中学生课堂内外丛书

初中数学课堂内外

主编　简国材
编者　王雨群
　　　苏　炎

陕西人民教育出版社

初中数学课堂内外

主编　简国材
编者　王雨群　苏　炎

陕西人民出版社

中学生课堂内外丛书
初中数学课堂内外
简国材 主编
陕西人民教育出版社出版发行
（西安长安路南段 376 号）
新华书店经销 国营五二三厂印刷
787×1092 毫米 1/32 开本 6.625 印张 140 千字
1990 年 3 月第 1 版 1990 年 3 月第 1 次印刷
印数：1—5,180
ISBN 7—5419—1501-7/G·1305
定价：2.15 元

前　言

数、理、化是中学重要的基础课。为了帮助学生学好数、理、化的基础知识，掌握这三门学科的重点和难点，适当地开拓知识领域，提高能力和发展智力，我们约请北京一〇一中学、中国人民大学附属中学和北京大学附属中学、清华大学附属中学和海淀区教师进修学校部分有经验的教师编写了这套《中学生课堂内外》丛书。

该丛书包括数、理、化三个学科，共十二册。其中，初中数、理、化每科一册；高中数、理、化每科三册，我社将陆续出版。

该丛书在编写时，将课内知识和课外知识融为一体，力求以通俗易懂的语言，深入浅出的论述，富有启发性的讨论，联系实际的举例，典型题目的练习，体现出知识性、科学性、启发性、实践性和趣味性的特点，从而巩固和加深学生课内所学的知识，训练思维方法和基本技能，正确理解和掌握中学数、理、化三门学科的重点和难点。

为了帮助读者理解有关内容、培养分析问题和解决问题的能力，除举了适当数量的例题外，于每节之后，设置了《想一想》，其中的个别问题是为了联系实际和开拓知识领域而提出的，均注有“*”号，于每章之后，设置了《练一练》，较全面地检查了属于“基本要求”的知识；书末或章末均安排两个《赛一赛》，希望您能按指定时间完成，从而衡量自己的水平。对于一些典型的、难度较大的习题，给了必

要的提示和解答，以帮助读者理解。

读者在书面解答任一问题时，不应忙于去找答案，一般应经过审、设、突、表、检五个环节。首先要认真思考题意，即审题；其次要根据思考的线索周密的设想，再找出突破口，而后把解题步骤规范化地表达出来，最后还要仔细地检查。对于选择题，建议采用“排除法”，最后剩下的一个、两个或多个答案即为所求，可减少失误。

参加这套丛书编写的有苏炎、樊福、首弟柄、张宁谋、韩玉秋、郭蕾、桂秋、王雨群、洪安生、邵光砚、邓均、简国材，并由简国材担任主编。

这套丛书供中学生和具有中学文化程度的其他读者使用，也可供中学有关学科的教师参考。由于作者水平所限，难免存在缺点和错误，望广大读者批评指正。

目　录

初中一、二年级

初中三年级

初中一、二年级

第一章　怎样解选择题

一、什么是选择题

1986年全国普通高等学校招生统一考试数学试题（理工农医类）中有一道小题如下：

例1. 下题给出代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的，请把正确的结论的代号写在后面的括号内。

给出 20 个数：

87、91、94、88、93、91、89、87、92、86、90、92、88、90、91、86、89、92、95、88

它们的和是

(A) 1789；　　　　(B) 1799；

(C) 1879；　　　　(D) 1899.

答（A）B

这就是一道选择题．这种题型由于本身具有许多独特的优点（如容量大，不需写解题过程，可以在较短的时间内考察尽可能多的知识面；评卷快而准确，可用电子计算机迅速评出试卷，而且标准统一，等等），因此在高考、中考和各种竞赛中已经广泛地采用．但是，由于这是近年来出现的一种新题型，因此在各年级的课本中缺少一定的典型范例和必要的练习题．为使同学们掌握一些解题知识，以下对选择题作些简要介绍．

二、选择题的命题和类型

选择题的命题多数都是由一个“题干”和几个（不少于三个）“选择支”组成．如例1中的前半部分是题干，后半部分有 A、B、C、D 四个选择支．

常见的选择题大体有两类：一类是“单选题”，即在给出的几个选择支中有且仅有一个是正确的（即仅允许选一个），如例1．另一类是“多选题”，即在给出的选择支中有一个以上（两个或多个）是正确的（即允许选一个以上）．如：

例2． 符合下列条件________时，二次三项式 x^2+x-6 的值大于0．

(A) $x>2$；　　(B) $x<-3$；

(C) $x<-3$ 或 $x>2$；　　(D) $-3<x<2$．

解此题可将（A）、（B）、（C）、（D）各条件分别代入二次三项式 x^2+x-6，发现仅有（D）不适合题意，故应同时选（A）、（B）、（C）．

三、选择题的解法

在各种考试和竞赛中，出现的选择题绝大多数都是单选题（即有且仅有一个选择支是正确的）。下面主要对单选题的解法举例作一些介绍。

本章开头所举例1，可以有两种不同解法：

思路一：将20个数加在一起，看看结果与四个选择支中哪一个相同。即：$87+91+94+88+93+91+89+87+92+86+90+92+88+90+91+86+89+92+95+88=1799$，故选（B）。

思路二：由于20个数都是接近90的数，故可求正、负数之和。即$-3+1+4-2+3+1-1-3+2-4+0+2-2+0+1-4-1+2+5-2=-1$

$90\times20-1=1799$　　　　故选（B）。

显然思路二较好。

例3．在实数范围内分解$4x^2+8x+1$可以得到（　）

（A）$(x+2-\sqrt{3})(x+2+\sqrt{3})$；

（B）$\left(x-\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x-\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)$；

（C）$(2x+2-\sqrt{3})(2x+2+\sqrt{3})$；

（D）$\frac{1}{4}(2x+2-\sqrt{3})(2x+2+\sqrt{3})$．

思路一：将$4x+8x+1$用配方法直接分解为因式：

$$4x^2+8x+1=4x^2+8x+4-3$$
$$=(2x+2)^2-3$$

$$=(2x+2+\sqrt{3})(2x+2-\sqrt{3})$$

故选（C）。

思路二：令 $4x^2+8x+1=0$

用公式法解这个二次方程，得到两根为：

$$x_1=2x+2+\sqrt{3}, \qquad x_2=2x+2-\sqrt{3}$$

∴　原式可分解为　$(2x+2+\sqrt{3})(2x+2-\sqrt{3})$

故选（C）。

思路三：观察给出的答案（A）、（B）、（C）、（D），仅有（C）中两因式之积的 x^2 系数为 4，故选（C）。显然思路三较好。

例 4. 一个凸多边形，除一个内角外，其余内角之和为 $2570°$，则这个内角的度数为（　　）

（A）$90°$；　　（B）$105°$；　　（C）$120°$；

（D）$130°$；　　（E）$141°$。

思路一：由于凸多边形内角和公式为 $(n-2)\cdot180°$（n 为边数），

设此题的一个内角为 m 度，则有

$$(n-2)\cdot180=2570+m$$

$$n=\frac{2930+m}{180}$$

$$=16+\frac{50+m}{180}$$

n 为边数，故 n 必须是大于 2 的正整数，仅当 $m=130$，310……时，满足以上条件。故选（D）。

思路二：由于凸多边形的内角和为 $(n-2)\times180°$，它有被 9 整除的特征，据此寻找正确答案。

由 $2570°$ 的数字之和为 14，又 $130°$ 的数字之和为 4，得 $14+4=18$，能被 9 整除，于是（D）可能是正确的。

然后进行验证：

$$2570°+130°=2700°=(17-2)\times 180°$$

因此应选择（D）。

显然思路二较简单。

例 5. 方程 $\sqrt{7x-3}+\sqrt{x-1}=2$ 的解是（ ）。

(A) 3， (B) $\frac{3}{7}$， (C) 2， (D) 1， (E) 0。

思路一： 解无理方程

$$\sqrt{7x-3}=2-\sqrt{x-1}$$

$$7x-3=4-4\sqrt{x-1}+x-1$$

$$3(x-1)-2\sqrt{x-1}=0$$

$$\sqrt{x-1}(3\sqrt{x-1}-2)=0$$

令 $\sqrt{x-1}=0$，$x=1$

将 $x=1$ 代入原方程检验可知，$x=1$ 为方程的根，故选（D）。

思路二： 将各选择支依次代入原方程的左边：

$x=3$ 时，$\sqrt{7x-3}+\sqrt{x-1}=\sqrt{18}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$；

$x=\frac{3}{7}$ 时，$\sqrt{7x-3}+\sqrt{x-1}$ 没有意义；

$x=2$ 时，$\sqrt{7x-3}+\sqrt{x-1}=\sqrt{11}+1$

$x=1$ 时，$\sqrt{7x-3}+\sqrt{x-1}=\sqrt{4}=2$

由上述可知 1 是原方程的解，故选（D）。

显然思路二较简捷。

例 6. 若代数式 $\frac{5x-2}{8}-x$ 的值比 $\frac{11+x}{2}-3$ 的值小1，

则 x 等于（　　）。

(A) $x=-2$；　　(B) $x=-1$；　　(C) $x=0$；

(D) $x=1$；　　(E) 以上都不对。

思路一：依题意有

$$\frac{5x-2}{8}-x+1=\frac{11+x}{2}-3$$

解方程：$5x-2-8x+8=44+4x-24$

$x=-2$　　　故选（A）。

思路二：将 $x=-2, -1$，0分别代入原代数式进行比较，发现当 $x=-2$ 时，

$$\frac{5\times(-2)-2}{8}-(-2)=\frac{1}{2}$$

$\frac{11+(-2)}{2}-3=\frac{3}{2}$ 符合题意，故选（A）。

例 7. 若关于 x 的方程 $mx^2-3x-8=0$ 的一个解是-2，则 m 的值为（　　）。

(A) $\frac{1}{4}$；　　(B) $\frac{1}{2}$；　　(C) 1；　　(D) $\frac{3}{2}$；

(E) 以上都不对。

思路一：由于-2 是方程的解，将 $x=-2$ 代入方程，

$$m(-2)^2-3\times(-2)-8=0$$

$m=\frac{1}{2}$　　　故选（B）。

思路二：用 $m=\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，1，$1\frac{1}{2}$代入原方程，得方程：

$$\frac{1}{4}x^2-3x-8=0,\quad \frac{1}{2}x^2-3x-8=0$$

$$x^2-3x-8=0, \quad 1\frac{1}{2}x^2-3x-8=0$$

用 $x=-2$ 代入验证，只有 $\frac{1}{2}x^2-3x-8=0$ 满足，故应选（B）。

显然思路一较思路二简捷。

从以上几个例题的解法可以看出：选择题与其它类型题的共同点是：都是数学问题，可用解数学题的一切方法去解，如分析法，综合法，验证法，图象法……。不同点是：答案已给出，且一般有且仅有一个正确，不需写过程，但要迅速选出正确答案。根据这种特点，除用常规的解法直接解出答案（如以上各例所举思路），有时也可用一些特殊的思考方法。请看以下各例。

例 8. 若 a、b 是两个不相等的正数，有三个代数式：

甲：$\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(b+\frac{1}{b}\right)$；　乙：$\left(\sqrt{ab}+\frac{1}{\sqrt{ab}}\right)^2$；

丙：$\left(\frac{2}{a+b}+\frac{a+b}{2}\right)^2$。

在甲、乙、丙这三个代数式中，值最大的一个是（　）。

（A）必定是甲；　（B）必定是乙；　（C）必是是丙；

（D）一般并不确定，而与 a、b 的取值有关。

思路： 此题比较三个代数式的值，哪一个最大，如用常规方法直接去解比较困难。前面例 6 中思路二所用的方法启示我们可用一些数字代入验证，比较。

设 $a=1$，$b=2$，代入甲、乙、丙三式

甲 $=2\times\frac{5}{2}=5$，　乙 $=\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=4\frac{1}{2}$，

丙 $=\dfrac{169}{36}$ 甲最大

设 $a=3$，$b=2$， 甲 $=\dfrac{10}{3}\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{25}{3}$，

乙 $=\left(\sqrt{6}+\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)^2=\dfrac{49}{6}$，丙 $=\left(\dfrac{2}{5}+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{841}{100}$

丙最大， 故应选（D）．

此题所用方法称代值法或特殊值检验法．对于某些不易直接取得结论的问题，可以较迅速、简便的选出答案．但取值既要考虑方便计算，又要考虑具有普遍性．（即能正确检验出结果）．请看下例．

例 9．如果 $m\neq 0$，那么关于 x 的方程

$$\frac{(m+2n)x+n^2+n}{2x+n}=m+n \text{ 的解是（　　）}$$

(A) $\dfrac{mn-n}{m}$； (B) $\dfrac{n-mn}{3m}$；

(C) $\dfrac{n-mn}{m}$； (D) $\dfrac{n-mn}{2m}$．

思路：此题如用常规方法解，文字方程较繁，故可选特殊值检验：

令 $m=2$，$n=2$，可得原方程的解是 -1，而此时

(A) $\dfrac{mn-n}{m}=1$； (B) $\dfrac{n-mn}{3m}=-\dfrac{1}{3}$，

(C) $\dfrac{n-mn}{m}=-1$； (D) $\dfrac{n-mn}{2n}=-\dfrac{1}{2}$．

这样就排除了（A）、（B）与（D），故应选（C）．

此题我们取的特殊值为 $m=2$，$n=2$，如不取这两个值，而取 $m=1$，$n=0$，计算起来不是更简单吗？试试看：

令　$m=1$，$n=0$，原方程变为

$$\frac{(1+0)x+0+0}{2x+0}=1+0$$

$$\frac{x}{2x}=1$$

$$x\neq 0$$　　　　故方程无解。

显然无法检验。

若令　$m=1$，$n=1$，原方程变为

$$\frac{(1+2)x+1+1}{2x+1}=1+1$$

$$3x+2=4x+2$$

$$x=0$$

将 $m=1$，$n=1$ 分别代入（A）、（B）、（C）、(D)四式中

$A=\frac{1-1}{1}=0$，　　$B=\frac{1-1}{3}=0$。　　$C=\frac{1-1}{1}=0$

$D=\frac{1-1}{2}=0$

显然也无法得到结论。

若令　$m=2$，$n=0$，情况与上述相同，同样得不到结论。

因此，用特殊值检验法解题时，对特殊值的选取，要考虑周到，既要方便计算，又要有代表性。否则不能得到结论，有时还会导出错误的结论。

例10．使$\sqrt{x^2-2xy+y^2}=x+y$成立的条件是（　）

（A）$x\geqslant 0$，$y\leqslant 0$；　　（B）$x=0$ 或 $y=0$；

（C）$x>0$，$y>0$；　　（D）以上结论都不对。

思路：令　$x=0$，$y=-1$，则

$$\sqrt{x^2-2xy+y^2}=1，x+y=-1$$

此时，$\sqrt{x^2-2xy+y^2}\neq x+y$，故(A)可排除；

令 $x=1$，$y=1$，则

$$\sqrt{x^2-2xy+y^2}=0，x+y=1$$

此时$\sqrt{x^2-2xy+y^2}\neq x+y$，故（C）可排除；

再以 $x=0$ 代入原式，得左边为$|y|$，而右边为 y，两边不相等；同样以 $y=0$ 代入原式验算，两边也不相等，∴(B)也可排除。

故应选（D）。

此题解法中，检验了（A）、（B）、（C）均不是原题成立的条件而加以排除。最后只余下（D）可选。这种方法也称排除法，或淘汰法，是一种从反面（否定）考虑问题的方法。在解选择题中也经常用到。

例11．已知线段 $AB=a$，过中点 M 的垂线段 $MO=b$，以 O 为圆心，$\frac{a}{2}$为半径的圆交线段 AB 于 C，则以AC、BC为二根的一元二次方程为

(A) $x^2+ax^2+b^2=0$；

(B) $x^2-ax+b^2=0$；

(C) $x^2+ax-b^2=0$；

(D) $x^2-ax-b^2=0$。

思路：显然，$AC>0$，$BC>0$，所以两根之和必大于零，于是可淘汰（A）、（C）；又两根之积必大于零，又可淘汰（D），剩下（B）必定是唯一正确的答案。故应选(B)。

例12．若 $3x^3-9x^2+kx-12$ 被 $x-3$ 整除，那么一定也