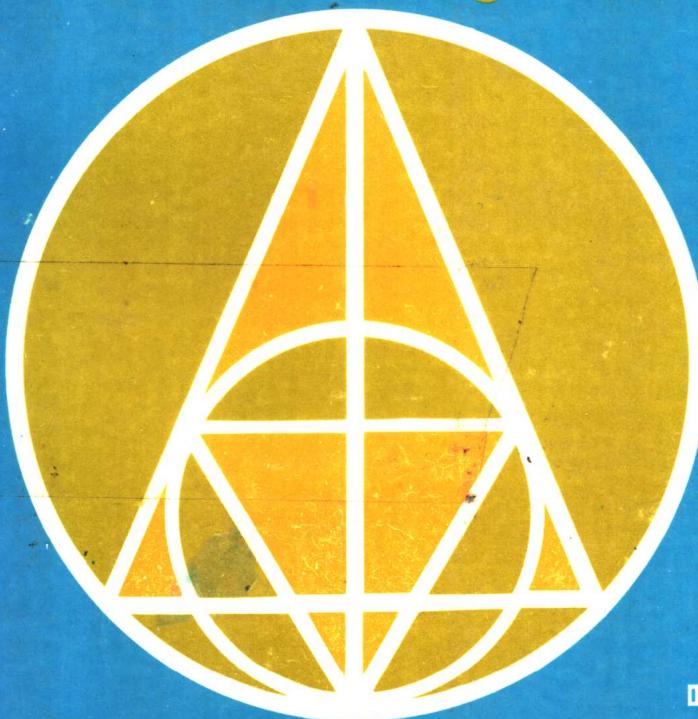


数学奥林匹克之星的升起

——数学奥林匹克的理论与实践

哈尔滨数学会普及工作委员会 编

Mathematical Olympiad



哈尔滨出版社

数学奥林匹克之星的升起

—— 数学奥林匹克的理论与实践

哈尔滨市数学会普及工作委员会编

(黑)新登字 12 号

责任编辑 刘培杰

责任校对 梁兴昌

封面设计 安振家

版式设计 何喜鸣

数学奥林匹克之星的升起

——数学奥林匹克的理论与实践

哈尔滨出版社出版

黑龙江省教委印刷厂印刷

880×1230 毫米 32 开本 16.5 印张 432 千字

1994 年 12 月第 1 版 1995 年 5 月第 1 版印刷

印数 1—1000 册

ISBN 7-80557-821-4/Z·65 定价：20.00 元

為培養青少年軍數學愛好

者多作貢獻

祝

數學奧林匹克之星星升起

出版

王壽仁
一九九〇年

十一月四日

中国数学奥林匹克创始人之一，中国数学奥林匹克委员会主任王寿仁教授为本书题辞。

总结数学奥林匹克经验
推动数学奥林匹克活动
弘扬数学奥林匹克精神
培养数学奥林匹克之星

黑龙江省数学学会理事长
哈尔滨工业大学 教授 吴从炘

一九九四年十月

黑龙江省数学学会理事长吴从炘教授为本书题辞。



哈尔滨市第二届数学竞赛命题组成员

左起:吕庆祝 冯宝琦 颜秉海 吴丛忻 王万祥 (王翠满提供)

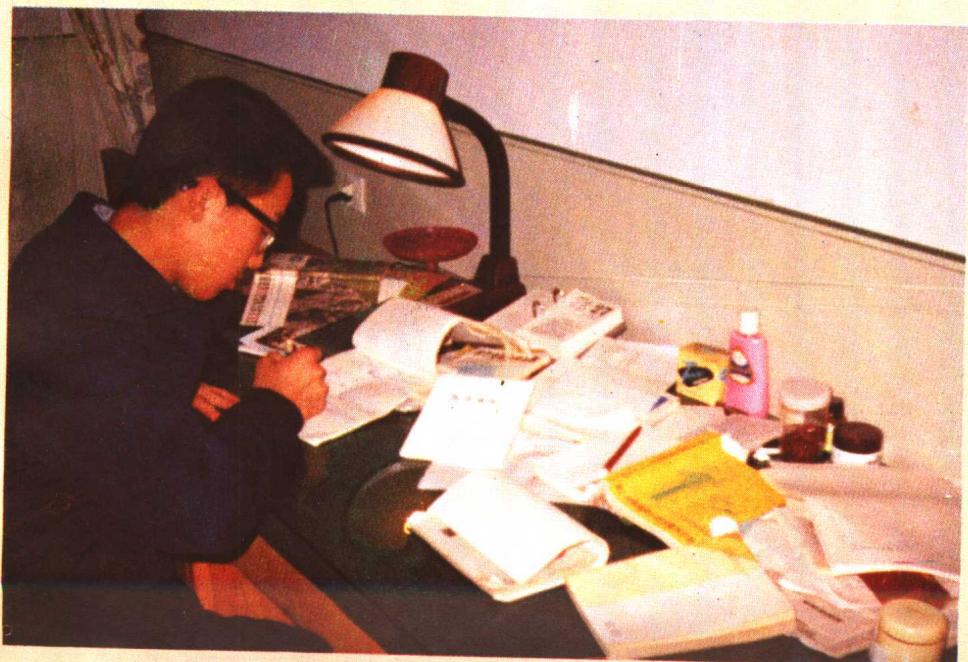


哈尔滨市第三届数学竞赛命题组成员(王翠满提供)



1987年哈尔滨市数学竞赛命题组在工作。

左起:贾广聚 刘培杰 王翠满 吕庆祝 曹珍富 颜秉海 (王翠满提供)



为迎接1991年CMO。罗炜在刘培杰老师家刻苦攻读备战。(李修福摄 沙洪泽提供)



欢迎罗炜第二次获 IMO 金牌归来

(右一哈师大附中吴书记;右四市教委副主任王朝晋;右五哈师大附中王殿安校长;右六罗炜;右七省科协副主席;右八市教委主任刘树民;右十市数学会普委会主任王翠满教授;左二哈师大附中沙洪泽校长;左一李修福老师) (王翠满提供)



1993年全国第四届“希望杯”数学竞赛中常成获高中一年组金牌。 (王翠满提供)



在“庆祝哈市举办数学竞赛 15 周年暨 1993 年初、高中数学竞赛总结会”上省、市数学会领导与各区教研员合影。 (王翠满提供)



在“庆祝哈市举办数学竞赛 15 周年暨 1993 年初、高中数学竞赛总结会”上省、市数学会领导与市数学竞赛讲师团合影 (王翠满提供)

前　　言

数学奥林匹克是一项深受各国青少年喜爱的世界性高层次智力活动，它关系到青少年智力的提高，民族素质的增强。目前世界发达国家几乎都是数学奥林匹克强国。我国自 1978 年开始举办全国数学竞赛以来，各省、市的高中和初中各级各层次的数学竞赛活动蓬勃发展，除了全国高中、初中数学联赛之外，还有初一、初二、高一、高二学生参加的全国希望杯数学邀请赛，全国华罗庚金杯少年数学邀请赛…对于及早发现数学天才、开发智力资源起到了很大作用。

1986 年我国正式参加国际数学奥林匹克(IMO)，就取得了三枚金牌，一枚银牌和一枚铜牌的好成绩；1987 年获金、银、铜牌各两枚；1988 年获金牌两枚，银牌四枚，总分第二；1989 年获金牌四枚，银牌两枚，总分高居第一。1990 年在我国举行的第 31 届 IMO 中，获五枚金牌，一枚银牌，总分第一；1991 年第 32 届 IMO 中，获四枚金牌，二枚银牌，总分第二；1992 年第 33 届 IMO 中，获五枚金牌，一枚银牌，总分第一；1993 年第 34 届 IMO 中获六枚金牌，总分第一；1994 年第 35 届 IMO 中获五枚金牌、一枚银牌，总分第二。在这闪闪发亮沉甸甸的 36 块金牌中，有两块以满分获得的金牌，这就是哈师大附中（入选清华附中理科实验班）学生罗炜在第 32 届和 33 届 IMO 中获得的。

哈尔滨市的数学竞赛工作开展较早。第一届高中数学竞赛始于 1962 年。1978 年全国科学大会后，立即恢复了数学竞赛活动，至今已有十七年历史，为国家培养了大量优秀人才，特别是近年来成绩辉煌，出现了以罗炜为代表的众多璀璨之星。为记述我市

17年来优秀选手的成长历程，反映我市数学奥林匹克开展情况，展示我市数学奥林匹克研究水平，借此推动我市数学奥林匹克活动，弘扬数学奥林匹克精神，在广大青少年中树立学科学、爱科学、勇攀科学高峰的远大理想；探讨为培养这些“璀璨之星”学校应该怎么办，教师应该做什么，家长应该做什么，青少年本人应该做什么，社会应该怎样为他们提供一个更有利的成长环境，我们编写了这本《数学奥林匹克之星的升起》。

在本书出版过程中，得到了哈三中、师大附中、六中、四十九中、六十三中、六十九中、肖红中学、十七中、一二四中、三十五中、汽轮二中、二十一中、一〇七中、一一六中等校的大力支持，一并致以谢意。

中国数学奥林匹克高级教练员
哈尔滨市数学会普及工作委员会主任
哈尔滨教育学院教授

王翠满

1994年12月

目 录

前言

经 验 篇

一、群星从这里升起——记哈尔滨市数学奥林匹克培训班	(3)
二、开创我省数学奥林匹克的新局面	(11)
三、罗炜：向您祝贺！	(14)
四、这里星光灿烂	(16)
五、坚持开展数学竞赛活动，不断发展我校办学特色	(21)
六、希望之星，在这里升起	(30)
七、加强领导，精心组织，合力攻关，培养特长人长	(32)
八、昨夜星辰依然闪烁，今日星辰更加璀璨	(36)
九、沃土出壮苗	(40)
十、且看萧红中学在掘起	(44)
十一、育英之路——一二四中的数学竞赛活动	(48)
十二、弘扬奥林匹克精神，培养数学特长生	(50)
十三、培养数学奥林匹克之星的摇篮	(53)
十四、开发智力，提高能力	(57)
十五、提高数学教学质量，培养造就数学人才	(60)
十六、小荷才露尖尖角	(64)
十七、托起璀璨的新星	(66)
十八、数学特长生的发现和培养	(69)

讲 座 篇

一、初中数学竞赛中的简单不定方程	(79)
二、初中数学竞赛中的根式求值问题	(90)
三、用分离整数部分法解数学竞赛中的二元不定方程.....	(100)
四、数学竞赛中的函数迭代与函数方程.....	(105)
五、数学竞赛中求和的一个技巧.....	(120)
六、1的三次单位根 ω 在数学竞赛中的应用	(123)
七、复数三角形面积公式在竞赛中的应用.....	(142)
八、Erdős-Mordell 不等式的应用	(150)
九、(附录) Erdős-Mordell 定理的一个简短证明.....	(155)
十、用比较法证明不等式的若干技巧.....	(158)
十一、互补序列与互逆序列——Beatty 定理与 Lambek-Moser 定理在数学竞赛中的应用	(164)
十二、数学竞赛中的斐波那契数列问题.....	(169)
十三、斐波那契数列中的不等式.....	(171)

研 究 篇

一、1987 年全国初中数学联赛的命题工作	(183)
二、谈数学竞赛命题的几种方法.....	(187)
三、一种数学奥林匹克试题命题方法——借用引理法.....	(198)
四、两种数学奥林匹克的命题方法.....	(206)
五、再谈两种数学奥林匹克命题方法.....	(221)
六、定理特例法与定理通俗化方法.....	(229)
七、谈谈某些数学竞赛试题的背景.....	(236)
八、现代数学在数学奥林匹克中的渗透.....	(260)
九、Remarks Initiating from a putnam Mathematics Competition Problem	(268)
十、从一道普特南竞赛题谈起.....	(286)

十一、从一道 34 届 IMO 试题的解答谈起	(299)
十二、历史上的数论名题与猜想和数学奥林匹克试题 (316)
十三、Frobenius 问题与数学竞赛 (338)
十四、从一道 IMO 试题的两种解法谈起——兼谈 Wolstenholme 定理及 Catalan 恒等式 (346)
十五、从 Chester Mc Master 赛场选址问题所产生的若干 竞赛试题 (368)
十六、若干竞赛试题的数论背景 (377)
十七、数学奥林匹克中的 E. Sperner 引理 (381)
十八、从一个恒等式所产生的若干数学奥林匹克试题 (399)
十九、数学奥林匹克中的 Mc Carthy 函数与 Ackermann 函数 (410)
二十、从希尔伯特 (Hilbert) 的一个反例演变出的一道 IMO 试题 (417)
二十一、谈一道莫斯科大学生数学竞赛试题的背景问题 (421)
二十二、从一道 USAMO 试题谈起——兼谈 Fermat 数 及其 $k \cdot 2^n + 1$ 型素因子的几个问题 (424)
二十三、别尔斯基的名画与 IMO 预选题 (437)
二十四、一个哥德巴赫问题与数学竞赛 (439)
二十五、从一道条件恒等式的证明谈起 (442)
二十六、利用 pell 方程巧解一道美国数学奥林匹克试题 (455)
二十七、简证一道全国数学竞赛题 (459)
二十八、一道数学竞赛题的推广 (462)
二十九、组合不动点与数学竞赛题 (465)
三十、Sophie Germain 定理在数学奥林匹克中的应用	... (469)
三十一、从一道 34 届 IMO 试题谈 Eisenstein 判别法及 其推广在数学竞赛中的应用 (476)

三十二、一种既约多项式的判别法.....	(479)
三十三、一类染色问题的统一证明.....	(484)
三十四、一道数学竞赛题的推广.....	(486)
三十五、从一道瑞士数学竞赛试题谈解题的四个阶段.....	(489)
三十六、一道 IMO 预选题的推广	(497)
三十七、一道 IMO 预选题的图论推广	(501)
三十八、一道 USAMO 试题的推广与变形	(504)
三十九、一道数学竞赛题的五种证法.....	(515)
四十、数学竞赛中的单位分数问题.....	(522)

经 验 篇

