

高等学校教学用书

結 構 力 学

下 册

金宝楨 楊式德 朱宝华合編
金 宝 楨 主 編

人 民 教 育 出 版 社

高等学校教学用书



結 构 力 学

下 册

金宝楨 楊式德 朱宝华合編

人 民 教 育 出 版 社

本书系参照“工业与民用建筑”、“水工建筑”、“水道港口”等专业的教学大纲编写而成，全书分上下两册出版。上册部分的主要内容静定结构学，挡土墙，弹性体系的一般理论；下册部分的主要内容超静定结构，结构的弹性稳定理论和结构动力学基础。

本书下册的分工为：杨式德同志编写第 12、15、17、19、22 各章；金宝楨同志编写第 13、14、21 各章；朱宝华同志编写第 16、18、20 各章。

本书除可供有关专业作教本用外，亦可供有关工程技术人员参考用。

结 构 力 学

下 册

金宝楨 楊式德 朱宝华合編

人民教育出版社出版 高等学校数学用书编辑组
北京宣武門内承恩寺7号

(北京市书刊出版业营业許可証出字第2号)

京华印书局印装 新华书店发行

统一书号 15010·904 开本 787×1092³/₄ 印张 15¹²/₁₆

字数 375,000 印数 8001—13000 定价 (7) 半1.50

1960 年7月第1版 1961 年3月北京第2次印刷

下册目录

第十二章 剛架——用力法計算	359
§ 12-1. 剛架的形式及应用	359
§ 12-2. 力法的基础	361
§ 12-3. 荷載作用下的計算問題	365
§ 12-4. 溫度改变及支座移动作用下的計算	372
§ 12-5. 計算的簡化	377
§ 12-6. 計算的校核	392
§ 12-7. 空間剛架的計算	398
§ 12-8. 交叉梁系的計算	402
习题	406
第十三章 剛架——用位移法計算	409
§ 13-1. 前言	409
§ 13-2. 未知数总数的确定	410
§ 13-3. 位移法的基本体系	412
§ 13-4. 等截面单跨超靜定梁的数据及角变位移方程	414
§ 13-5. 位移法的概念及其典型方程	418
§ 13-6. 用靜力法計算典型方程中的系数和自由項	421
§ 13-7. 用图形相乘法計算系数和自由項	425
§ 13-8. 对称性的利用	430
§ 13-9. 溫度影响的計算	434
§ 13-10. 变截面杆件的角变位移方程	438
§ 13-11. 变截面杆件的弯曲常数	441
§ 13-12. 弯曲常数表	446
§ 13-13. 单层工业厂房剛架的簡化計算	459
§ 13-14. 用联合法計算剛架	462
§ 13-15. 用混合法計算剛架	464
习题	468
第十四章 剛架——用漸近法計算	472
§ 14-1. 前言	472
弯矩分配法	474
§ 14-2. 弯矩分配法的基本要素	474

§ 14-3. 弯矩分配法的物理概念	480
§ 14-4. 弯矩分配法的计算步骤	482
§ 14-5. 弯矩分配的核驗	487
§ 14-6. 刚架支座沉降的分析	489
§ 14-7. 具有一个结点綫位移刚架的側移分析	491
弯矩一次分配法	496
§ 14-8. 一次分配法基本公式的推导及其应用	496
§ 14-9. 弯矩一次分配法用于刚架的分析	501
迭代法	506
§ 14-10. 迭代法的基本原理及其应用	506
§ 14-11. 具有结点側移的刚架計算	512
§ 14-12. 适用于变截面刚架的計算公式	525
§ 14-13. 迭代法用于复杂多层刚架的計算	528
习题	536
第十五章 刚架——用近似法計算	539
§ 15-1. 近似法的概念	539
§ 15-2. 多跨多层刚架在豎向荷載作用下的近似計算法	540
§ 15-3. 多跨多层刚架在水平荷載作用下的計算	545
§ 15-4. 刚架在設計中的計算步驟	552
习题	554
第十六章 連續梁	556
§ 16-1. 連續梁的应用	556
§ 16-2. 三弯矩方程	559
§ 16-3. 弯矩的定点及其应用	571
§ 16-4. 弯矩分配法的应用	576
§ 16-5. 連續梁的影响綫	578
§ 16-6. 弯矩及剪力的包絡图	594
§ 16-7. 連續梁与靜定梁的比較	598
§ 16-8. 計算图表的利用	599
§ 16-9. 連續梁在彈性支座上的計算	612
习题	615
第十七章 超靜定拱	617
§ 17-1. 超靜定拱的应用	617
§ 17-2. 二鉸拱的計算方法	619
§ 17-3. 拋物綫二鉸拱	626
§ 17-4. 无鉸拱的計算方法	630

§ 17-5. 无铰拱的影响线	637
§ 17-6. 无铰拱设计中的一些问题	641
§ 17-7. 管道的计算	643
习题	645
第十八章 超静定桁架及次应力	647
§ 18-1. 超静定桁架的应用	647
§ 18-2. 用力法计算超静定桁架	647
§ 18-3. 超静定桁架的近似计算	658
§ 18-4. 桁架次应力的来源及其意义	660
§ 18-5. 用弯矩分配法计算次应力	661
习题	665
第十九章 结构的极限荷载	667
§ 19-1. 一般概念	667
§ 19-2. 极限弯矩及静定梁的极限荷载	669
§ 19-3. 剪力对极限弯矩的影响	674
§ 19-4. 一次加载时超静定梁的极限荷载	676
§ 19-5. 比例加载的一般定理	683
§ 19-6. 刚架的极限荷载	686
§ 19-7. 桁架的极限荷载	694
§ 19-8. 交变荷载的极限值	696
习题	699
第二十章 结构的稳定计算	702
§ 20-1. 稳定计算的意义	702
§ 20-2. 用静力法及能量法定临界荷载	703
§ 20-3. 简单压杆及组合压杆的稳定	712
§ 20-4. 拱的稳定	731
§ 20-5. 窄条梁及工字梁的稳定	741
§ 20-6. 稳定计算在设计中的应用	754
习题	758
第二十一章 结构的动力计算	760
§ 21-1. 动力计算的意义及其特点	760
§ 21-2. 弹性体系的自由度	761
一自由度体系的振动	761
§ 21-3. 一自由度体系的自由振动	764
§ 21-4. 一自由度体系的有阻尼自由振动	769
§ 21-5. 一自由度体系的无阻尼受迫振动	773

§ 21-6. 一自由度体系的有阻尼受迫振动	776
有限自由度体系的振动	781
§ 21-7. 有限自由度体系的自由振动的基本方程	781
§ 21-8. 对称性的利用	784
§ 21-9. 有限自由度体系的受迫振动的计算问题	787
§ 21-10. 弹性体系在振动载作用下的内力与位移公式	788
§ 21-11. 解求最大惯性力的典型方程	789
§ 21-12. 成组未知力的利用	794
机器基础的振动	799
§ 21-13. 机器基础的类型及其计算的简化假定	799
§ 21-14. 基础的自由振动	800
§ 21-15. 基础的受迫振动	806
梁的横向振动	810
§ 21-16. 梁的横向自由振动	810
§ 21-17. 梁的横向受迫振动	817
结构的抗地震计算	822
§ 21-18. 地震的起源及其对建筑物的影响	822
§ 21-19. 结构在地震作用下的计算问题	823
§ 21-20. 柯氏地震力理论简述	826
§ 21-21. 多层刚架的频率计算及其振动形式	830
§ 21-22. 我国地震区建筑规范草案中关于地震荷载的计算	833
习题	840
第二十二章 结构力学与结构设计的关系	843
§ 22-1. 结构力学在结构设计中的作用	843
§ 22-2. 结构形式的选择	844
§ 22-3. 计算简图的选择	847
§ 22-4. 计算方法的选择	849
§ 22-5. 结构设计与结构力学的发展	852

第十二章 剛架——用力法計算

§ 12-1. 剛架的形式及应用

剛架是有剛結点的結構。依靠結点的剛性，剛架才成为几何不变的体系。如图 12-1 所示，剛架发生形变时，在剛結点处各杆之間的夹角应保持不变。剛架通常由直杆組成，有时亦含有曲杆。如剛架各杆軸綫及外力作用綫都在同一平面內，我們称它为平面剛架。如各杆軸綫不在同一平面內，

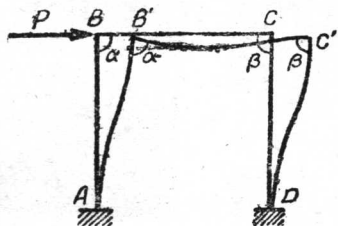


图 12-1

則称为空間剛架。实际剛架多为空間剛架，为便于計算，常分为平面剛架进行計算。

剛架一般是用鋼筋混凝土或金属造成的。在工业建筑、民用建筑、桥梁、飞机、造船等工程中，剛架应用极广。图 12-2 示北京人大會堂中央大厅內的鋼筋混凝土剛架，图 12-3 示武汉重型机械厂的鋼筋混凝土剛架。

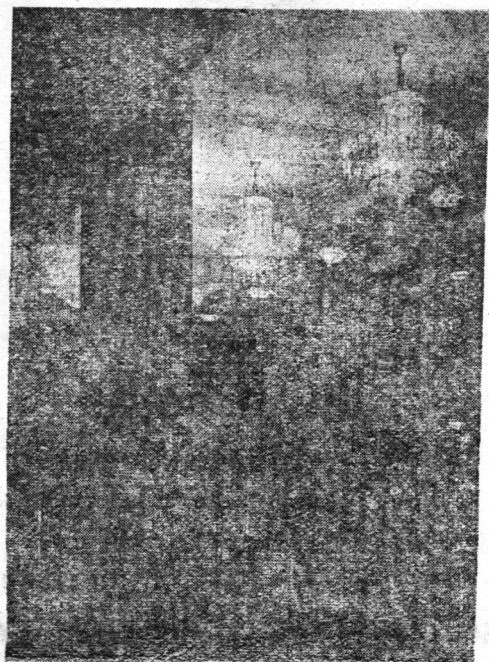


图 12-2

图 12-4, a 示一民用房屋骨架的計算图，其中所有



图 12-3

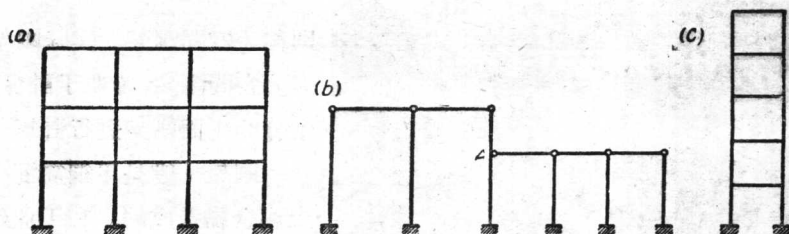


图 12-4.

結点都是剛結点。图 12-4, *b* 示一厂房剛架的計算图, 其中結点 *A* 为一剛結点, 同时, 各固定支座从抵抗弯矩来看也起着剛結点的作用。图 12-4, *c* 示一单跨多层剛架, 用于粮仓及其他塔形建筑中。所有这些都是平面剛架。图 12-5 所示的水塔塔架, 是空間剛架的一个例子。

剛架有几个显著的特点。首先, 剛結点容易建造。現澆的鋼筋混凝土結構的結点都可作为剛結点, 所以鋼筋混凝土剛架应用特多。其次, 由于剛結点的存在, 在剛架内为保証几何不变性需用的杆数較桁架

为少。因此，剛架內部的空間較大，便于使用。此外，因为剛架各部分連續成为一体，在荷載作用下內力較小，所以使用材料也較經濟。

二十世紀初，鋼筋混凝土結構开始在建筑中被应用，剛架的应用漸多。高层房屋及厂房的剛骨架亦均使用剛架。这样，生产建設促使人們研究剛架的計算問題。至本世紀三十年代，剛架的計算理論已經相当完善。

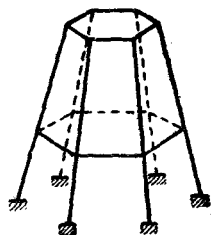


图 12-5

本章只討論用力法計算剛架的問題，至于用位移法、漸近法和近似法計算剛架将在下面各章論述。在平面剛架各杆的每一截面內一般有軸力、弯矩和剪力三种內力作用；在空間剛架各杆的每一截面內，則有軸力，沿两个方向的剪力，繞两个方向的弯矩及扭矩作用。因此，空間剛架的計算远較平面剛架繁难。实用中一般剛架虽都是空間結構，但其大多数都可以化为平面剛架的計算問題。下面我們主要是討論平面剛架的計算。对空間剛架的計算，將只作簡單的介紹。

計算平面剛架的位移时，我們假設剪力和軸力的作用可以忽略，只考虑弯矩的作用。这个假設使剛架的計算大为簡化。

§ 12-2. 力法的基础

力法在超靜定結構各种計算方法中使用最早，应用的範圍也最广泛。力法中所用的基本未知数(即首先求出的未知数)是多余联系的內力，簡称为多余未知力。因此，基本未知数的数目等于多余联系的数目，也就等于是結構的超靜定次数。

图 12-6, a 示一封閉框形。如果我們作一切口(图 12-6, b)，体系便成为靜定的。因为作一切口等于撤去 3 个联系，所以原来的封閉框形(图 12-6, a) 具有 3 个多余联系。这个例子說明了确定多余联系数的一般規則：如果从結構中撤去 n 个联系以后，便得到一个靜定結構，

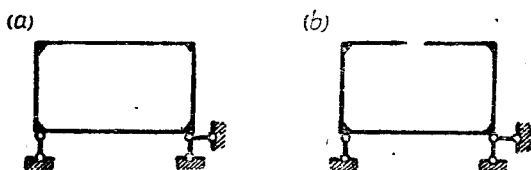


图 12-6

則原結構有 n 个多余联系。图 12-7, a 所示剛架有 4 个多余联系, 因为撤去 4 个联系后 (图 12-7, b), 結構便成为靜定的。

現在我們推导一个很方便的公式来确定平面剛架的多余联系数。記着, 每一个封閉框形有三个多余联系, 其中每一简单鉸减少一个联系。例如, 在图 12-8 中, 因为有一个简单鉸, 所以这一封閉框形的多余

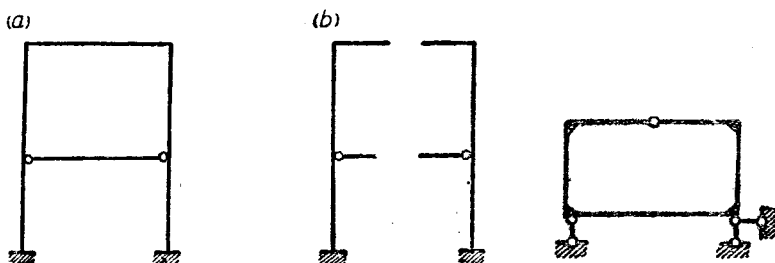


图 12-7

图 12-8

联系数由 3 减为 2。今以 K 表示剛架的封閉框形数, III 表示剛架的简单鉸数, 則平面剛架的多余联系数为

$$I = 3K - III. \quad (12-1)$$

图 12-9, a 所示剛架中, $K=4$, $III=0$, 所以 $I=12$ 。图 12-9, b 所示剛架中 $K=4$, $III=8$, 所以 $I=3 \times 4 - 8 = 4$ 。

在力法計算过程中, 我們使用基本体系代替原来的剛架。从原来的超靜定結構中, 撤去其多余联系而代以未知力 (即多余未知力), 則所得到的靜定体系称为力法的基本体系。

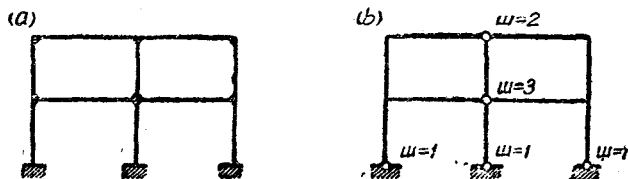


图 12-9

例如如图 12-10, *a* 是已知的刚架, 有 3 个多余联系。图 12-10, *b* 示此刚架的一个基本体系, *B* 点的固定支座撤去了, 而用 3 个未知反力 X_1, X_2, X_3 代替。图 12-10, *c* 示刚架的另一个基本体系。这里必须注意, 虽然可以选取不同的基本体系, 但基本体系是静定的, 同时也必须是几何不变的。图 12-10, *d* 所示的体系既是瞬时可变的(因三个支杆交于 *A* 点), 因此它不能用作已知刚架的基本体系。

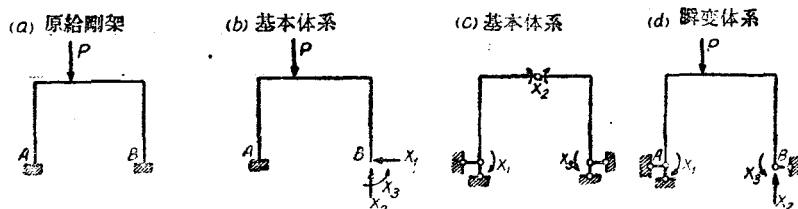


图 12-10

核心问题是如何确定基本体系中多余未知力的数值, 而使它们与已知结构中相应的联系的內力相等。以图 12-10, *b* 为例, 我们确定 X_1, X_2, X_3 的数值时, 应使基本体系中 *B* 点的水平位移、竖向位移和转角全等于 0, 而符合于原刚架中 *B* 点的位移情况。换句话说, 我们应使基本体系在 X_1, X_2 和 X_3 各方向的总位移各与已知刚架中这些方向的位移相同。

我们用 δ 表示单位力引起的位移, 一般的位移则以 Δ 表示。位移符号下面常加两个指标, 第一指标表示位移的方向, 第二指标表示位移产生的原因。如 $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{13}$, 各表示单位力 $X_1=1, X_2=1, X_3=1$, 在 X_1

方向引起的位移。 Δ_{1p} 則表示荷載在 X_1 方向引起的位移。這樣，基本體系在 X_1, X_2, X_3 各方向的總位移各須為零的條件可用下式表示：

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2p} &= 0, \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (12-2)$$

式(12-2)稱為力法方程。力法方程所表示的物理意義就是，基本體系中沿每一多余未知力方向的位移應和已知結構中相應的位移相等。力法方程所表示的是幾何條件，其數目恰與多余未知力的數目相同。力法方程中各未知力的系數是單位力使基本體系產生的位移，自由項則表示荷載或其他外界因素使基本體系產生的位移。既然基本體系是一個靜定結構，這些系數和自由項便容易求出，因此多余未知力也就可以從力法方程解出^①。

多余未知力 X_1, X_2, X_3 一旦求出，則基本體系中各截面的內力便可以由平衡條件求出，同時這些內力也就是已知結構的內力。應用迭加原理，我們可以把基本體系中任一截面的彎矩 M ，剪力 Q 和軸力 N 用下列公式表示：

$$\left. \begin{aligned} M &= \bar{M}_1X_1 + \bar{M}_2X_2 + \bar{M}_3X_3 + M_p; \\ Q &= \bar{Q}_1X_1 + \bar{Q}_2X_2 + \bar{Q}_3X_3 + Q_p; \\ N &= \bar{N}_1X_1 + \bar{N}_2X_2 + \bar{N}_3X_3 + Q_p. \end{aligned} \right\} \quad (12-3)$$

其中 $\bar{M}_1, \bar{M}_2$ 和 $\bar{M}_3$ 各代表 $X_1=1, X_2=1$ 和 $X_3=1$ ，在基本體系中此一截面所產生的彎矩， M_p 則代表荷載在基本體系中此一截面所產生的彎矩，其餘符號的意義是類似的。

對於 n 次超靜定的剛架，力法方程的形式為

^① J. C. Maxwell 在 1864 年首先應用力法方程於桁架的分析，在上世紀末期由 O. Mohr 及 Müller-Breslau 等推廣應用於其他超靜定結構。

影响。因此为了計算 Δ_{1p} 和 δ_{11} ，只須作出基本体系由于 $X_1=1$ 所生的弯矩图 ($\bar{M}_1$ 图) 和基本体系由于已知荷載所生的弯矩图 (M_p 图)。此二图示于图 12-11, c 及 d。弯矩图中的縱标都画在杆件发生拉应力的一边。位移可用图形相乘法来计算。

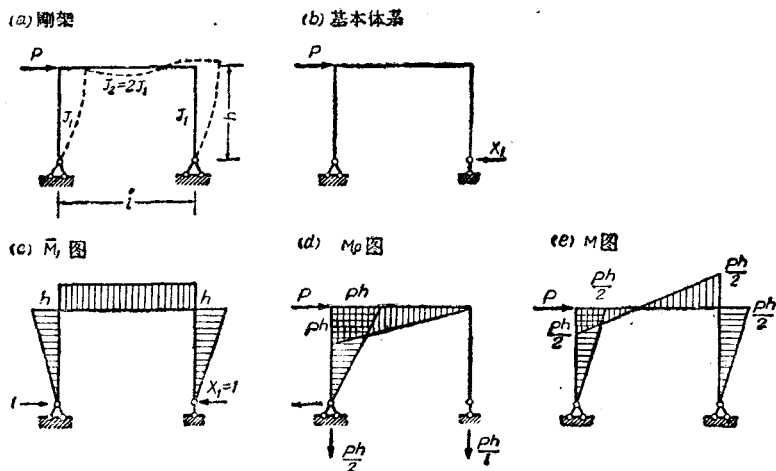


图 12-11

因 δ_{11} 为基本体系由于 $X_1=1$ 在 X_1 方向所生的位移，故

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\bar{M}_1^2}{EJ} ds = 2 \frac{1}{EJ_1} \frac{h^2}{2} \cdot \frac{2}{3} h + \frac{1}{2EJ_1} h l h = \frac{h^2}{6EJ_1} (4h + 3l).$$

又 Δ_{1p} 为基本体系由于已知荷載在 X_1 方向所生的位移，故

$$\begin{aligned} \Delta_{1p} &= \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_p}{EJ} ds = -\frac{1}{EJ_1} \frac{ph^2}{2} \cdot \frac{2}{3} h - \frac{1}{2EJ_1} \frac{ph}{2} l \cdot h \\ &= -\frac{ph^2}{12EJ_1} (4h + 3l). \end{aligned}$$

將 δ_{11} 及 Δ_{1p} 代入式(12-7)，得

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{P}{2}.$$

剛架內任一截面的弯矩为

$$M = \bar{M}_1 X_1 + M_p. \quad (12-8)$$

將 $\bar{M}_1$ 圖的縱標乘以 $\frac{P}{2}$ ，與 M_p 圖相加，便得到最後的彎矩圖 (圖 12-11, e)。由 M 圖可知剛架的撓度曲線大致如圖 12-11, a 中的虛線所示。

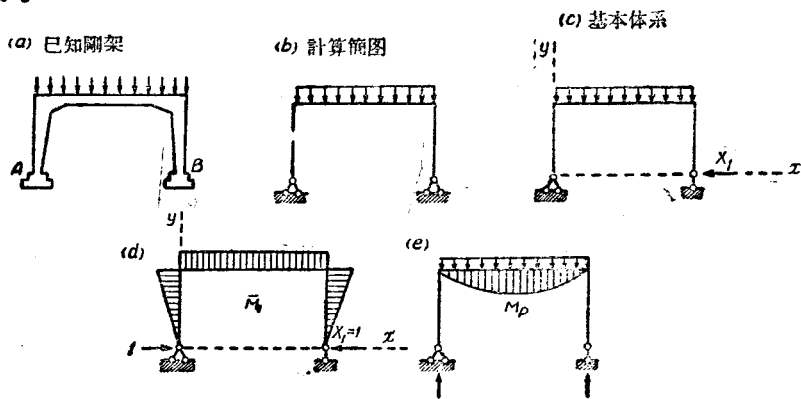


圖 12-12

有時為節約材料，使用變截面杆件。圖 12-12, a 示一單層單跨鋼筋混凝土廠房剛架，梁及柱均為變截面杆件。設柱腳鋼筋的布置使 A、B 二點可以當作鉸支座，則剛架的計算簡圖如圖 12-12, b 所示。仍取右支座的水平反力為多余未知力，基本體系示如圖 12-12, c。力法方程仍為式 (12-7)。

因為杆的彎曲剛度 EJ 沿杆長變化，不能用圖形相乘法計算位移。茲規定使剛架內面發生拉應力的彎矩為正號彎矩。由於 $X_1=1$ 在基本體系內各截面所生的彎矩 (圖 12-12, d) 為

$$\bar{M}_1 = -y.$$

由於荷載在基本體系內各截面所生的彎矩以 M_p 表示，則

$$\Delta_{1p} = \int \frac{\bar{M}_1 M_p}{EJ} ds = - \int \frac{y M_p}{EJ} ds;$$

$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}_1^2}{EI} ds = \int \frac{y^2}{EI} ds;$$

其中积分极限包括剛架全部。

为了克服积分的困难，我們可將剛架軸綫分为小段 Δs ，并假定每小段內的 y, J, M_p 为一常数，各等于小段中点的相应数值。这样便可以用各小段的总和代替积分。 X_1 便可由下式算出：

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{\int \frac{y M_p}{EI} ds}{\int \frac{y^2}{EI} ds} = \frac{\sum \frac{y M_p \Delta s}{EI}}{\sum \frac{y^2 \Delta s}{EI}}. \quad (12-9)$$

求出 X_1 以后，便可作出剛架的内力图。

現在我們再以图 12-13, a 所示的剛架为例，說明剛架計算的詳細步驟。本例中为計算簡單起見，我們假設各杆的 EJ 相等，且长度 l 亦相等。

1) 選擇基本体系

剛架为二次超靜定。基本体系見图 12-14, b。

2) 列出力法方程

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (12-10)$$

3) 作基本体系的单位弯矩图及荷載弯矩图。

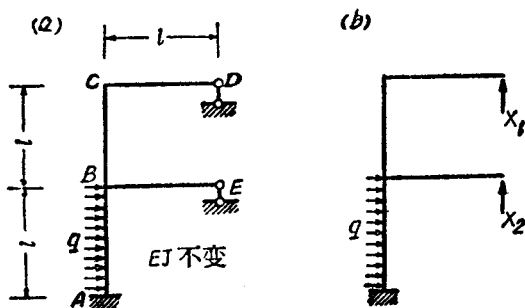


图 12-13