

薄壁构造結構力学

A. Ф. 費阿發諾夫 著



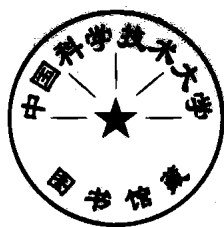
國防工業出版社

薄壁構造結構力学

A. Φ. 費阿發諾夫 著

齊鴻模 譯

叶逢培 校



國防工業出版社

本書系根据 А.Ф.費阿發諾夫(Феофанов)所著“薄壁構造力結構學”(Строительная механика тонкостенных конструкций)一講稿譯出。

本書主要內容是介紹薄壁壳体計算的現代方法，即力的方法，能量法和奧拉索夫教授的方法。作者并根據理論推导出解題的近似法，以便宜於實際應用，并保證有足夠的精確度，書中還附有理論計算與試驗數據的比較。

本書尚包括有環翼飛機機翼計算的方法。

本書可供飛機強度計算工程師和飛機設計師參考之用，亦可供航空學院高年級學生參攷之用。

薄壁構造結構力學

[蘇]費阿發諾夫 著

鄭鴻模 譯 葉逢培 校

*

國防工業出版社 出版

北京市書刊出版業營業許可証出字第074號

北京新中印刷廠印刷 新華書店發行

*

開本850×1168公厘 1/32 • 12¹⁵/16 印張 • 插圖14 • 字數 347,760

一九五七年二月第一版

一九五七年二月北京第一次印刷

印數：1—3,000冊 定價：(10) 2.50元

譯 者 的 話

本書是作者根据自己在中国講学的演講稿編写成的，作者拟交苏联国防工業出版社公开出版。

由于本書内容新穎，相信在我国正向科学进軍的时刻能起显著的作用，所以經作者同意，先行在中国出版。

唯本書中文版只是根据作者的手稿譯成，諒必在内容和文句上都会与將來出版的俄文本有所出入，譯者特先在此声明。

由于水平关系，本書虽經譯者和校者多次审校，譯文不妥或錯誤之处恐难免，尙希讀者批評和指正。

作 者 的 話

本書緒論和前三章所包括的許多材料，与高等航空学校飞机結構力学課程現行教学大綱中的壳体計算部分有关。

这一部分乃是論述以后几章的預篇，在这一部分內，广泛地采用了如下的方法，即开始先把薄壁結構分解为組成該結構的元件，并从其平衡及位能的观点去研究这些元件，以使以后在求这些已經研究过的元件所組成的結構的应力状态和应变状态时將比較簡單而明了。

在其余几章的論述中，作者力图根据理論給出一些近似計算法，使在工厂条件下計算壳体时它能保証得出合适的精确度，并且采用由淺入深循序漸进的方式，向学生及年輕的工程师們介紹壳体計算的現代方法。

因此，除力的方法外，还引用了其他一些众所公認的計算方法：能量法和苏联科学院通訊院士 B. 3. 吳拉索夫 (Бааон) 教授的变分法。

为要向計算工程师們指出，在应用这些近似法进行計算时將得出怎样的精确度，在很多情况下都把用不同計算方法所得的結果作了比較，在第九章中还与試驗数据作了比較。

公式照例都有詳細的推导，因为大家都知道，像作飞机这类薄壁結構強度計算的工程师，在工作中是不喜欢应用連推导都不知道的公式，而且在工厂的情况下，是沒有时间来重新推导所有的公式的。

在写本書初稿时，作者主要依据下列祖国学者的著作：В.Л.基尔比捷夫(Кирпичев)В.Н.別廖也夫(Беляев)，В.З.吳拉索夫，А.Ю.羅馬塞夫斯基(Ромашевский)，Г.Г.罗斯多夫徹夫(Ростовцев)，А.А.伍曼斯基(Уманский)，С.Н.康(Кан)，Я.Г.潘諾夫可(Пановко)，В.Ф.基塞辽夫(Киселёв)，И.А.斯維尔德洛夫(Свердлов)，Р.А.阿达杜諾夫(Ададуров)，Л.И.巴拉布赫(Балабух)，Г.С.叶連涅夫斯基(Еленевский)，В.М.斯特里古諾夫(Стригулов)等，並还依据了下列外国作者的著作：华格納(Wagner)，基姆(Kimm)，埃布納(Ebner)，列維(Levy)等。

作者对于В.З.吳拉索夫教授、А.Ю.羅馬塞夫斯基教授、Г.Г.罗斯多夫徹夫教授、王德荣教授、叶逢培副教授等表示衷心的感谢，他們对本書提供了很多宝贵意見，在草拟本書和准备本書付印时作者已考虑了这些意見。作者同样对工程师 И.А.亞历克山大罗娃(Александрова)、助教龔堯南、研究生諸德超、張紀剛等表示谢意，他們曾帮助作者对本書中的一系列計算进行了核算和計算試驗。作者並对参与本人所作飞机結構力学課程主要章节講課筹划工作的中国同志表示谢意，这些講演的全部內容都已編入本書。

緒 論

§ 1. 薄壁結構的元件

在“薄壁結構計算”^①一書的第一章中，曾經研究過現代飛機蒙皮的基本元件（格）的平衡狀態及位能。

我們可以回憶一下，該書曾提到，格有五種主要的類型（圖 1）：

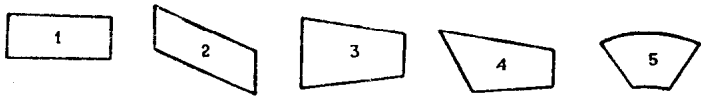


圖 1

1—矩形的直格； 2—平行四邊形的斜格； 3—梯形格；
4—無平行邊的四角形格； 5—二彎緣條及二支柱所圍成的曲綫平格。

鑲蒙皮格四周用的桿也是薄壁結構的主要元件。

類型 1、2 及 3 的格是最通行的。現在我們僅簡略地^②研究上述三種類型格的平衡狀態及其變形位能。

§ 2. 蒙皮元件的平衡及位能

1. 對於直格，應用靜力方程式可以很容易地證明，只有當直格的四邊都有相等的剪流（Поток поперечных касательных сил）作用時，直格才會處於平衡狀態。

因此，可以寫為

$$q_{2-3} = q_{3-4} = q_{1-4} = q_{1-2} = q \text{ 公斤/公分。} \quad (\text{B}, 1)$$

^① А.Ф.Феофанов 著“Расчеты тонкостенных конструкций”，國防工業出版社 1953 年版。

^② 註①中所指的該書第一章中有較詳細地闡述。

剪流平衡状态在图上可以如图 2 中 6、B 那样表示。在我们所研究的情况下，当力 Q 以静载荷方式作用在矩形格上时（图 2, 6），此矩形格将把原来的形状改变为平行四边形（图 2, B）。

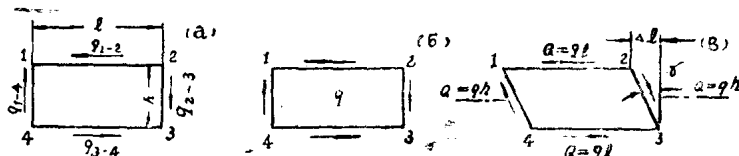


图 2

为了确定变形时作了多大的功，我们可以注意边 1—2 上所作用的力，例如 $Q = ql$ （图 2, B）。

与此力相对应的位移为：

$$\Delta l_{1-2} = \gamma h = \frac{\tau h}{G} = \frac{qh}{G\delta}。$$

根据克萊皮倫 (Clapeyron) 定理外力所作的功（或位能）等于此力的最后值与其相应的位移最后值的乘积的一半^①。

因此

$$V = \frac{Q_{1-2}}{2} \times \Delta l_{1-2} = \frac{q^2 l h}{2G\delta}$$

或

$$V = \frac{q^2 F}{2G\delta}, \quad (B, 2)$$

式中 F ——格的平面面积；

δ ——蒙皮厚度；

G ——剪切模数。

2. 对斜格来说，也与直格一样，只有当作用于四边的剪流 q （图 3, a）皆相等时，斜格才处于平衡状态。

^① 此定理的证明，可在苏联科学院通讯院士拉宾诺维奇 (И. М. Рабинович) 教授所著“结构力学教程” (Курс строительной механики) 第二卷 (1954 年版) § 3.2 中找到。

^② 作用在格其他三边上的力所作的功等于零，因为与之相应的位移等于零。

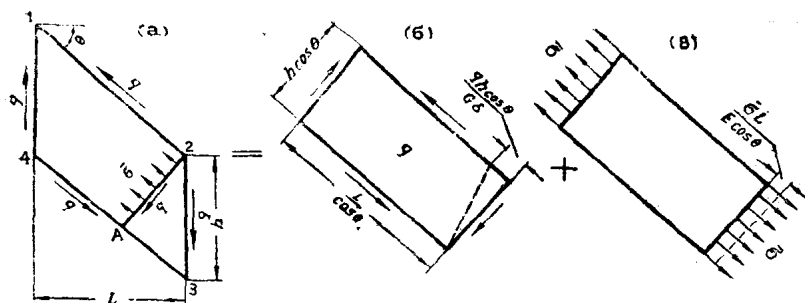


图 3

現在研究格的三角部分 2-3-A 的平衡。在剖面 2-A 上，我們求得剪流 q 与此格各邊上的剪流相等，並求得正應力

$$\bar{\sigma} = \frac{2qtg\theta}{\delta} \quad (B, 3)$$

將斜格的應力狀態 (圖 3, a) 分解成如圖 3, b 及 3, c 所示的兩種簡單狀態。

由圖 3, b 可以看出，力 $q \frac{l}{\cos \theta}$ 在位移 $\frac{qh \cos \theta}{G\delta}$ 上作功，力 $\bar{\sigma} h \delta \cos \theta$ 在位移 $\frac{\bar{\sigma} l}{E \cos \theta}$ 上作功。

因此，功或位能等於

$$V = \frac{ql}{2 \cos \theta} \times \frac{qh \cos \theta}{G\delta} + \frac{\bar{\sigma} h \delta \cos \theta}{2} \times \frac{\bar{\sigma} l}{E \cos \theta}。$$

由於
$$\bar{\sigma} = \frac{2qtg\theta}{\delta}，$$

換算後得

$$V = \frac{q^2 F}{2 G\delta} (1 + 1.538 tg^2 \theta)。 \quad (B, 4)$$

3. 對於梯形格來說，只有在各邊上作用有下列剪流時，它才會出現平衡狀態 (圖 4, a)：

$$q_{1-2} = q_{3-4} = \bar{q}, \quad (B, 5)$$

$$q_{2-3} = \bar{q} \frac{h_1}{h_2}, \quad (B, 6)$$

$$q_{1-4} = \frac{h_2}{h_1} q, \quad (\text{B}, 7)$$

式中 $\overline{q}$ ——是梯形相对边上剪流的几何平均值。显然

$$\overline{q} = \sqrt{q_{2-3} \times q_{1-4}} = \sqrt{q_{1-2} \times q_{3-4}} = q_{2-3} \times \frac{h_2}{h_1}。 \quad (\text{B}, 8)$$

梯形格的平衡状态如图 4, 6 所示。

在任何一平行边上, 剪力的合力 Q 等于对边长度与平均剪力 $\overline{q}$ 的乘积。

現在我們来近似地求出梯形格变形时的位能。

在图 5 上割出一小斜元素, 如精确到二級微数, 則此元素可說是一平行四边形。假設沿此平行四边形元素的边上只有剪流 q_x 作用。

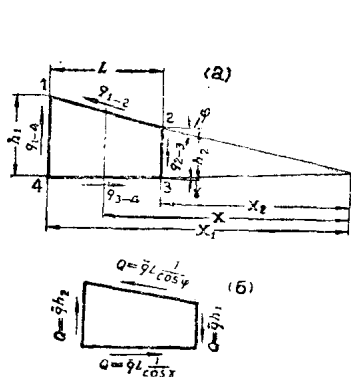


图 4

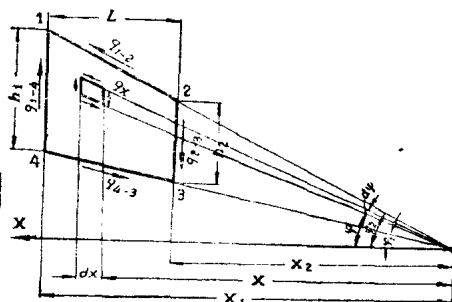


图 5

那么, 利用平行四边形公式 (B, 4), 即可得出

$$dV = \frac{q_x^2 dF}{2G\delta} (1 + 1.538 \operatorname{tg}^2 \varphi);$$

代入数值

$$q_x = q_{2-3} \frac{x_2^2}{x^2} \text{ 及 } dF = \frac{x dx d\varphi}{\cos^2 \varphi},$$

則得

$$dV = \frac{q_{2-3}^2 x_2^4}{2G\delta x^3} (1 + 1.538 \operatorname{tg}^2 \varphi) \frac{x dx d\varphi}{\cos^2 \varphi},$$

因此

$$V = \frac{q^2 s - 3x_2^4}{2G\delta} \int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{x^3} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} +$$

$$+ 1.538 \frac{q^2 s - 3x_2^4}{2G\delta} \int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{x^3} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} d\varphi。$$

积分並换算后，得

$$V = \frac{\bar{q}^2 F}{2G\delta} [1 + 0.513 (\operatorname{tg}^2 \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2)]。 \quad (\text{B}, 9)$$

在飞机結構中， φ_1 一般从 0 到 -10° ， φ_2 則从 0 到 $+10^\circ$ 。那么，把 $\varphi_1 = -10^\circ$ ， $\varphi_2 = +10^\circ$ 代入公式 (B, 9) 后，可以証明方括弧内的第二項約为第一項的 1.59%。所以对实际計算所采用的精确度來說，通常我們可以略去剪流所引起的正应力的影响，並且梯形格的位能可按和 (B, 1) 类似的公式計算，即

$$V = \frac{\bar{q}^2 F}{2G\delta}。 \quad (\text{B}, 10)$$

§ 3. 桿的平衡及位能

我們假定沿桿軸加一組力系 $S_1, S_2, \dots, S_5$ ，並加一剪流 q 以代替桿与蒙皮的拘束 (图 6)。

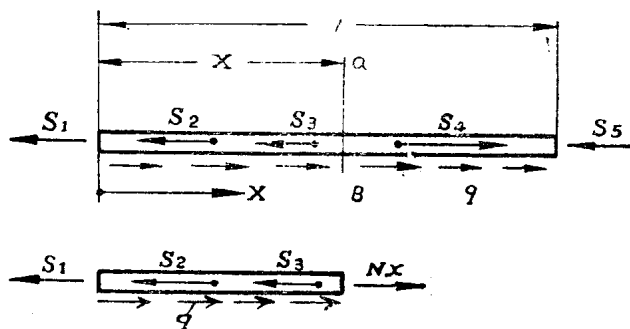


图 6

由全桿的平衡条件求得剪流

$$ql + \sum S_i = 0$$

或

$$q = - \frac{\sum S_i}{l}, \quad (a)$$

式中分子为所有力 S_i 的代数和 (如力的方向与 x 轴的方向一致, 符号则为“+”号)。

由从剖面 ab 起桿左面部分的平衡条件, 我們求得任意剖面 ab 上的縱向力 N_x , 若諸力的方向如图 6 所示, 則

$$N_x - S_1 - S_2 - S_3 + qx = 0$$

或

$$N_x = +S_1 + S_2 + S_3 - qx_0$$

在一般情况下

$$N_x = \sum S_i - qx_0. \quad (6)$$

此处 $\sum S_i$ 中仅包括分佈在所研究剖面一边的諸力。

設 $S_1 = 500$ 公斤; $S_2 = 700$ 公斤;

$S_3 = 200$ 公斤; $S_4 = 3000$ 公斤;

$S_5 = 500$ 公斤; 及 $l = 100$ 公分 (图 7)。

根据公式 a 求得

$$q = - \frac{-500 - 700 - 200 + 3000 - 500}{100} = -11 \text{ 公斤/公分}。$$

符号“-”表示所假定的方向 (参看图 7) 需要改为相反的方向。

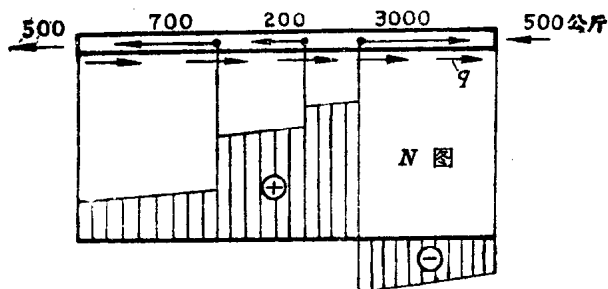


图 7

根据方程式 (6) 作 N_x 图 (图 7), 此图称为纵向力图或轴向力图。

图 8 所示, 为纵向力图的一些其他例子, 当 $q = \text{常数}$ 时, 它们呈直线变化。

现在我们来求杆的位能。

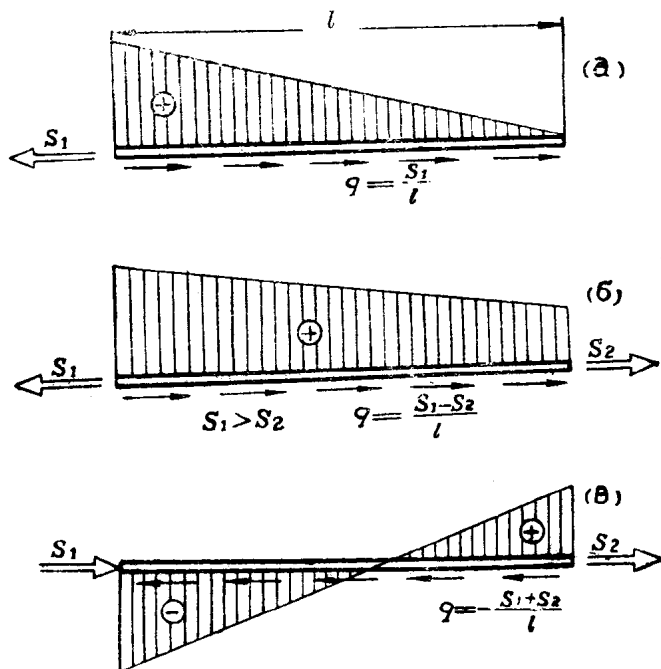


图 8

设轴向力沿杆呈任意的变化 (图 9, a)。为了求元功, 特从杆中切出一长度为 dx 的元素 (图 9, b)。

于是元功

$$dV = \frac{N_x}{2} \times \frac{N_x dx}{Ef},$$

式中 f —— 杆的剖面积;

N_x —— 杆的任意剖面上的纵向力, 此力对元素 dx 来说, 可看成是外力;

$\frac{N_x dx}{Ef}$ —— 与力 N_x 相当的元位移。

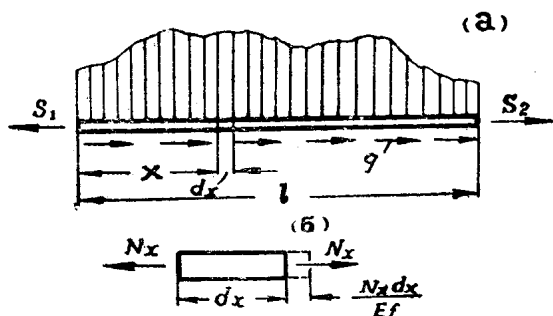


图 9

显然，长度为 l 的棒的轴向力 N_x 所作的全部功等于

$$V = \int_0^l \frac{N_x^2 dx}{2Ef} \quad (B, 11)$$

兹举一例，以求棒在承受图 10 所示的轴向力作用时的位能。

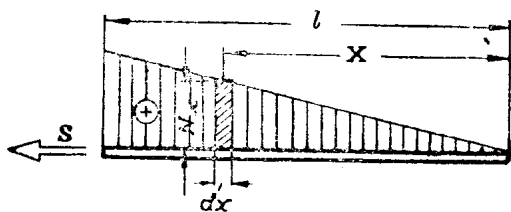


图 10

当 $Ef = \text{常数}$ 时，问题仅在于计算积分 $\int_0^l N_x^2 dx$ 。

将 N_x 表示为 x 的函数（参看图 10）

$$N_x = S \frac{x}{l},$$

则得

$$\int_0^l N_x^2 dx = \frac{S^2}{l^2} \int_0^l x^2 dx = \frac{1}{3} S^2 l,$$

因此

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{S^2 l}{3Ef} \quad (a)$$

假如 f 不是常值，而沿桿長呈直綫規律变化 (图 11)，則面积的一般值为：

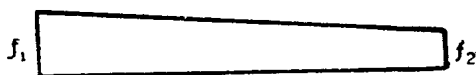


图 11

$$f_x = f_2 + (f_1 - f_2) \frac{x}{l} = b + ax,$$

式中 $b = f_2, \quad a = \frac{f_1 - f_2}{l}.$

此时

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{N_x^2 dx}{f_x} &= \frac{S^2}{l^2} \int_0^l \frac{x^2 dx}{b + ax} = \frac{S^2}{l^2} \frac{1}{a^3} \left(\frac{f_x}{2} - 2bf_x + b^2 \ln f_x \right)_0^l = \\ &= \frac{S^2 l}{(f_1 - f_2)^3} \left[f_1 (0.5 f_1 - 2 f_2) + f_2^2 \left(\ln \frac{f_1}{f_2} + 1.5 \right) \right]. \end{aligned}$$

因此，在 $f \neq$ 常数的情况下，

$$V = \frac{S^2 l}{2E} \frac{f_1 (0.5 f_1 - 2 f_2) + f_2^2 \left(\ln \frac{f_1}{f_2} + 1.5 \right)}{(f_1 - f_2)^3}. \quad (\text{B})$$

設 $f_2 = 0.5 f_1$ ，則

$$\begin{aligned} V &= \frac{S^2 l}{2E} \frac{-0.5 f_1^2 + 0.25 f_1^2 (0.693 + 1.5)}{0.125 f_1^3} = \\ &= \frac{S^2 l}{2E} \frac{0.048}{0.125 f_1} = \frac{1}{2 \times 2.61} \frac{S^2 l}{E f_1}. \end{aligned}$$

如果应用公式 (B, 11)，并取 $f_1 = f_{cp} = \frac{f_1 + f_2}{2}$ ，則得

$$V = \frac{S^2 l}{2 \times 3E \cdot 0.75 f_1} = \frac{S^2 l}{2 \times 2.25 E f_1}.$$

因此，在取桿橫剖面的平均面积时，誤差为

$$\frac{\left(\frac{1}{2.25} - \frac{1}{2.61} \right) 100\%}{\frac{1}{2.61}} = 13.7\%.$$

但是，必須注意到，在計算靜不定薄壁結構時，所求得的是機翼或機身段（在這類結構中，除桿外，還有蒙皮元件）所有元件的位能。因此，在 ΣV 中，除了桿外，還包括蒙皮元件。所以此時如取桿剖面的平均值 f 去求全段的功，其誤差將小於 13.7%（以後要求的未知數之值與此功有關）。

此外，在計算略圖中，照例各段的長度不大於 $l = 100$ 公分，對於這種長度的桿，我們所採用的比值 $\frac{f_2}{f_1} = 0.5$ 是很少見的。因此以後的計算中，若 f 為變值，我們則取

$$f = f_{cp} = \frac{f_1 + f_2}{2},$$

而只有在很少數情況下，即 ΣV 的值主要是取決於具有大幾度的桿時，在計算中才應該採用下面公式

$$V = \frac{1}{2E} \int_0^l \frac{N_x^2 dx}{f_x},$$

以求得桿的功。

§ 4. 薄壁結構內力所作的功

在薄壁結構中，蒙皮和桿的元件是被連接成整體的。由此可知，當我們求割出的元件的位能時作為外力來看的力，在研究整個結構時需把它看成內力。

當外力 P 以靜載荷方式加於結構上時，內力所作的功 W 的數值等於該結構所有元件的位能之和，但總是負值，因為內力總是反抗外力所引起的位移。

所以如果以 u 表示內力變形的位能，則

$$u = \Sigma V,$$

而內力所作的功為

$$W = -\Sigma V.$$

如果結構包括有四周圍有桿的蒙皮元件及不與蒙皮相連的桿（其中可能有支持桿），則

$$W = -\Sigma \frac{q^2 F}{2G\delta} - \Sigma \frac{\bar{q}^2 \times F}{2G\delta} - \Sigma \frac{q^2 F}{2G\delta} (1 + 1.538 \operatorname{tg}^2 \theta) - \\ - \Sigma \int_0^l \frac{N^2 dx}{2Ef} - \Sigma \frac{N^2 l}{Ef}, \quad (a, 12)$$

式中 第一項总和包括矩形格内力所作的功，第二項总和包括梯形格内力所作的功，第三項总和包括斜格内力所作的功，第四項包括与蒙皮相連的桿内力所作的功，第五項包括不与蒙皮相連的桿内力所作的功。

§ 5. 位 移 的 求 法

1. 虛 位 移 原 理^①

如果对彈性結構加以外力，則結構的每一点照例有位移。例如，設图 12 所示的結構具有座标 x, y, z 的节点 1 在加上力 P 之后，移动到座标为 x', y', z' 的点 1'。座标的增量称为位移，它們在彈性变形限度內是極小的，即和結構尺寸比較起来，可以把它們認為是無穷小量。要求总位移的数值及方向，必須知道它在座标軸上的三个投影，但是最經常需要求的仅是总位移在指定方向，例如 $i-i'$ 方向的投影。

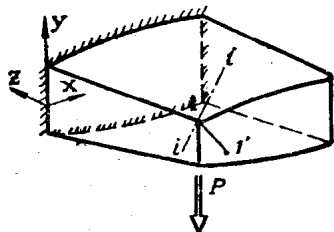


图 12

为了决定位移，需利用虛位移原理：如果系統处于平衡，則外力及內力在任何小虛位移上所作功的总和等于零。

这里力（及位移）必須認為是普遍的，即力可能是力組或力矩組。对于具有因次〔公斤〕、〔公斤公分〕、〔 $\frac{\text{公斤}}{\text{公分}}$ 〕的普遍力（力、力偶、剪流）來說，其相应的普遍位移必須具有因次〔公分〕、〔弧度〕、〔公分²〕（撓度、轉角、面积）。

① 或称虛功原理，可能位移原理。——譯者