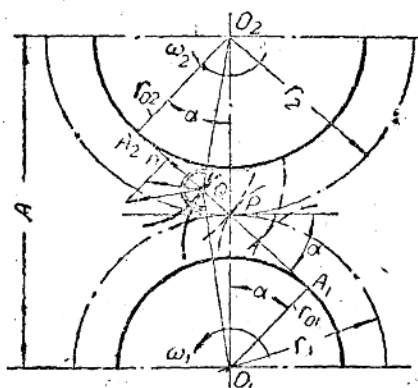


图 1-2. 渐开线接触。

$$\cos \alpha = \frac{r_{01}}{r_1} = \frac{r_{02}}{r_2}; \quad (1-14)$$

或者

$$\cos \alpha = \frac{r_{01} + r_{02}}{A}. \quad (1-15)$$

綜上所述: 当两渐开线接触转动时, 传动比为一常数, 等于它们的基圆半径的反比数值, 而与中心距无关; 但节圆半径和啮合角则随中心距的增减而增减, 而啮合角始终是渐开线在节圆上的压力角。

由图 1-2 可知: 两个接触渐开线中的任一渐开线, 是两节圆纯滚动过程中另一渐开线的无数相对位置的包络线。图 1-3 中系假定节圆 1 不动, 而节圆 2 绕节圆 1 的轴心 O_1 转动 (两个节圆圆周纯滚动)。此时滚动的渐开线在运动中的无数位置的包络线就是基圆半径为 r_{01} 的渐开线。很明显的, 这两个节圆的相对运动仍与图 1-2 相同。如果两个轴心 O_1 及 O_2 都在固定位置, 则当它们按 $i = \frac{r_{02}}{r_{01}} = \frac{r_2}{r_1}$ 的规律旋转时, 其中某一渐开线相对于另一节圆运动的无数位置的包络线也就成为另一渐开线, 后者的基圆半径决定于前者的基圆半径及滚动比 i 。

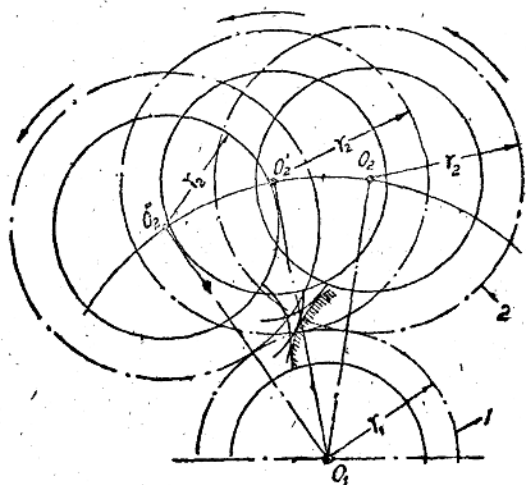


图 1-3. 纯滚动中的包络线。

§ 1-2. 渐开线齿轮的基本要素

渐开线齿轮的基本要素是: 齿数 Z 、模数 m (毫米)、分圆上的压力角或所谓齿形角 α (度)、齿高系数 f 和径向间隙系数 C' (图 1-4)。

知道了齿数 Z 和模数 m 后, 可得分圆直径为

$$d_s = mZ \text{ 毫米}. \quad (1-16)$$

或分圆半径为

$$r_s = \frac{mZ}{2} \text{ 毫米}. \quad (1-17)$$

知道分圆半径 r_s 和齿形角 α 后, 可得基圆半径

$$r_0 = r_s \cos \alpha, \text{ 毫米}. \quad (1-18)$$

有了基圆尺寸, 则齿轮的渐开线齿形就一定了。

由公式 (1-16) 可得分圆齿距为

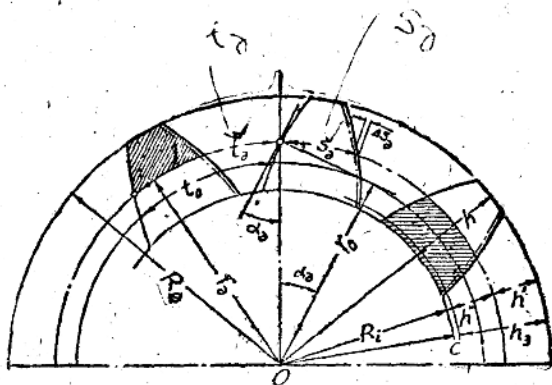


图 1-4. 渐开线齿轮的基本要素。

$$t_2 = \frac{\pi d_2}{Z} = m\pi \text{ 毫米。} \quad (1-19)$$

因此,基圆齿距为 $t_0 = t_2 \cos \alpha_2 = m\pi \cos \alpha_2 \text{ 毫米。}$ (1-20)

对于标准齿轮来说,分圆上的理论齿厚为

$$S_2 = \frac{t_2}{2} = \frac{m\pi}{2} \text{ 毫米。} \quad (1-21)$$

但为了使齿轮在传动中有一定侧向间隙 C_n , 应使分圆上的理论齿厚减小某一数值 ΔS_2 , 此值称为作薄量; 因此, 分圆上的实际齿厚为

$$S_2 = \frac{m\pi}{2} - \Delta S_2 \text{ 毫米。} \quad (1-21a)$$

侧向间隙 C_n 的数值随齿轮的啮合条件并按中心距的大小而决定。

知道了齿高系数 f 及径向间隙系数 C' 后, 则可得:

齿顶高 $h' = fm \text{ 毫米;} \quad (1-22)$

齿根高 $h'' = (f + C')m \text{ 毫米;} \quad (1-23)$

齿全高 $h = h' + h'' = (2f + C')m \text{ 毫米;} \quad (1-24)$

牙齿工作高度 $h_s = h - C'm = 2fm \text{ 毫米;} \quad (1-25)$

径向间隙 $C = C'm \text{ 毫米;} \quad (1-26)$

顶圆半径 $R_e = r_2 + h' = \left(\frac{Z}{2} + f\right)m \text{ 毫米;} \quad (1-27)$

根圆半径 $R_i = r_2 - h'' = \left(\frac{Z}{2} - f - C'\right)m \text{ 毫米。} \quad (1-28)$

至于基圆和根圆的相对位置是随齿轮的齿数、齿高系数、径向间隙系数及齿形角而改变的, 可由下列分析决定:

分圆与根圆的半径之差为 $h'' = (f + C')m; \quad (a)$

分圆与基圆的半径之差为 $r_2 - r_0 = r_2(1 - \cos \alpha_2) = \frac{mZ}{2}(1 - \cos \alpha_2). \quad (b)$

如果(a)式大于(b)式, 则根圆在基圆的里边; 反之, 根圆在基圆的外边。当 $\alpha_2 = 20^\circ, f = 1, C' = 0.20$ 时, 则当 $Z \leq 39$ 时, 根圆在里边; 当 $Z > 39$ 时, 基圆在里边。

在上述的基本要素中, 模数已经标准化了。其值为 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 1; 1.25; 1.5; 1.75; 2; 2.25; 2.5; (2.75); 3; (3.25); 3.5; (3.75); 4; (4.25); 4.5; 5; 5.5; 6; 6.5; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30; 33; 36; 39; 42; 45; 50。大于 50 毫米时, 则每一种模数增加 5 毫米。

齿形角也已标准化了, 为 $\alpha_2 = 20^\circ$, 但在某些用途的齿轮上仍有采用 $14\frac{1}{2}^\circ$ 、 15° 或 $17\frac{1}{2}^\circ$ 的齿形角。径向间隙系数为 $C' = 0.20 \sim 0.35$; 对于圆柱齿轮, 标准值为 0.25; 当用盘形齿轮铣刀加工齿轮时, 常取为 0.20; 当用插齿刀及剃齿刀加工齿轮时, 可增大到 0.35。

§ 1-3. 漸開線齒輪嚙合的必要條件

圖 1-5 為兩個標準齒輪沿分圓相切嚙合的情形。嚙合的基本條件是：它們的齒形角 α_0 和模數 m 必須分別相等。也就是說，它們的基圓齒距 t_0 必須相等（公式 1-20）。由於齒形角 α_0 （即分圓上的壓力角）相等，所以此時的節圓就是分圓，因為由公式（1-13）可知

$$r_1 = \frac{Ar_{01}}{r_{01} + r_{02}} = \frac{(r_{01} + r_{02})r_{01} \cos \alpha_0}{(r_{01} + r_{02}) \cos \alpha_0} = r_{01};$$

同樣可得

$$r_2 = r_{02}.$$

由於模數 m 相等，所以它們的節圓（此時即為分圓）齒距 t 也相等，即

$$t = t_0 = m\pi.$$

因而前一對牙齒的嚙合就不會與後一對牙齒的嚙合發生矛盾。

由於分圓就是節圓，所以嚙合角 α 等於齒形角 α_0 。

這一對齒輪的傳動比為

$$i = \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_{02}}{r_{01}} = \frac{mZ_2}{mZ_1} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (1-29)$$

假如這一對齒輪的牙齒無作薄量，則牙齒

的兩面都在作無側向間隙的嚙合，一面的嚙合綫為 $\overline{A_1A_2}$ ，而另一面的嚙合綫為 $\overline{B_1B_2}$ 。因此，設想兩齒輪中的某一齒輪為刀具，而另一齒輪為向無牙齒的圓環，令它們在中心距 $A = r_{01} + r_{02}$ 的相對位置上以傳動比 $i = \frac{Z_2}{Z_1}$ 相對轉動，則刀具就能在圓環上切出相同模數和相同齒形角的齒輪^①。但為了使被切齒輪得到一定的齒根高，刀具的齒頂高還必須加一個大小等於徑向間隙 C 的數值。

設想上述兩齒輪的中心距 A 略大於 $r_{01} + r_{02}$ ，則兩分圓不相切了。但是這兩個齒輪仍可嚙合傳動（圖 1-6），所不同的僅在於此時的節圓半徑、嚙合角及節圓齒距都增大了，這可分別地由公式（1-13）、（1-15）及（1-7）看出。

但由於這兩個齒輪的基圓齒距 t_0 相等，所以它們的節圓齒距雖都增大了，但仍相等，為

$$t = \frac{t_0}{\cos \alpha},$$

式中 α ——此時的嚙合角。

因此，前一對牙齒的嚙合還是不會與後一對牙齒的嚙合發生矛盾的。

此時的傳動比仍為

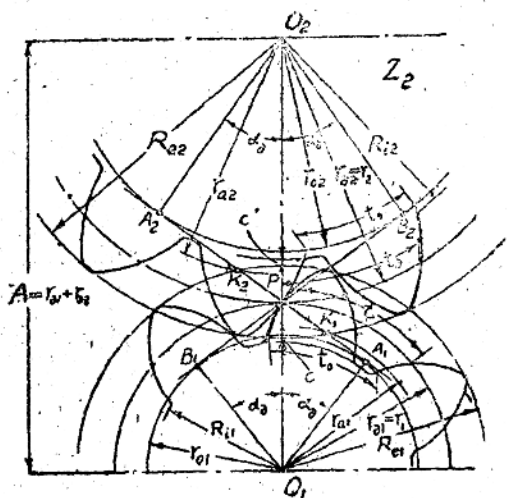


圖 1-5. 兩齒輪嚙合。

① 切制過程中，刀具必須有剝削運動。

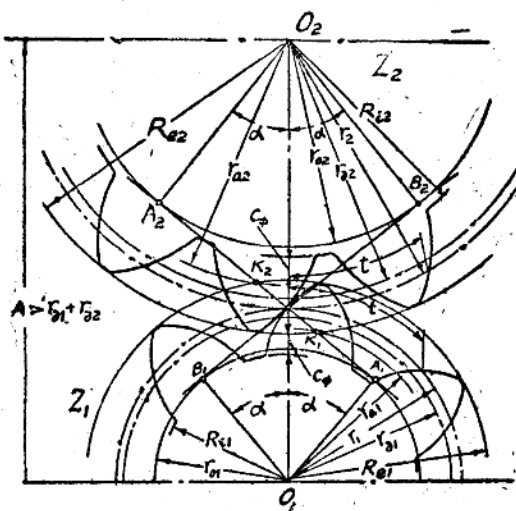


图 1-6. 两齿轮在改变了中心距时的啮合。

在图 1-6 中, 顶圆(半径为 R_{a1} 和 R_{a2})与啮合线的交点 K_1 和 K_2 称为极限啮合点。渐开线在极限啮合点的曲率半径可从图中求得为

$$\left. \begin{aligned} \rho_{a1} &= \overline{A_1 K_1} = A \sin \alpha - \sqrt{R_{a2}^2 - r_{b2}^2}; \\ \rho_{a2} &= \overline{A_2 K_2} = A \sin \alpha - \sqrt{R_{a1}^2 - r_{b1}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (1-30)$$

极限啮合点的半径各为

$$\left. \begin{aligned} r_{a1} &= \sqrt{r_{b1}^2 + \rho_{a1}^2} = \sqrt{r_{b1}^2 + (A \sin \alpha - \sqrt{R_{a2}^2 - r_{b2}^2})^2}; \\ r_{a2} &= \sqrt{r_{b2}^2 + \rho_{a2}^2} = \sqrt{r_{b2}^2 + (A \sin \alpha - \sqrt{R_{a1}^2 - r_{b1}^2})^2}. \end{aligned} \right\} \quad (1-31)$$

一对牙齿在啮合线的 $\overline{K_1 K_2}$ 线段上互相接触, 这一线段的长度称为啮合长度, 以 l 表之,

$$\begin{aligned} l &= \overline{K_1 K_2} = \overline{A_1 A_2} - (\overline{A_1 K_1} + \overline{A_2 K_2}) \\ &= A \sin \alpha - (2A \sin \alpha - \sqrt{R_{a2}^2 - r_{b2}^2} - \sqrt{R_{a1}^2 - r_{b1}^2}) \\ &= \sqrt{R_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{R_{a2}^2 - r_{b2}^2} - A \sin \alpha. \end{aligned} \quad (1-32)$$

啮合长度与基圆齿距的比值称为重合系数, 以 ε 表之, 所以

$$\varepsilon = \frac{l}{p_b} \quad (1-33)$$

ε 愈大表示同时参与啮合的牙齿对数愈多。很明显的, 齿轮要能连续不断地啮合传动, ε 至少要等于 1。

此外, 齿轮要能正常地啮合, 还须遵守一个重要的条件, 即齿轮牙齿在其配偶齿轮齿槽中相

$$i = \frac{r_{O2}}{r_{O1}} = \frac{r_{O2} \cos \alpha_2}{r_{O1} \cos \alpha_2} = \frac{r_{O2}}{r_{O1}} = \frac{m Z_2}{m Z_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

另外, 无须证明即可知道, 此时的侧向间隙与径向间隙都增大了。由于侧向间隙加大, 所以牙齿只有一面啮合; 由于径向间隙加大, 所以牙齿渐开线实际参加工作的长度也减小了。此时设想某一齿轮为刀具, 而另一齿轮为尚无牙齿的圆坯, 令它们在中心距 $A > r_{O1} + r_{O2}$ 的相对位置上以传动比 $i = \frac{Z_2}{Z_1}$ 相对转动, 则刀具也能在圆坯上切出相同模数和相同齿形角的齿轮, 但切出的齿轮的分圆齿厚必大于标准齿厚, 而齿根高小于标准齿根高。相反的, 若令刀具与齿轮在中心距 $A < r_{O1} + r_{O2}$ 的相对位置上仍以传动比 $i = \frac{Z_2}{Z_1}$ 相对转动, 则刀具还是可以在圆

對運動的軌迹不應干涉配偶齒輪牙齒根部的漸開綫及過渡曲綫。這個問題。我們在 §1-5 中詳細說明。

§ 1-4. 齒輪與齒條的嚙合

齒條可以視為齒數是無窮多的齒輪。由漸開綫齒輪轉變而成的齒條，其分圓、基圓、頂圓及根圓都成為直綫。而更重要的是：其齒形也由漸開綫轉變為直綫，這是因為基圓半徑等於無窮大的緣故。因此，其齒形上各點的壓力角和齒距皆成為常數，齒形角仍用 α_s 表示；齒距則以 t 表示（圖 1-7）。

$$t = m\pi \text{ 毫米。} \quad (1-34)$$

在齒條牙齒的中綫 $W-W$ 上，理論齒厚 S 與槽寬相等，各為齒距之半，即為 $\frac{t}{2}$ 。齒頂高 h' 及齒根高 h'' 仍各為 fm 及 $(f+C')m$ ，均自中綫量起。基圓齒距為同方向的鄰近二齒側的垂直距離，仍用 t_0 表示，因此

$$t_0 = t \cos \alpha_s \text{ 毫米。} \quad (1-35)$$

齒條與齒輪的嚙合條件，仍與上節所說的相同。

圖 1-7 為齒條以中綫與齒輪分圓相切嚙合時的情況。根據嚙合條件，齒輪的齒形角必須等於齒條的齒形角（即 $\alpha_s = \alpha_d$ ），而齒輪的分圓齒距也必須等於齒條的齒距（即 $t_0 = t$ ）。很明顯的，此時的嚙合角 α 就是齒形角 α_s ，而齒輪的分圓就是純滾動的節圓，以及齒條的中綫就是純滾動的節綫。

它們的滾動比是：當齒條沿中綫方向移動一個齒距 t 時，齒輪的分圓轉過一個齒距 t_0 。假使牙齒無作薄量，則牙齒的兩面都能作無側向間隙的嚙合。設想齒條（或齒輪）為刀具，而齒輪（或齒條）為無牙齒的毛坯，令它們在圖示的位置上按上述的滾動比作相對運動，則刀具就能切出模數相同和齒形角相同的齒輪（或齒條）。但為了得到一定的齒高，則刀具的齒頂高必須加大一個大小等於徑向間隙 C 的數值。

設想將齒條中綫與齒輪的分圓略為分開一些距離（圖 1-8），則它們仍可嚙合傳動，此時齒輪的節圓仍為其分圓，但齒條的節綫就不再是其原来的中綫了，而是與齒輪分圓相切且平行於中綫

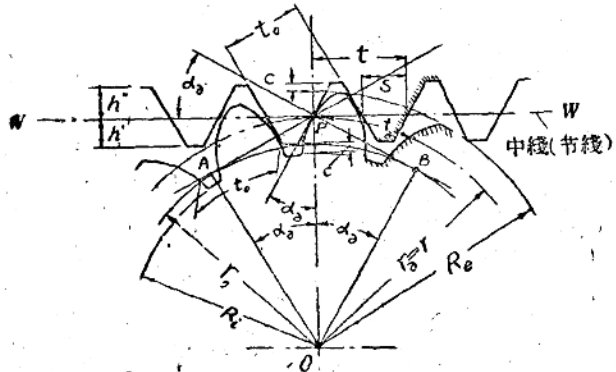


圖 1-7. 齒輪與齒條嚙合。

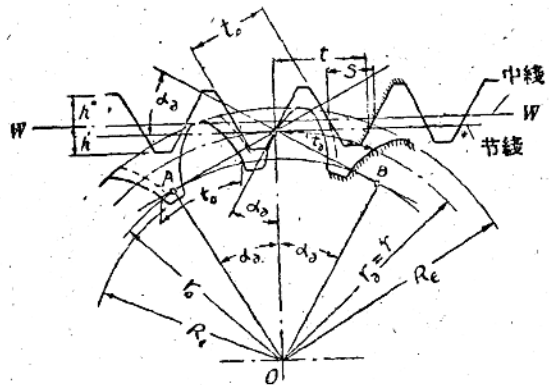


圖 1-8. 齒輪和齒條在改變了的位置上嚙合。

的一直线。因而此时的滚动比和啮合角都未改变。

此时的侧向和径向间隙都加大了，所以只能一面啮合而牙齿齿形实际参加工作的长度也减小了。此时设想将齿条(或齿轮)作为刀具，而齿轮(或齿条)为无牙齿的毛坯，令它们在图示的位置上按上述的滚动比作相对运动，则刀具也能切出模数相同和齿形角相同的齿轮(或齿条)，但被切出的工件齿厚将大于标准齿厚，而齿根高小于标准齿根高。相反的，若令刀具和工件的相对位置移得比图 1-7 所示位置更靠近一些，则亦可切出相同模数和相同齿形角的工件，但被切出的工件齿厚将小于标准齿厚，而齿根高大于标准齿根高。

我们常听到一个名词叫做“齿轮的原始齿形”。它的意义为：对于圆柱齿轮是指齿条牙齿的齿形；对于圆锥齿轮是指平面齿条牙齿法向剖面中的齿形。如果这齿条和平面齿轮的牙齿按原始齿形的齿槽制成(“工作齿条”及“工作平面齿轮”)，则当它们与被切齿轮在正常的相对位置上纯滚动时，就能决定出被切齿轮牙齿的形状和理论尺寸。

原始齿形如图 1-9, a 所示；但当齿轮的圆周速度大于一定数值时，应采用图 1-9, b 所示的修缘的原始齿形。图中的数值 h_c 应为 $0.45m$ ，而修缘深度系数 a_c 随齿轮的模数及精度等级而定，模数愈小或精度愈差时 a_c 应愈大。粗略地说， a_c 的数值约为 $0.005-0.02$ 。

最后，我们再来谈一谈齿条与齿轮啮合的另一个特征。在前面曾说过，渐开线齿条与齿条啮合的基本条件仍为基圆齿距必须相等。由此可以推论：对于一定的齿轮，有无穷多的形状不同的齿条能和它啮合，只要这些齿条的基圆齿距等于该齿轮的基圆齿距。

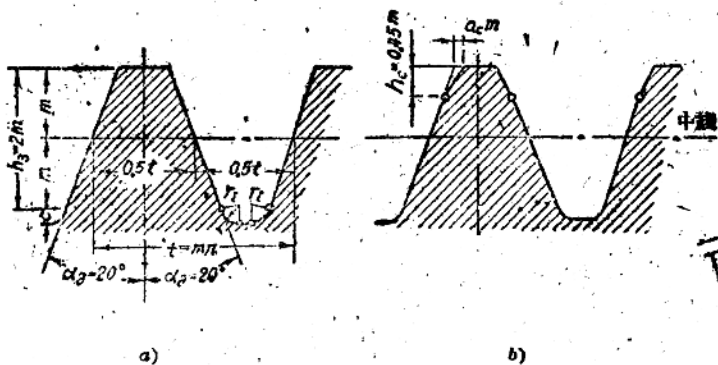


图 1-9. 齿轮的原始齿形。

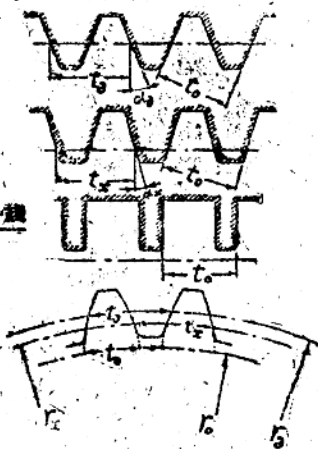


图 1-10. 能与同一齿轮啮合的各齿条。

例如，图 1-10 中几个形状不同的齿条均能与图中的齿轮啮合，因为

$$t_1 \cos \alpha_1 = t_2 \cos \alpha_2 = t_0 \cos 0^\circ = t_0.$$

式中 t_1 、 t_2 及 t_0 为各齿条的齿距，它们分别地等于齿轮上半径为 r_1 、 r_2 及 r_0 的圆周上的齿距。式中 α_1 、 α_2 及 0° 为各齿条的齿形角，它们分别地等于齿轮牙齿渐开线在半径为 r_1 、 r_2 及 r_0 处的压力角。

很明显的，这个齿轮与各齿条啮合的节圆和啮合角就是上述的各圆及其压力角。并且，要使

就按这包络线形状制出,理论上它是能与齿条啮合的,但无径向间隙。事实上为了啮合顺利,必须将齿轮齿槽底部的曲线(又称过渡曲线)做得低于“最高齿槽轮廓”,例如图中做成曲线 BG ,这就保证不发生干涉。但是,若将过渡曲线做成高于“最高齿槽轮廓”,即便是高出一点点,则齿条牙齿就不能自由地通过,这就叫做干涉。

可以证明①: 延长渐开线 $MBDN$ 是和渐开线 EB 相切于 B 点的,切点 B 到齿轮中心的半径为

$$r_B = \sqrt{r_0^2 + \left(r_2 \sin \alpha_2 - \frac{fm}{\sin \alpha_2}\right)^2} = m \sqrt{\frac{Z^2}{4} - fZ + \frac{f^2}{\sin^2 \alpha_2}} \quad (1-38)$$

图 1-12, a 是齿条与齿数较少的齿轮啮合时的情形,此时

$$Z < \frac{2f}{\sin^2 \alpha_2} \quad (1-39)$$

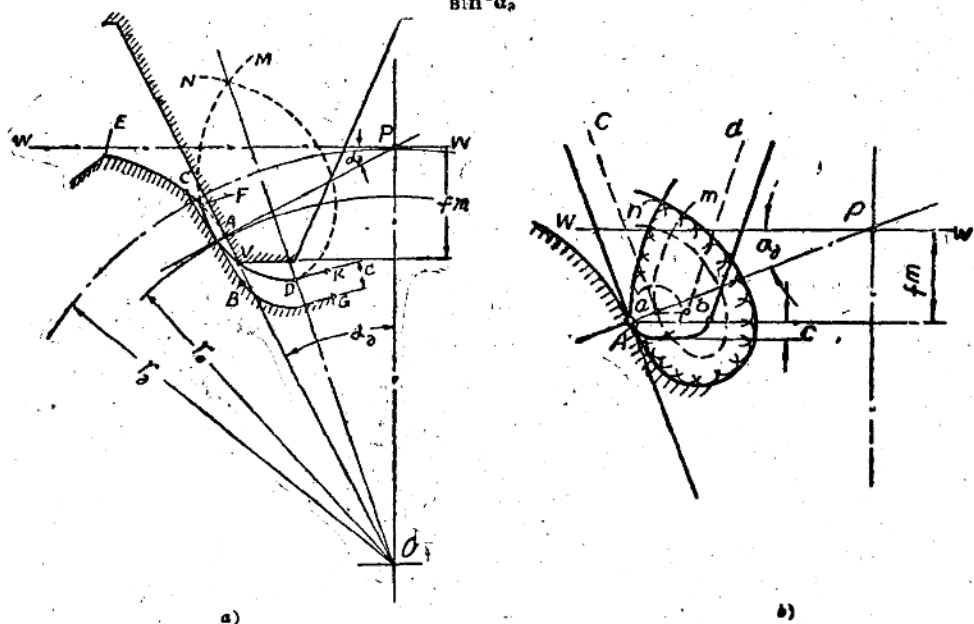


图 1-12. 齿条和齿数较少 ($Z \leq 17$) 的齿槽啮合。

当 $\alpha_2 = 20^\circ, f = 1$, 则为 $Z \leq 17$ 。

现在如将齿条的齿顶线延长, 将于啮合线相交于啮合线的最大允许范围以外, 因而齿条牙齿向齿轮要求的“最高齿槽轮廓”是曲线 $ECFV DK$ (右边的一半未画出)。其中线段 EF 是渐开线; 线段 FVD 是齿条的齿角 V 点的相对运动轨迹, 它是延长渐开线 $MFVDN$ 的一部分, 此时延长渐开线不与渐开线相切而是相截了; 线段 DK 是齿条齿顶直线相对运动轨迹的包络线, 它是一段圆弧, 半径等于 $r_2 - fm$ 。

很明显的, 如果把齿轮的齿形和过渡曲线做成 $ECFAV DK$ 形状, 则不但没有径向间隙, 而齿

① 因为啮合节点是齿条相对于齿轮旋转的瞬时中心, 所以在图示的位置上, 齿条的齿角 V 点相对于齿轮运动的方向应垂直于直线 PB , 因此延长渐开线 $MBDN$ 在 B 点的切线应垂直于 PB ; 此外, 因渐开线 EB 在 B 点的切线也垂直于 PB , 故延长渐开线 $MBDN$ 与渐开线 EB 相切于 B 点。

轮牙齿的 EAF 部分将干涉齿条牙齿的运动, 当齿轮的齿数愈少, 则此干涉部分愈大。因而过渡曲线应做成 CBG , 使它低于“最高齿槽轮廓”。

另一方面, 可以想象, 若将图中的齿条作为刀具来切此齿轮, 则齿轮根部将被切去一段渐开线, 这个现象叫做“根切现象”, 或简称切根。齿轮的齿数愈少, 则切根愈严重。齿轮被切根是不好的, 在一般情况下都要避免。

由图 1-11 及 1-12, a 可知, 当

$$Z = \frac{2f}{\sin^2 \alpha_s}$$

时, 齿条的齿顶线刚好通过啮合线与基圆的切点 A 。如果齿条是刀具, 则齿轮刚好不被切根。此时设想将刀具齿顶高加大 C (图 1-12, b), 加高以后的齿顶线是以圆弧与两个侧切削刃连接的。圆弧半径为

$$r = \frac{C}{1 - \sin \alpha_s},$$

即圆弧与侧切削刃相切于原来的齿角 V 点。那末, 用这个加大了齿顶高的刀具去切齿数为 $Z = 2f/\sin^2 \alpha_s$ 的齿轮时, 还是可以不发生根切现象的。为什么呢? 因为我们可以设想作一直线 ab 连接两个圆弧中心点 a 和 b , 并过此二点各作直线 ac 及 bd 平行于邻近的侧切削刃, 如图中虚线所示。则 a 点和 b 点即为齿条 $cabd$ 的齿角。若齿角 a 点相对于齿轮的运动轨迹为延长渐开线 man , 那末这延长渐开线在 a 点的切线必与啮合线 pa 垂直。而刀具圆角上的各点相对于齿轮的运动轨迹必为 man 的等距线, 它是以 man 上各点为圆心而以 r 为半径所作无穷多圆弧的包络线。由于延长渐开线 man 在 a 点的切线垂直于 Pa , 故其等距线在 A 点的切线亦垂直于 PA , 亦即与齿轮的渐开线齿形相切于 A 点, 即不切根。

由上所述可知, 延长渐开线对于决定齿轮的过渡曲线有重要的意义, 因此在这里写出延长渐开线的参变方程式 (参阅图 1-13): 以齿轮的齿槽对称线 oy 为纵坐标轴, 并取与其垂直的直径 oz 为横坐标轴, 由图可得

$$x = \overline{p''p'} \cos \theta + f m \sin \theta + \left(\frac{m\pi}{2 \times 2} - f m \operatorname{tg} \alpha_s \right) \cos \theta - \overline{op''} \sin \theta,$$

$$y = \overline{op''} \cos \theta + \overline{p''p'} \sin \theta - f m \cos \theta + \left(\frac{m\pi}{2 \times 2} - f m \operatorname{tg} \alpha_s \right) \sin \theta,$$

又因

$$\overline{p''p'} = \overline{p''p} = r_s \theta = \frac{mZ}{2} \theta,$$

又因

$$\overline{op''} = r_s = \frac{mZ}{2},$$

代入前二式并简化之可得

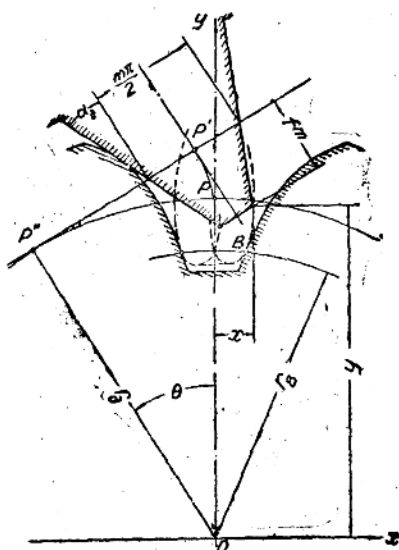


图 1-13: 延长渐开线的方程式。

$$\left. \begin{aligned} x &= m \left[\left(\frac{Z}{2} \theta + \frac{\pi}{4} - f \operatorname{tg} \alpha_s \right) \cos \theta - \left(\frac{Z}{2} - f \right) \sin \theta \right], \\ y &= m \left[\left(\frac{Z}{2} \theta + \frac{\pi}{4} - f \operatorname{tg} \alpha_s \right) \sin \theta + \left(\frac{Z}{2} - f \right) \cos \theta \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1-40)$$

式中 f ——齿高系数, 平时 $f=1$; θ ——参变数(单位是弧度);
 Z ——与齿条啮合的齿数; m ——齿轮的模数;
 α_s ——齿条的齿形角。

当齿轮的牙齿有作薄量 ΔS_2 时, 上式中的 $\frac{\pi}{4}$ 应以 $\frac{\pi}{4} + \frac{\Delta S_2}{2m}$ 代替。

齿轮与齿条啮合时, 也可能发生干涉。在图 1-14 中, B 点是外圆 R_{e2} 和啮合线的交点——极限啮合点, 它在啮合线的最大允许范围以内。曲线 $E B D K$ 是齿条 2 的牙齿向齿条 1 要求的“最高齿槽轮廓”(右边的一半未画出)。其中线段 EB 为渐开线, 它是齿条 2 牙齿左侧面渐开线的相对运动轨迹的包络线; 线段 BD 是齿条 2 牙齿齿角 γ 点的相对运动轨迹, 它是延长外摆线 $M B D N$ 的一部分; 线段 DK 是齿条 2 牙齿齿顶圆弧的相对运动轨迹的包络线, 它是一段圆弧, 半径等于 $A - R_{e2}$ 。如果齿条 1 的过渡曲线做成高于“最高齿槽轮廓”, 即便是高出一点点, 就会干涉齿条 2 牙齿的运动。因此应做成图中所示的 $B G$ 曲线。

可以证明: 在此情况下延长外摆线 $M B D N$ 是和渐开线 EB 相切于 B 点的, 切点 B 到 O_1 的半

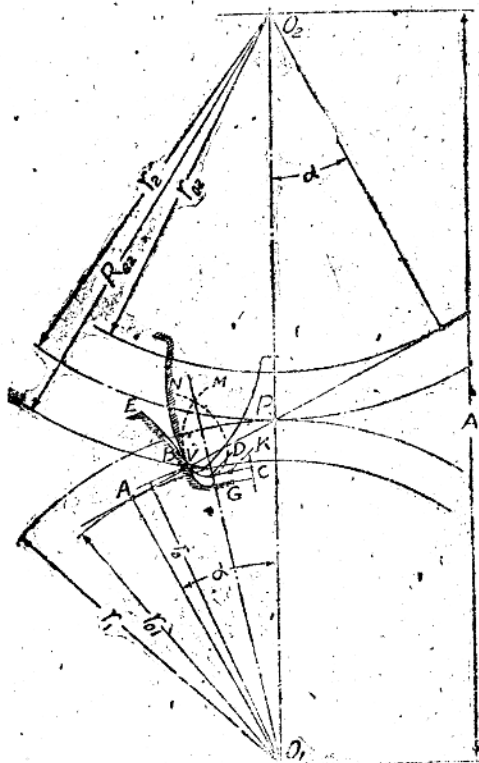


图 1-14. 齿轮与齿条啮合时的过渡曲线。

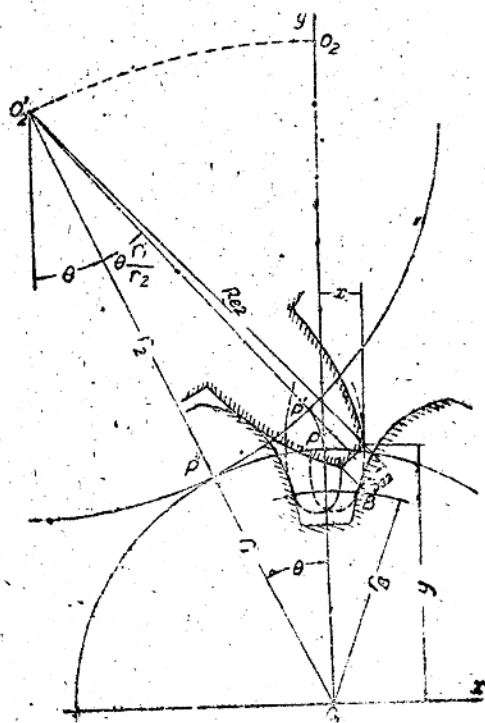


图 1-15. 延长外摆线的方程式。