

21  
083  
1  
146

# 代數學 ABC

馮勵宸著

世界書局印行

代 數 學 A B C

---



1    9 3 1

# 代數學 A·B·C

平裝五角 精裝六角

(外埠酌加郵費匯費)

---

著作者 馮 勵 宸

出版者 A·B·C叢書社

印刷者 世界書局

發行者 世界書局

---

發行所 上海各書局

中華民國二十年六月印刷  
中華民國二十年六月出版

# 目 次

|                  |    |
|------------------|----|
| <b>第一章 緒言</b>    | 1  |
| 1 代數學的目的         | 1  |
| 2 代數與算術的比較       | 2  |
| 3 代數學中應用的記號      | 4  |
| 4 代數學中的數         | 4  |
| <b>第二章 正數及負數</b> | 7  |
| 5 正數與負數          | 7  |
| 6 正負兩數的運用        | 8  |
| 7 正負數的加法         | 9  |
| 8 正負數的減法         | 10 |
| 9 正負數的乘法         | 10 |
| 10 正負數的除法        | 11 |
| <b>第三章 加法</b>    | 12 |
| 11 單項式加法         | 13 |
| 12 多項式加法         | 14 |

|                      |    |
|----------------------|----|
| <b>第四章 減法</b>        | 15 |
| 13 單項式減法             | 15 |
| 14 多項式減法             | 15 |
| <b>第五章 一次方程式</b>     | 16 |
| 15 定義                | 16 |
| 16 公理                | 17 |
| 17 解法                | 17 |
| <b>第六章 恆等式及條件方程式</b> | 19 |
| 18 方程式的一種類           | 19 |
| 19 移項法               | 21 |
| 20 問題的解法             | 22 |
| <b>第七章 括弧</b>        | 23 |
| 21 括弧的解法             | 23 |
| 22 解括弧的規則            | 24 |
| <b>第八章 乘法</b>        | 25 |
| 23 不同文字各項的積          | 25 |
| 24 同文字各項的積           | 26 |

|                       |           |
|-----------------------|-----------|
| 25 單項式與多項式的乘法.....    | 27        |
| 26 多項式與多項式的乘法.....    | 28        |
| 27 乘方 .....           | 28        |
| 28 整列 .....           | 28        |
| <b>第九章 除法.....</b>    | <b>29</b> |
| 29 單項式的除法.....        | 29        |
| 30 單項式除多項式法.....      | 31        |
| 31 多項式除多項式法 .....     | 31        |
| <b>第十章 特式法術.....</b>  | <b>33</b> |
| 32 二項的平方.....         | 33        |
| 33 二項的和與差的積.....      | 34        |
| 34 有公項的兩個二項式的積.....   | 34        |
| 35 任意多項式的平方.....      | 35        |
| 36 二項式的立方.....        | 35        |
| <b>第十一章 因數分解.....</b> | <b>36</b> |
| 37 因數的意義.....         | 36        |
| 38 單項因數 .....         | 37        |

|    |                               |           |
|----|-------------------------------|-----------|
| 39 | 多項因數 .....                    | 38        |
| 40 | 完全平方的三項式 .....                | 38        |
| 41 | 二平方的較的二項式 .....               | 39        |
| 42 | 二次三項式 .....                   | 42        |
| 43 | 二項式爲立方的差或和 .....              | 43        |
| 44 | 普通二次三項式 .....                 | 44        |
| 45 | 二數和的立方 .....                  | 44        |
| 46 | 分解因數的普通手續 .....               | 45        |
| 47 | 除法的定論 .....                   | 46        |
| 48 | 用因數法解習題 .....                 | 47        |
|    | <b>第十二章 最大公因數與最小公倍數 .....</b> | <b>48</b> |
| 49 | 最大公因數 .....                   | 48        |
| 50 | 最小公倍數 .....                   | 49        |
|    | <b>第十三章 分數 .....</b>          | <b>51</b> |
| 51 | 代數分數 .....                    | 51        |
| 52 | 約分法 .....                     | 52        |
| 53 | 分數記號的變化 .....                 | 53        |

|                   |           |
|-------------------|-----------|
| 54 等分數            | 55        |
| 55 分數的加減法         | 57        |
| 56 分數乘法           | 61        |
| 57 分數除法           | 63        |
| 58 繁分數            | 64        |
| <b>第十四章 分數方程式</b> | <b>65</b> |
| 59 單項分母的分數方程式     | 65        |
| 60 多項分母的分數方程式     | 68        |
| 61 小數方程式          | 69        |
| <b>第十五章 一次方程系</b> | <b>71</b> |
| 62 定義             | 71        |
| 63 加減消去法          | 73        |
| 64 代替法            | 75        |
| 65 比較法            | 77        |
| 66 分數的一次方程系       | 78        |
| 67 三變量的有限方程系      | 79        |
| <b>第十六章 二次方程式</b> | <b>82</b> |

|                   |            |
|-------------------|------------|
| 68 配方的解法          | 82         |
| 69 文字係數的二次方程式     | 87         |
| 70 用公式的解法         | 88         |
| 71 用二次方程式解法的方程系   | 90         |
| <b>第十七章 圖解</b>    | <b>92</b>  |
| 72 圖解             | 92         |
| 73 象限             | 94         |
| 74 一次函數的圖解        | 95         |
| 75 二次函數的圖解        | 96         |
| 76 一個二元一次方程式的圖解   | 98         |
| 77 一次方程式的圖解       | 99         |
| 78 二次方程式的圖解       | 100        |
| 79 二元二次方程式的圖解     | 101        |
| 80 兩個二元二次方程式的圖解   | 105        |
| <b>第十八章 指數及開方</b> | <b>106</b> |
| 81 指數的基本定律        | 106        |
| 82 零指數的意義         | 107        |

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 83 負指數的意義 ..... | 108 |
| 84 代數的平方根因..... | 109 |

# 代數學 ABC

---

## 第一章 緒言

### (1) 代數學的目的

代數學的目的，就是用文字代表數目，使計算代數學中之問題時，易於運算，而免去其麻煩的手續。然其主要之目的，在使問題的解法，歸於簡單而易於明瞭；且於同類的問題中，得發現通用之解答。故代數學中，常以文字表示通用的數，而以記號表示運算的方略。

代數學中表示通用的數者，最普通的為羅馬字（即  $a, b, c, x, y$  之類）間亦有希臘字，（如  $\alpha, \beta, \gamma, \sigma, \phi$  之類）此類文字所表的數，除有特別限制外，任表何數，均無不可（代數學中的數下節說明）。不過在同一問題中，同一的文字，必表示同一的數目，這一點不

可不特別注意。

(2)代數與算術的比較

算術有加減乘除四基本法，代數亦有加減乘除四基本法；算術有命分開方等法，代數亦有命分開方等法。代數學中所有運算之記號，與算術相同。茲特將代數學中之運算與算術中的運算，略有不同的地方，分別說明之。

(a)代數學中除數字與數字相乘外，其二因數間的乘法記號，常常略而不書。

例如  $a \times b = a \cdot b = ab$  ( $\times$  號可以略而不書)。

又如  $7 \times a \times b = 7 \cdot a \cdot b = 7ab$  (7,a,與b中間之 $\times$  號亦可不書)

但如因數中有數字者，如3與8相乘，則3與8兩數中間之乘法記號，不可不特別書明，否則如不書乘法記號，則3與8相乘，變為38。

(b)代數學中，除法的記號( $\div$ )雖常常通用，然為簡便速算起見，則多以分數式表明之。

例如  $a \div b$  則書爲  $\frac{a}{b}$ ，因在算術中之分數，是表明分子被分母除，故在上例中， $a$  為分子， $b$  為分母，所以  $\frac{a}{b}$  即表明  $a$  被  $b$  除。

在算術中  $8 \div 2$  可書爲  $\frac{8}{2}$ ，8 為分子，2 為分母，分子被分母除，即 8 被 2 除，故  $8 \div 2 = \frac{8}{2}$ 。

在算術中有加減乘除等號連排之若干數，而無括弧以括之，則常依先加減後乘除的規則運算。在代數學中，既略去乘號 ( $\times$ )，而又以分數記數代除號（如  $x \div y = \frac{x}{y}$ ），則算術上先算乘除後算加減之規則，已寓於記法之中。

例如  $x \times y + c + d \div a$ ，此題如算術中通行之記法，勢須依照規則，如根據規則（即算術中之凡式中無括弧者，先算乘除後算加減）則必先求  $x, y$  之積與  $d, a$  之商，而後再以加減法計算之。今以代數學上之記法以記之，則爲  $xy + c + \frac{d}{a}$ ，在算式中已表明  $x, y$  之積及  $d, a$  之商，可無須用算術上之規則，即此一點，從此可知代數學上之記數方法，勝

於算術多多矣。

(3)代數學中應用的記號

代數學中所應用之加(+)減(-)乘( $\times$ )除( $\div$ )開平方( $\sqrt{\phantom{x}}$ )開立方( $\sqrt[3]{\phantom{x}}$ )等記號，與算術中相同。

例如  $a+b$  即表明於  $a$  加  $b$ ，讀曰  $a+b$ 。

例如  $a-b$  即表明從  $a$  減  $b$ ，讀曰  $a-b$ 。

例如  $a \times b$  或  $a \cdot b$  即表明以  $a$  乘  $b$ ，或以  $b$  乘  $a$ ，讀曰  $a$  乘  $b$  或  $b$  乘  $a$ 。

例如  $a \div b$  或  $\frac{a}{b}$ ，即表明以  $b$  除  $a$  或  $a$  被  $b$  除，讀曰  $a$  被  $b$  除或  $b$  除  $a$ 。

例如  $a+(b-c)$  即表明  $a+b-c$  的差。

例如  $a \times (b-c)$  即表明  $a$  乘  $b-c$  的差。

例如  $\sqrt{a}$  即表明求  $a$  的平方根，或  $a$  的二次方根。

例如  $\sqrt[3]{a}$  即表明求  $a$  的立方根或三次方根。

(4)代數學中的數

代數學中之數，大約可分為下列數種：

正數，負數，零數，指數，因數，係數，相對數與絕對數，茲解說之如下：

1. 正數和負數 算術中祇能自大數中減去小數，不能從小數中減去大數：

例如 5減3則得2，不能自3減5，但在代數學中任何二數，均能相減：例如5減2則得正3，2減5則得負3。故凡同類而性質相反之二組數，在代數學中皆以其一組爲正數，餘一組爲負數。

2. 零數 介乎正負二數之間者曰零數：

例如  $3-3=0$ ,  $a-a=0$ ,  $x-x=0$  等是。

3. 指數 同數相乘，在代數學中，常用指數表明之：

例1： $a \times a \times a = a^3$ .

例2： $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ .

在上列的例中，如 $a^3$ 則a上面之3爲a之指數， $2^5$ 則2上面之5爲2之指數。所謂指數，就是指明任何數目之幾方之自乘。

4. 因數 各數相乘爲積，即稱此等各數，爲積之因數：

例如  $2 \times 2 = 4$ ，則 4 為積數，2, 2 為因數。

例如  $a \times b = ab$ ，則  $ab$  為積數， $a, b$  為因數。

5. 係數 係數在代數學中又大約分二種，一曰文字係數，一曰數字係數：

單項式中數字所表明之因數，爲各文字所表之各因數之積曰係數。

例如 單項式  $5ab^2$  之 5 字，爲  $ab^2$  之係數。

例如 單項式  $\frac{2}{3}ab$  之  $\frac{2}{3}$ ，爲  $ab$  之係數。

凡不見數字之因數，係數爲 1。

例如  $a^2x$  可視爲  $1a^2x$ 。

就上述各端的意義而擴張之，則凡單項式中所含之因數，任意分爲兩組，此二組中任一組，各得互稱爲他組之係數，惟數字因數必歸於係數之一組。

例如  $3ax^2y$  項中， $3a$  得稱爲  $x^2y$  之係數， $3ax^2$  得稱爲  $y$  之係數， $3y$  得稱爲  $ax^2$  之係數，而數字 3

則常在係數之一組內。

係數中含文字者，稱爲文字係數。

例如  $ax^2y$  單項中， $a$  為  $x^2y$  之係數， $a$  為文字不爲數字，故  $a$  為  $x^2y$  之文字係數。

係數中不含文字者，謂之數字係數。

例如  $2ab$  單項中， $2$  為  $ab$  之數字係數。

係數之義，係表明單項前之文字或數字係數，與其他諸因數互有關係也。

6.相對數與絕對數 同一數目，附以性質相反之符號，稱爲相對數，其數的本身，則稱爲絕對數：

例如  $+3$  與  $-3$  為相對數，而  $3$  為絕對數，

例如  $+a$  與  $-a$  為相對數，而  $a$  為絕對數。

## 第二章 正數及負數

### (5)正數與負數

代數學中之數，已於第一章第四節中論其大概，本章專論正數及負數。