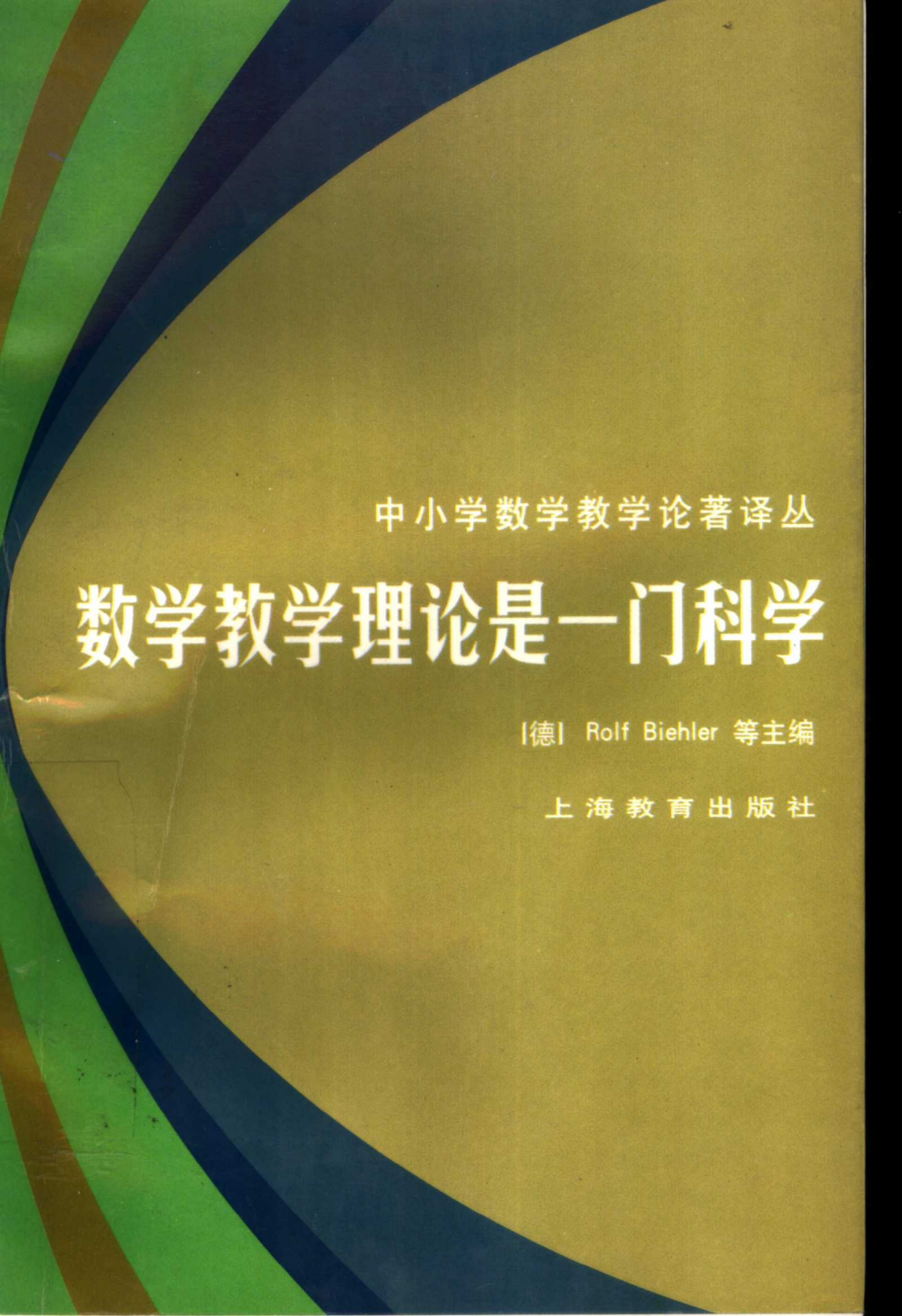




中小学数学教学论著译丛

数学教学理论是一门科学

[德] Rolf Biehler 等主编

上海教育出版社

中小学教师数学教育课程系列

数学教学理论是一门科学

（美）David P. Anderson 著

王健 熊国海 熊国海 译

数学教学理论是一门科学

【德】Rolf Biehler 等主编

中小学数学教学论著译丛

上海教育出版社

**DIDACTICS OF MATHEMATICS
AS A SCIENTIFIC DISCIPLINE**

Edited by

Rolf Biehler

Roland W. Scholz

Rudolf Sträßer

Bernard Winkelmann

Copyright ©

KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS 1994

中小学数学教学论著译丛
数学教学理论是一门科学

[德]Rolf Biehler 等主编

唐瑞芬等译

上海教育出版社出版发行

(上海永福路123号)

(邮政编码 200031)

各地新华书店经销 上海商务联西印刷厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 17 插页 4 字数:414,000

1998年11月第1版 1998年11月第1次印刷

印数 1—2,150本

ISBN 7-5320-5851-4/G·6006 定价(软精):20.40元

数学教学理论是一门科学

自本世纪初国际数学教育委员会(ICMI)开展工作以来,已没有人能否认这样一个事实,即在数学教与学的领域中已经在做科学研究了,数学家、心理学家、教育科学家、数学教师培训人员和数学教师自己全都在进行这一研究。但是,有很长时间,对这些问题的科学交流,尤其是国际间的交流,一直处在发展初期;许多研究工作都是独自在进行,而且也很少有人认为自己所从事的领域是独立于数学、独立于教育科学的另一门科学。

20世纪60年代后期,许多工业化国家(如德国、法国和美国)对于社会价值观和组织体制的一场社会大辩论重新引发了人们对教育和相应的教育科学的关心。到70年代和80年代,这方面的发展使数学教育研究有了一定的突破。ICMI这样一些国际组织的再度活跃,以及1969年以后恢复定期召开的全球性会议 ICME,使数学教育工作者的一个国际性团体得以形成。我们称与这种研究有关的科学和以这种研究为基础的开发工作为数学教学理论,人们普遍这么称呼它,至少在说德语和法语的国家中是这样,而在说英语的国家中也开始逐渐流行。数学教学理论至少在社会意义上是作为一门科学而存在着,我们从杂志、研究规划与博士学位课程、科学的组织体系以及会议中,能看到它的存在。当然,与其他科学(如数学或心理学)相比,数学教学理论的确很年轻。正因为其相当年轻,它的对象、方法论以及评价其理论是否有效的标准等

等一系列问题都显得多元化,缺乏统一性,数学教学理论在大学各学科中的地位目前也尚在争议之中。

本书是为国际上研究数学教育的科学团体写的,它勾勒了科学的一个新分支的最新水平。读者会看到把数学教学领域研究人员所做的原始工作进行结构化的一个范例。

这一领域里的所有研究人员都会对本书感兴趣,当然,对自己实践的理论感兴趣的数学教师,以及教师培训人员,也会重视本书提供的综述和各种各样的刺激与反应。未来的和正在工作的数学教师会找到与教学有关的形形色色很有意思的焦点问题,如针对不同年龄阶段和不同能力水平学生的问题。除直接从事数学教育的人,邻近学科(如数学、普通教育、教育心理学、认知科学等)的研究人员也会对本书或书中的某些文章感兴趣。

我们的基本想法是先对数学教学理论作一般考察,然后划分成几个学科分支,对其研究领域的总体框架提出设想,通过展示每位作者对某个学科分支正在进行的研究中取得的真实生动的成果,本书将对目前数学教学理论研究的广度和多样性给出一个结构或“拓扑”。本书的各章就代表着这些学科分支,它收集了10个国家的30项研究成果。我们请每位作者举一个他研究的例子,以便别的数学教育工作者能理解他所拓展的研究领域。

我们借助于每章导言概述了论文所代表的研究领域及其研究重点。每篇文章都与整章内容有关,读者应把注意的重点放在一章中不同文章之间的联系与区别上,放在它们与其他章的联系上。由此可见,我们的目的不是请权威以他自己的眼光概括某一领域的研究成果,不是写一本数学教学理论手册,相反,本书的组稿更注重观点的变化与多样,我们希望本书能引起读者对数学教学理论的再组织和再思考,从而为引起深入的反思,激发对数学教学理论的兴趣作出贡献。

读者将会读到以下各章:

1. 为学生准备数学
2. 教师的培养和教学研究
3. 课堂里的相互影响
4. 技术与数学教育
5. 数学思维心理学
6. 差异教学理论
7. 数学的历史和认识论与数学教育
8. 数学教与学的文化框架

如果说一个学科分支只有当它有了许多交叉引用,有了深入的交流,有了一个共同的研究对象的时候,才被承认其存在的话,那么,前五章的内容应该说都已被普遍地承认为学科分支了。就目前情况而言,后三个“学科分支”似乎还没有很好地建立起来,我们之所以把它们收录进来,是因为它们重要,这也许是种偏爱,因为我们与 Bielefeld 大学数学教育学院(IDM)和它的研究传统瓜葛很深。我们模仿“差异心理学”创造了“差异教学理论”这个概念,以形成一个新的研究热点,它与“为所有人的数学”思考的问题相反,它考虑性别、文化中的少数人以及不同的学生群体等问题。

数学教学理论是关于人类活动的一个应用领域,它与工程学、(应用)心理学和医学一样,科学研究和(建设性)实践之间的界限至少可以说是“模糊的”。数学教学理论与上述学科一样面临着某种(社会)问题,那就是数学教育,它为此使用了许多方法。人们常常认为前四章中的那些专题是实际的问题,需要建设性工作,即:准备课程和课本,制订教师培训大纲,形成对课堂里相互影响和学习的指导性建议,开发软件等。主要的一个新进展就是努力将这些实践活动合理化、理论化,且加以反思。合理化有两重含义,一是反思目标是否合理,二是反思如何提高工具的效率。有时,它会使我们的工作不像应用科学而更像基础科学,因为研究人员觉得

为了对实际问题有更多的认识,有必要加深对理论和方法论的反思。研究教师的观念和课堂里的相互影响就是反映这一动态的一个例子。

我们也可以把本书分成这样两部分:第一部分是与课堂教学关系比较密切的(第一至第四章),第二部分则是那些从一个较广的视角反思和分析关于学习、思维、知识和文化问题的(第五至第八章),当然这些问题仍与数学教育中的问题有关。在前四章,你会发现,从仅仅作分析的论文到以理论研究为基础有建设性含意的论文都有,第五至第八章则主要是理论分析的论文。我们必须用系统的观点来建立数学教学理论,哪怕我们是在构造像学生或教师必须默认与对方的关系这样一个子系统。这几章主要重在这种意义下的子系统。我们从所教的知识即数学开始,力争使我们对教学体系的研究严格地符合“教学的三角形”:数学——教师——学生。

第一章讨论为学生准备数学的原理。分析了数学“教学转换”、“初等化”和“教学工程”等概念,因此,该章的焦点是教学内容,是被教的知识。当然,也谈到其他因素和事物的影响。第二章是教师的培养和教学研究,显然它与上一章的联系就是被教的知识。它主要谈教师具备或应该具备的知识、知识结构,以及影响和促进教师知识发展的途径。第三章是课堂里的相互影响,主要是那些分析课堂里和小组里教师及学生复杂的“社会相互影响”的研究。分析课堂里的语言和谈话是一个重要的问题。第四章技术与数学教育可以从系统的观点看成是包括教科书和评价方案在内的“教育的技术”。这些成果是数学教学理论的重要产物,已被付诸于教学实践。如何设计和使用这类“产品”是一个重要的研究课题。我们挑选的重点是使用计算机和软件的问题与潜力,因为这一新技术代表着一个重要的教学研究领域。第五章数学思维心理学着重讨论了知识的组织、学生个体的数学思维过程,展

示了大量通向数学思维和认知过程的方法论途径。第六章差异教学理论分析了特定群体中人们的数学接受能力,研究了数学的教与学对这些群体的影响。第七章数学的历史和认识论与数学教育包括了从不同角度对数学进行研究和反思,如哲学、认识论、历史、文化,以及它们之间的关系和对数学教育的影响。第八章数学教与学的文化框架分析的是制约因素和文化的影 响,实际的、或许还有科学的、政治的和文化的力量对数学教与学的过程产生着深刻的影响。这使我们为学生准备数学课题要作更深入的研究,因为我们不是在真空世界而是在一个社会环境里教数学,我们要科学地分析教学过程就不能忽视这一社会环境。虽然数学教育工作者无论如何也无法控制这些因素,但是,他们必须了解它们,了解被教的数学并不是学生很容易消化的“流质”食品,而是经社会成形的东西。该章还分析了数学教育的政治和社会界限。

划分章节并不是要把这一领域分割成不相关的各部分,毫无疑问,读者会发现内容上的交叉,有些子学科无论彼此离得远或近,都会以不同的方式发生联系。显然,这些章节展示的课题触及了许多不同的相邻科学。与具体科学的基本联系为:第一章为学生准备数学与数学;第二章教师的培养和教学研究以及第三章课堂里的相互影响与社会科学和教育学。第五章数学思维心理学大量地利用了认知心理学,第七章历史和认识论以及第八章数学教与学的文化框架都与社会学、历史学和哲学有关。总之,我们应该清楚这些学科间不是互相排斥的关系,所有这些研究领域都与数学紧密相连。

数学教育的方方面面也是很多其他学科,如教育科学、心理学、认识论、数学史的研究对象,数学教学理论可以利用这些不同的学科,从而,它们各种各样的方法论途径也可以为我所用。但是,作为热爱科学的人,我们在刻画和分析数学的教与学时,仍然

必须组织数学教育自己的解决问题的办法,自己去开拓相邻学科已经获得的知识。系统的反省对数学教学理论的进一步发展极为重要。Hans-Georg Steiner 为了推动这种研究,于 1984 年在 Adelaide 成立了“数学教育理论(TME)”这一国际性的工作小组,之后,他也一直是把数学教学理论当作一门科学这一观点的主要支持者,这一思想背景促成了本书的诞生。

本书的诞生

每本书的诞生总有它的机遇、它的理由和它的历史。本书的机遇是两项庆祝活动:庆祝 Bielefeld 大学数学教育学院(IDM)创办 20 周年,以及 Hans-Georg Steiner 教授 1993 年 11 月 21 日的 65 岁生日。数学教学理论作为一门科学而兴起,这要归功于实验科学研究,归功于对这门学科的地位的思考,归功于有组织有原则的宣传工作,而这一发展与 Hans-Georg Steiner 的活动和 IDM 的工作又密切相关,所以,编者很想出版一本书以纪念这两件事,这本书将通过展示实际进行科学工作的过程,来反映 Hans-Georg Steiner 的工作对象和 IDM 的研究领域。我们不仅想显示已经达到的水平和成熟程度,而且想指出悬而未决的问题和将来需要解决的问题。看到自己推动的研究充满活力,看到它的国际联系和学术发展都处于良好的状态,Steiner 教授和 IDM 可能都会感到自豪的。

我们简单地回顾一下 IDM 的历史吧。建立 IDM 并使之成为一个全国中心的想法始于 20 世纪 60 年代中期。和许多其他国家一样,人们认为数学教育研究甚至关于数学教育的知识都是落后的,它在大学里的名声也不好。为此,Volkswagen 基金会决定资助一个研究中心以推进数学教学理论发展成为一门科学。这个中心的主要任务是:(1)通过研究和开发,推动课程建设;(2)在数学和

其他有关学科的跨学科合作下建立数学教学研究的一个理论框架；(3)培养科学后备力量；(4)成立一个提供文献资料和交流信息的国际中心。1973年IDM成立了。Hans-Georg Steiner、Heinrich Bauersfeld以及Michael Otte被聘为IDM的教授和领导。IDM作为大学里的一个科学机构，它的地位曾经动摇过，最严重的一次危机是在1991年，当时是否还有哪个大学能够支持像IDM这样的中心都成问题。还好，该中心获得了国内外的很多资助，使这所大学下决心加强IDM机构，并至少继续支持它八年，即直到2000年。

显然，数学教学理论框架的差异，国际讨论中使用的方法、感兴趣的话题的多样化，还有IDM完成的研究工作，都在本书的框架中得到了反映。在某些方面，数学教学理论已有知识日渐增长的差异已经为IDM未来的数学教育研究打开了更加广阔和重要的天地。也许这种想法在IDM当前阶段研究指南里的很多中心问题中已有所反映，如：人是如何学会数学的？它如何影响人们的思维、工作和世界观？

Steiner教授从IDM成立之初就伴随并领导着它。我们这四位编者都一直与Hans-Georg Steiner在一个持续了长达15年的工作小组里合作，我们从他的私人友情和慷慨支持中都获益匪浅。他的兴趣和影响不仅仅局限于我们这个小组的工作，他不像其他成员那样涌向具体专业的浪潮中，而总是全面地注视他不断推进着的数学教学理论，比如，他组织并安排了像1976年在Karlsruhe召开的第三届国际数学教育大会(ICME3)这样的国际会议以及许多双边专题讨论会，他还创建并领导了TME这个研究数学教育理论的国际工作小组。

Hans-Georg Steiner是那些为数不多的、根据自己的研究对整个学科提出设想、并对其一部分发生影响的人之一。这大概使他成为能对本书几乎所有章节都能提建设性批评的极少数科学家之

一。无疑,有人会批评说我们省略了几乎所有对数学教育理论的详细讨论。但是,本书的目的正是显示如何应用这些理论。

致 谢

出版本书的想法是 1992 年初夏开始有的,编者把各章分了工,并在 1992 年的夏季和秋季开始与各篇文章候选作者取得联系。与编其他书籍的经历不同,绝大多数作者对我们的约稿都反应积极。许多作者提到了他们与 Hans-Georg Steiner 的友谊,提到他们欣赏他和 IDM 的工作,并称这些是他们决定与我们合作的主要动机,即使由于别的原因使他们参加本书写作有很大困难。我们很感激本书所有的作者,趁此机会感谢他们做出了出色的工作。

每位作者都提交了论文摘要,供各章的编者审评,并在同一章的作者之间交流。编者收到论文全文是在 1993 年的春季和夏初,同时开始审阅,到 1993 年 6 月底,文章修改结束或部分重写完成。

我们要感谢 IDM 的秘书 Herta Ritsche 小姐,她负责出本书的胶片,她是本书生产的调度,她仔细地调整了许多论文的版面,统一做了编务工作。

我们要感谢 Jonathan Harrow 和 Günter Seib,他们翻译了部分章节。我们感谢 Jonathan Harrow 不仅为大多数论文修改文字,而且还加以润色,即使对一些以英语为母语的作者的论文也不例外。他那符合最后正式编辑的专业手法以及他对许多阐述所作的评论和建议使许多文章变得条理清晰,更容易被读者接受。没有如此无私的奉献便没有这本书。当然,如果由于编辑过程中的原因致使还有印刷错误存在,那么责任全在编者。

祝 IDM 和 Hans-Georg Steiner 在他们继续推动数学教学理论成

为——门科学的努力中硕果累累！

Rolf Biehler

Roland W. Scholz

Rudolf Sträßer

Bernard Winkelmann

目 录

前言	1
第一章 为学生准备数学	1
Bernard Winkelmann 编辑并作序	1
初等化的折衷办法;美国课程建设情况	6
James T. Fey	
教学工程是将教学成果上升为理论的构架工程	20
Michèle Artigue	
数学课程及其基本目的	36
Uwe-Peter Tietze	
第二章 教师的培养和教学研究	53
Rolf Biehler 编辑并作序	53
对数学概念的反思是教学思维的出发点	59
Hans-Joachim Vollrath	
超越于题材内容之外的:教师专业知识的心理学结构	74
Rainer Bromme	
数学教育的理论与实践之间的对话	94
Heinz Steinbring	
科学在教学与教师培养中的应用	112
Thomas J. Cooney	
第三章 课堂里的相互影响	131
Rudolf Sträßer 编辑并作序	131

课堂里相互影响的理论方法和经验方法	135
Maria G. Bartolini Bussi	
对数学课堂里相互影响的理论考察	150
Heinrich Bauersfeld	
在小组里活动;一种学习情境?	169
Colette Laborde	
数学课堂语言:形式、作用和精神实质	184
David Pimm	
第四章 技术与数学教育	200
Bernard Winkelmann 编辑并作序	
200	
程序设计的作用:通向实验数学之路	205
Rosamund Sutherland	
适于学习数学的计算机环境	218
David Tall	
认知工具在数学教育中的作用	231
Tommy Dreyfus	
智能辅导系统	245
Gerhard Holland	
第五章 数学思维心理学	258
Roland W. Scholz 编辑并作序	
258	
数学活动中形式的、算法的以及直觉的成分之间的 交互作用	264
Efraim Fischbein	
从 Piaget 的建构主义到语义网络理论: 在数学教育中的应用——微观分析	282
Gerhard Steiner	
社会历史学派与数学的获得	299
Joachim Lompscher	

数学教育研究中的行为 - 理论方法与现象学方法:	
持续培养专家的研究	317
Richard Lesh and Anthony E. Kelly	
第六章 差异教学理论	330
Roland W. Scholz 编辑并作序	330
数学智力迟钝的学生和有数学天赋的学生	334
Jens Holger Lorenz	
女孩和男孩是否应该接受不同的教育?	349
Gila Hanna	
从“为少数人的数学”到“为所有人的数学”	363
Zalman Usiskin	
第七章 数学的历史和认识论与数学教育	379
Rolf Biehler 编辑并作序	379
数学哲学和数学教学理论	387
Paul Ernest	
数学教育和数学史中的人类主体	405
Michael Otte and Falk Seeger	
社会中的数学	423
Mogens Niss	
技术在联系数学和可靠经验时所起的表示作用	438
James J. Kaput	
第八章 数学教与学的文化框架	463
Rudolf Sträßer 编辑并作序	463
数学教育的国际比较研究	467
David Robitaille and Cynthia Nicol	
数学教学的文化影响:	
应用在 19 世纪德国的模糊作用	481
Hans Niels Jahnke	

数学与意识形态	499
Richard Noss	
数学教与学的文化框架	513
Ubiratan D'Ambrosio	