



高路彬  
编著

西南交通大学出版社

# 混凝土 本构理论

(川)新登字018号

混凝土本构理论

高路彬 编著

西南交通大学出版社出版发行

(成都 九里堤)

新华书店经销

西南交通大学出版社印刷厂印刷

\*

开本：787×1092 1/32 印张：7

字数：150千字 印数：1000册

1993年12月第1版 1993年12月第1次印刷

ISBN7-81022-637-1/T·113

定价：5.50

## 序 言

材料本构理论研究是固体力学和材料科学的重要研究课题，近年来引起了众多研究者的瞩目。自从伽利略、牛顿等大师开创性的工作之始，材料本构理论研究有了突飞猛进的发展。对于混凝土材料，由于材料本身结构的复杂性，因此表现出比金属材料复杂得多的本构现象。从而混凝土本构理论研究更为困难。令人高兴的是经过近年来卓有成效的研究工作，混凝土本构理论研究也取得了丰硕成果。本书将对已有的混凝土本构理论模型给予介绍并总结近年来所取得的最新成果。

本书的主要内容大致可以划分为三部分：混凝土本构特性的试验研究、混凝土本构理论模型以及混凝土在重复荷载下的疲劳变形、损伤以及疲劳模型。在第一部分中主要介绍混凝土力学性能的试验方法、混凝土的强度以及变形规律、混凝土的破坏准则以及混凝土变形全过程描述方法。本书的第二部分首先对已有的混凝土本构模型包括非线性弹性模型、经典塑性和非经典塑性模型进行介绍，然后对混凝土本构理论的热力学基础进行讨论并给出了以 Gibbs 自由能和 Helmholtz 自由能表达的本构理论框架，最后对已有的几种混凝土损伤本构理论模型进行评述，并介绍一种各向异性损伤本构模型，对此模型的简化情况、预测能力等进行全面的讨论。本书的第三部分主要介绍混凝土在单轴、多轴压缩疲劳荷载作用下的变形及损伤演化规律，并且讨论一种等幅压缩疲劳模型以及一种变幅疲劳模型。

国内关于混凝土本构理论方面的书还不多，因此本书的  
目的一是试图向读者提供一本能够系统了解混凝土本构理论  
的参考书，二是想借此书对作者近年在铁道科学研究院所从  
事的混凝土本构理论研究工作作一总结。在此作者愿向在其  
工作中领导和同事们的帮助致以真挚的谢意，尤其要向程庆  
国教授表示衷心的感谢，没有他们的支持和帮助作者在此领  
域的工作将无法开展，此书也无法成稿。

在本书的出版过程中，西南交通大学出版社的领导给予  
了大力支持，我的老师、本书的责任编辑李霄萍副教授付出  
了辛勤的劳动，作者在此向他们一并致以诚挚的谢意。

混凝土本构理论研究是一项既老又新的研究课题，由于  
作者工作经验以及研究方向的限制，本书的内容一定有其局  
限性，其中也不免有错误之处，望读者予以批评指正。

编著者

1992年12月

## 目 录

<b>第一章 绪 论</b> .....	1
<b>第二章 混凝土的强度和变形特性</b> .....	7
第一节 混凝土材料.....	7
第二节 混凝土的强度特性 .....	10
第三节 混凝土的变形特性 .....	36
<b>第三章 混凝土本构响应的物理机制</b> .....	52
第一节 引 言 .....	52
第二节 Budiansky 的自洽理论 .....	54
第三节 Andrieux 裂缝扩展模型 .....	60
<b>第四章 混凝土的经典本构理论</b> .....	65
第一节 引 言 .....	65
第二节 非线性弹性本构模型 .....	67
第三节 经典塑性本构模型 .....	71
第四节 经典本构模型存在的问题 .....	82
<b>第五章 混凝土非经典本构理论</b> .....	85
第一节 引 言 .....	85
第二节 建立在应变空间上的塑性理论 .....	85

第三节 塑性一断裂理论 .....	91
第四节 内时理论 .....	95
<b>第六章 混凝土本构理论的热力学基础.....</b>	<b>111</b>
第一节 引言.....	111
第二节 应力、应变及功共扼.....	111
第三节 非线性连续介质力学的基本关系.....	114
第四节 状态空间及内变量.....	115
第五节 本构理论的一般原理.....	116
第六节 本构泛函及状态空间表达.....	117
第七节 热力学第二定律.....	118
第八节 Helmholtz 自由能及正交关系 .....	119
第九节 Gibbs 自由能及正交关系 .....	121
第十节 在热力学框架中构造本构模型.....	122
<b>第七章 混凝土的损伤本构理论.....</b>	<b>125</b>
第一节 引言.....	125
第二节 混凝土损伤本构理论的热力学框架.....	126
第三节 几种混凝土损伤本构模型.....	128
第四节 混凝土的几种重要本构现象及其描述方法 .....	134
第五节 混凝土单轴损伤本构模型.....	138
第六节 混凝土的各向异性损伤本构模型 .....	143
第七节 混凝土损伤本构模型的预测能力分析 及试验验证.....	158

第八章 混凝土的疲劳变形和损伤	174
第一节 引言	174
第二节 混凝土单轴拉伸循环变形特性	175
第三节 混凝土单轴压缩常幅疲劳变形及损伤特性	179
第四节 混凝土双轴压缩常幅疲劳变形及损伤特性	184
第五节 混凝土单轴压缩变幅疲劳特性	189
第九章 混凝土疲劳本构模型	191
第一节 引言	191
第二节 混凝土单轴压缩常幅疲劳模型	191
第三节 混凝土单轴压缩变幅疲劳模型	198
参考文献	203

# 第一章 緒論

作为一种最常用的土木工程材料，混凝土在整个结构工程领域起着重要作用。目前，钢筋混凝土、预应力混凝土结构占整个结构工程的 80% 以上，因此对混凝土本构特性的认识直接关系到结构设计的合理性和经济性。

正如著名力学家冯元桢所说：“……土壤、水泥、钢筋结构的本构方程，目前几同未知，闹清楚了可以把土木工程提升一步”，冯教授的话不仅阐明了关于混凝土材料本构关系研究的重要性，而且也对混凝土材料的本构理论研究现状给予了评价。尽管并不完全如冯教授所说的“几同未知”，但是我们对混凝土材料特性及理论的研究确实比对金属材料的研究肤浅得多，对混凝土本构特性的研究现状我们可以客观地做如下评价：尽管目前关于混凝土材料本构关系理论研究包括试验研究和理论模拟，已经取得了巨大进展，但是还没能清楚地认识混凝土的许多重要的本构特性，无法合理地、完善地和全面地描述其本构行为。

首先，到目前为止，我们关于混凝土本构理论研究确实做了大量工作，建立了几类混凝土的本构模型，这些工作为混凝土结构设计和分析提供了强有力的工具。这方面的工作可以追溯到混凝土材料的诞生，那时就开始了对混凝土的强度、弹性等基本力学性能的试验工作，但真正现代意义上的

混凝土本构关系研究可以说是 1943 年 Whitney 所进行的混凝土受压全过程的试验研究，他利用刚性试验机得到了混凝土极限强度后的软化阶段，从而认识到了混凝土的软化后强度特性。其后，一直到 50 年代混凝土本构特性的研究还主要限于受压基本性能的试验以及软化后特性的试验研究。50 年代随着连续介质力学及不可逆热力学的发展，系统的材料本构理论研究兴起，从而对金属材料的大变形弹性、弹塑性、粘弹性、动态特性等本构现象有了更深入的研究，并基于有限变形理论、热力学原理从理论上对本构现象进行理论模拟。50 年代材料本构理论研究进展大致可以分为三个方面：（1）理性力学的发展，对材料的应力、应变描述逐步理性化；（2）不可逆热力学的发展，提出了基于内变量理论的本构框架；（3）连续介质力学的发展，建立了本构关系需要满足的基本原理。关于第一方面的研究，形成了以 Euler 和 Lagrange 两种方法描述的本构关系，由于第二方面的成果从而出现了各种新的非经典材料本构模型，由于第三方面的进展，为合理地描述材料的本构行为、正确地建立材料本构关系奠定了理论基础。50 年代至 70 年代，出现了许多先进的材料试验系统，如 MTS、Instron 等，计算技术包括计算方法和计算工具逐步完善和有效，从而使得到更为精确的试验数据成为可能，同时在结构分析中借助于计算机可以利用较为复杂的材料本构模型进行计算，由于这些原因，材料本构特性研究和数学模拟得到较快的发展，如材料的多轴变形特性、比例及非比例加载特性、循环变形行为、蠕变—疲劳耦合作用等试验成果，内时理论模型、损伤本构模型、非正流动塑性模型等新型理论成果。从本构关系模拟方法方面看，宏观连续方法、

微（细）观模拟方法和宏观与微（细）观相结合的方法都已用于材料本构关系理论研究中。

图 1 给出了目前材料本构理论研究所采用的理论框架、本构描述方法以及理论基础

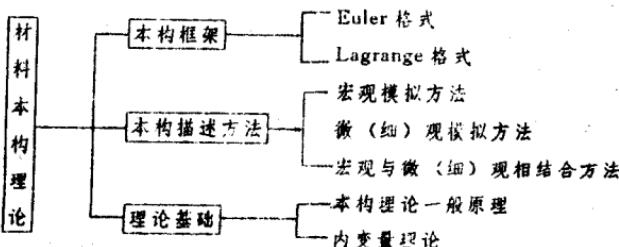


图 1 本构理论概况

混凝土本构理论研究也是材料本构理论研究的重要方面，混凝土本构理论研究随着材料本构理论研究的发展也取得了巨大成果。到目前为止，混凝土本构模型大致可以分为如下（图 2）四类：

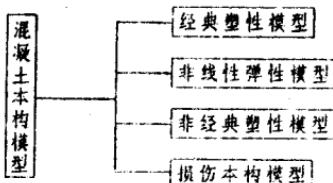


图 2 混凝土本构模型

已有的非线性弹性模型包括 1972 年 T. C. Y. Liu 等、1974 年 R. Palaniswamy 等、1977 年 L. Cedolin 等、1979 年 Kotsovos 等提出的模型。非线性弹性模型大致可以分为两类：一类是以切线模量描述的增量模型，一类是以割线模量描述的全量模型。非线性弹性模型认为混凝土上的非线性本构

行为可以通过混凝土的弹性模量（切线模量或割线模量）的不断改变来描述，弹性模量的变化规律通过试验资料得到。这类模型具有较高的精度和方便的算法，但是其明显的缺点是无法描述卸载非线性行为，同时由于试验资料的局限，弹性模量的变化规律无法覆盖混凝土的整个应力空间，因此非线性弹性模型具有一定的限制条件。

混凝土的经典塑性理论模型，如 Chen-Chen 模型（1975 年）、A. C. T. Chen 模型（1975 年）、K. L. Williams 模型（1975 年）、D. J. Han 模型（1985 年）、S. Pietruszczak 模型（1988 年）等，基本上均以金属材料的经典塑性理论为基础，采用特殊的屈服势函数，如五参数、三参数方程，代替 Von Mises 或 Tresca 屈服准则，同时引用流动法则，构成塑性本构模型。因为金属材料的塑性理论目前已经成为较成熟的理论体系，因此混凝土的经典塑性模型也具有较完备的理论基础，它可以描述混凝土的循环响应特性、卸载非弹性响应等非线性弹性模型无法描述的本构现象，但是此模型必须以初始屈服面、后继屈服面、硬化准则和软化条件为基础，而这些函数必须以试验数据为依据，经过拟合和分析得到，这一工作相当复杂，因此经典塑性理论模型均有一定的局限性，并且在应用上，由于模型的间断性，计算方法较为复杂，计算量大。

作为混凝土非经典塑性理论之一，混凝土内时本构理论最早由 Z. P. Bazant 在 1976 年提出，之后 Valanis、范镜泓等也提出了他们自己的本构模型。Bazant 模型以非线性弹性模型为基础，对其进行修正，引入了非弹性项。Valanis 是内时理论的奠基人，但内时理论在 1972 年提出时是为了描述金

属材料的粘弹性行为的，之后 Valanis 也将内时理论用于描述混凝土的本构行为，由于合理地引入了内时标度以及积分核函数等，Valanis 的内时理论模型能够较好地描述混凝土的多种复杂本构现象。Valanis 的内时理论直接以不可逆热力学为基础，摆脱了屈服面的概念，引入了一个描述材料变形历史的广义时间——内蕴时间，从而克服了经典塑性理论中由于屈服面的存在带来的计算困难。Valanis 的研究表明混凝土的内时本构模型具有非常强的预测能力，能够描述混凝土的许多重要的本构现象，如非弹性行为、卸载特性、多轴响应、剪胀现象、非弹性体积变形效应等，但是由于内时模型中具有多个本构参量或本构函数，这为试验标定带来困难，这些参量相互耦合影响，因此很多研究者对内时理论提出了批评意见。

混凝土的塑性—断裂模型也是混凝土的非经典塑性理论之一，它最早是 1974 年 Z. P. Bazant 提出的，这种模型将混凝土的变形分成与金属材料类似的塑性变形和由于混凝土内部微裂缝开展产生的变形两部分，对于第一部分变形采用经典塑性理论的方法来处理，对于第二部分采用一个建立在应变空间上的势函数来描述。这种模型由于采用了两个分别定义在应力空间和应变空间的势函数，因此数学形式复杂，更重要的是很难通过试验来确定本构模型中诸多的本构参量，因此塑性—断裂模型尽管其思想更为合理，但是在实际应用中具有很大困难。

混凝土的损伤本构理论研究是自 70 年代末到 80 年代初损伤力学建立以后才开始的，但也已取得了一定的成果，如 Krafcinovic 模型（1986 年）、Mazars 模型（1984 年）、Gao 和

Cheng 提出的各向同性模型 (1988 年)、Gao 和 Cheng 提出的各向异性损伤模型 (1989 年) 等。这些模型已经得到了部分试验的验证，但是混凝土损伤理论还很不成熟，需要进行深入的研究。实际上，损伤力学作为固体力学的一个新分支是 80 年代初才形成的，尽管损伤力学的基本思想早在 1959 年 Kachanov 就已经提出，但是直到 70 年代并没有真正的发展，70 年代末期，Lemaitre 等的研究工作才逐步奠定了损伤力学的基础，其中包括损伤变量的选择以及损伤本构关系的热力学基础，并且导出了适合于金属材料韧性损伤的损伤本构模型。由于混凝土材料结构的复杂性，其变形及损伤规律更为复杂，利用损伤力学来描述混凝土的损伤规律等复杂的本构现象更加困难。目前研究者认为利用损伤理论来研究材料包括混凝土的本构关系是一个合理而且有效的途径，因此近年来混凝土损伤本构理论的研究受到了很多研究者的重视，混凝土损伤理论具有广阔的发展前景。

综上所述，混凝土本构理论的研究具有非常重要的理论意义和工程应用价值，目前这一领域的工作还很不完善，有待我们去做深入的研究。在以后几章中，将对混凝土的重要的本构特性以及几种典型的混凝土本构理论做一介绍，并且讨论混凝土本构理论研究的一些主要方法和手段。

## 第二章 混凝土的强度和变形特性

混凝土是一种多相复合材料，其复杂的组合结构决定了其多样的本构特性。本章主要介绍混凝土的强度及其变形特性的试验方法及重要试验成果，并且对混凝土的强度理论以及混凝土变形全过程的描述做一简要介绍，在此之前我们首先对混凝土材料的结构以及工艺性能做一简单讨论。

### 第一节 混凝土材料

混凝土由粗骨料及硬化水泥石构成，硬化水泥石由水泥、水及细骨料（砂）经水化而成。在混凝土中存在气泡孔洞以及水泥石硬化时收缩造成的粗骨料界面裂缝（如图2—1所

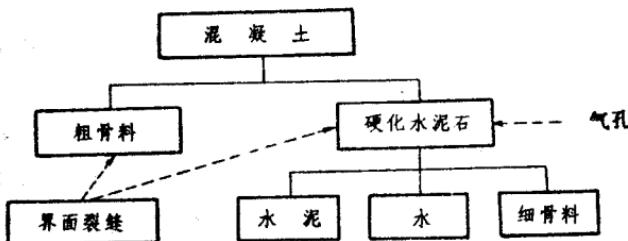


图 2-1 混凝土的结构

示), 因此 混凝土是一种具有复杂结构的多相复合材料。

混凝土作为人工材料, 最初是经过拌合、养护而成, 其配合比设计应考虑其强度、和易性等力学性能以及工艺性能。影响混凝土强度及工艺性能的主要因素有水灰比、水泥用量、粗骨料用量及其级配等。混凝土的物理结构具有很好的分散性, 粗骨料、细骨料随机分布, 因此混凝土从微(细)观尺度上看虽然是一种非均匀材料, 但从宏观尺度上又可认为是一种匀质材料。

混凝土中的骨料界面裂缝、硬骨料或弱骨料、水泥石中的缺陷是混凝土中的物理间断。混凝土的物理间断是导致应力集中的地方, 因此也是混凝土开裂和破坏的裂缝源。图 2-2 绘出了在一个球形粗骨料界面处由于粗骨料与水泥石弹性模量的差别导致的应力集中情况。

混凝土最初是一种可塑性流动材料, 随着龄期增长强度逐渐提高, 变形能力降低, 脆性增长, 因此作为工程材料, 具有非常好的工艺成型性能。

在长期荷载作用下, 混凝土具有徐变特性, 图 2-3 绘出了混凝土的徐变增长规律。

混凝土的耐久性也是混凝土的重要特性, 其抗冻性与水灰比的关系非常紧密。

总之, 由于混凝土是一种非常复杂的结构性材料, 因此也具有复杂的物理工艺性能, 上面只简单给出了混凝土材料所具有的一些物理性能, 旨在给出对混凝土的一般性认识。这些特性在本书中将不加研究, 下面讨论的主要内容只包括混凝土长期稳定的静态和准静态本构行为。

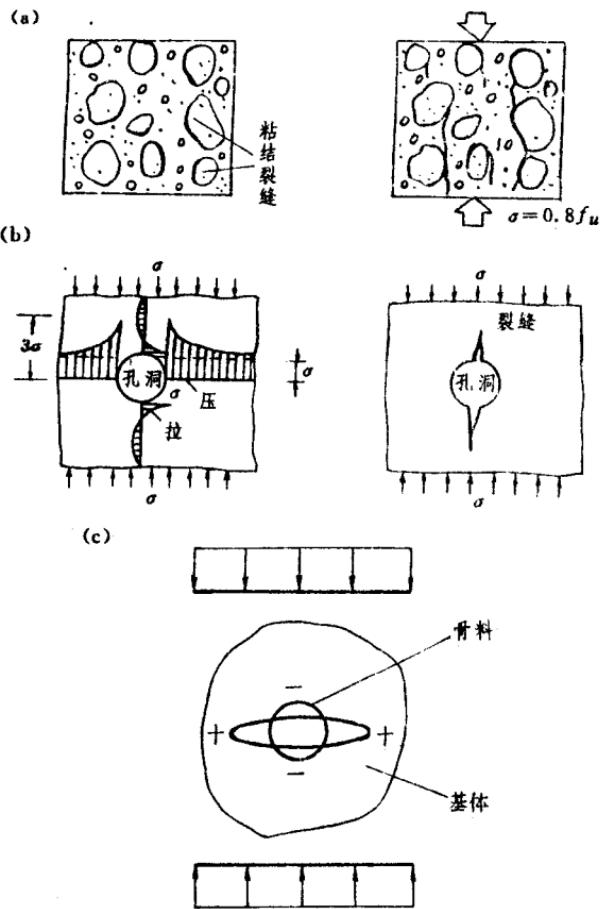


图 2-2 骨料处的应力集中

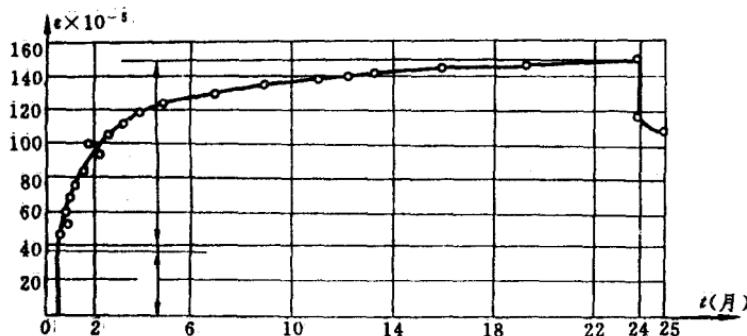


图 2-3 混凝土徐变增长曲线

## 第二节 混凝土的强度特性

### 一、标准强度试验

由于混凝土的强度与龄期以及养护条件和试件尺寸有关，因此各国均有混凝土基本强度试验标准。

标准强度试验一般取混凝土龄期 28 天，采用标准养护条件：相对湿度  $> 90\%$ ，温度  $20 \pm 3^\circ\text{C}$ 。

试件的标准尺寸各国不尽相同，我国的混凝土标准立方抗压强度试件尺寸为  $15 \times 15 \times 15 \text{ cm}$ ，美国和英国为  $\phi 15 \text{ cm}$  圆柱体试件。另外还可采用非标准试件，如  $10 \times 10 \times 10 \text{ cm}$ 、 $20 \times 20 \times 20 \text{ cm}$  立方试块。通过大量的试验研究，发现标准立方抗压强度与非标准试件抗压强度之间存在良好的线性关系：

$$f_{cu} = 0.95 f_{10}$$