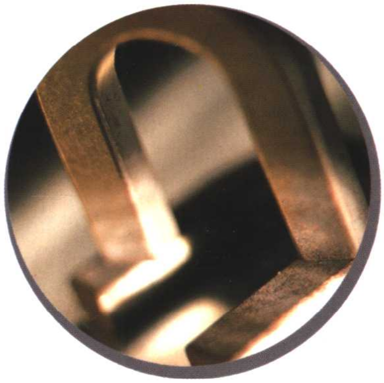
高中



物理奥林匹克竞赛编辑部编
物理奥林匹克竞赛专家委员会审定

物理奥林匹克竞赛
标准教材

郑永令 主编

北京教育出版社
文津出版社

物理奥林匹克竞赛编辑部编
物理奥林匹克竞赛专家委员会审定

高 中
物理奥林匹克竞赛
标准教材

主编 郑永令
编者 梁励芬 张馥宝 方小敏
郑永令 陆汉忠 陆申龙

北京教育出版社
文津出版社

责任编辑：吕心鹏　解重庆

图书在版编目（CIP）数据

物理奥林匹克竞赛标准教材．高中/物理奥林匹克竞赛编辑部编．—北京：文津出版社，2004

ISBN 7-80554-469-7

Ⅰ．物…　Ⅱ．物…　Ⅲ．物理课—高中—教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第062461号

高中 物理奥林匹克竞赛标准教材

物理奥林匹克竞赛编辑部编

*

北京教育出版社
文　津　出　版　社 出版

（北京北三环中路6号）

邮政编码：100011

网　址：www.hph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

北京奥林文化艺术中心经销

网　址：www.ao-lin.com.cn

北京乾洋印刷有限公司印刷

*

787×1092毫米　16开本　31.75印张　983千字

2004年8月第1版　2004年8月第1次印刷

ISBN 7-80554-469-7/G·65

定价：38.00元

序 言

本书是根据作者历年在上海市物理业余学校讲授奥赛物理课程的讲稿修订而成的.该业余学校是上海市物理学会为适应广大中学生的需要,特别是有志于参加全国物理竞赛的学生需要而开办的.

与当前众多的同类书相比,本书有以下几个特点:

1. 遵循新纲,内容充实.本书涵盖物理竞赛委员会颁发的竞赛大纲(即竞赛内容提要,见本书附录)全部内容,包括2002年开始实施的新增项目,如角动量、热力学第二定律、基尔霍夫方程、相对论等.全书计有力学6章、热学2章、电学4章、光学2章、近代物理2章、实验5章,共21章,是一本内容十分完整的物理竞赛课程教材.其中实验部分,更为同类书所鲜见.

2. 高屋建瓴,深入浅出.本书作者都是大学的正、副教授,具有丰富的大学物理教学经验,又长期关注中学教学,因而在讲授本课程时,能站在大学的高度,又联系中学生实际,阐述物理学基本原理,并重视物理思想和物理方法及物理概念的历史发展,在适当的地方还注意联系科技新成果和学科的最新进展.

其中第一、二、三、四、五、十一、十二章由上海市中学生物理奥林匹克竞赛委员会委员、国际奥林匹克竞赛中国集训队教练、上海复旦大学物理系梁励芬副教授编写。

第六、七、八章由全国中学生物理奥林匹克竞赛委员会委员,上海市物理竞赛命题、审题组成员,上海市物理高考命题、审题组成员,全国成人高考物理命题组成员,上海交通大学物理系张馥宝教授编写。

第九、十章由全国中学生物理奥林匹克竞赛委员会委员、国际奥林匹克竞赛中国集训队教练、上海复旦大学物理系方小敏副教授编写。

第十三、十四、十五章由国际中学生物理奥林匹克竞赛中国队教练、领队,上海复旦大学物理系郑永令教授编写。

第十六章由上海复旦大学物理系陆汉忠教授编写。

第十七、十八、十九、二十、二十一章由国际中学生物理奥林匹克竞赛中国队教练、领队,物理竞赛上海赛区物理实验竞赛命题组组长、上海复旦大学物理系陆申龙教授编写。

全书二十一章由郑永令教授统稿。

3. 题例丰富,层次分明.在正文的每节末,有适量紧扣该节内容的例题,在每章末有大量本章综合例题.例题的选择力求典型和切题,例题的分析力求思路清晰、方法精巧.

每章末附有大量习题，习题的选择力避陈题，编排由浅入深，层次分明．例题或习题中凡选用历届竞赛题(包括国内的和国际的)，尽量注明出处．对较难的习题，给出简明扼要的提示．提示不放在该题之后，而集中一起独立编排，以利读者思考．这也是本书特色之一．书末附有全部习题的答案．

本书对数学的要求，在正文中限于初等数学(包括矢量代数)，但在某些例题和习题中，根据需要也不回避使用微积分．因此本书对于参加高考和有志于参加国内、国际物理竞赛的学生，都极有参考价值．

以上所述或为作者自诩，读者当自行阅览鉴察之．

最后要感谢北京教育出版社、文津出版社对我们的大力支持，使本书得以顺利出版，并以精美的印刷和装帧奉献于读者．

限于作者水平，错误和不妥之处在所难免，敬请同仁与广大读者不吝指正．

郑永令

2004 年 6 月于复旦大学

目 录 Table of Contents

第一章

质点运动学

力学研究机械运动，即物体位置随时间变动的规律．通常把力学分为运动学、动力学和静力学几部分．运动学只涉及对物体运动的描述，而不去探究引起运动和改变运动状态的原因；动力学则研究物体的运动与物体间相互作用的内在联系；静力学研究物体在相互作用下的平衡问题．

§1.1 参照系与质点

任一物体的运动总是相对于另一个选定的参照物体而言的．例如观察汽车的运动，常以房屋或路旁的电线杆作参照物．这种被选作物体运动依据的物体称为参照系．对同一个物体的运动过程，选择不同的参照系就有不同的描述．例如，在地面附近自由下落的物体，以地球为参照系，它作直线运动；以匀速行驶的火车为参照系，它作曲线运动．在运动学中，参照系的选择是任意的，一般可以视描述运动的方便来选择参照系．但是在研究动力学问题时，参照系的选择要受到限制．例如牛顿第一定律和第二定律只对惯性参照系成立．参照系选定后，为了定量地表示物体相对参照系的位置，还必须在参照系上建立适当的坐标系．坐标系是固定在参照系上的一组坐标轴和用来确定物体位置的一组坐标．常用的坐标系是直角坐标系．

实际的物体都有一定的大小、形状和内部结构．在运动过程中，物体各部分的运动状况可能不同，为了抓住问题的主要性质，人们提出了各种物理模型来处理不同的问题．若在所研究的问题中，物体的形状和大小对研究该物体的运动影响不大，或者物体本身的大小比所考察的运动线度小得多，就可以把物体看成是只有质量而没有大小和形状的点，称为质点．质点是力学中一个重要的理想模型．例如，作平动（物体上任意两点的连线在运动过程中始终保持平行的一种运动）的物体，由于其上任一点的运动情况都相同，所以不论其大小和运动线度如何，总可以把它看成质点；又如在研究地球绕太阳的公转运动时，可以把地球看成质点，而研究地球的自转运动时则不能把它看成质点．

若在我们所研究的问题中，物体的形状和大小不可忽略时，虽不能把整个物体看成质点，但可以把物体看成是由许多质点组成，在解决质点运动问题的基础上来研究这些物体的运动．

§1.2 时间和长度的计量

要定量描述物体的运动状态，必须进行时间和长度的测量．时间表征物体运动的持续性，空间长度反映物体运动的广延性．

目前国际通用的时间单位是秒．1967 年第十三届国际计量大会决定采用铯原子钟作为时间计量基准，定义 1 秒等于铯 133 原子基态中两个超精细能级之间跃迁辐射周期的 9192631770 倍．这样的时间标准称为原子时．国际通用的长度单位是米．1983 年第十七届国际计量大会正式通过了“米”的定义：米是光在真空中 1/299792458 秒的时间内运行路程的长度．

§1.3 直线运动

质点轨迹是直线的运动称为直线运动．直线运动可以用一维坐标来描述．如图 1.3－1 所示，取 x

轴为坐标轴，O 为坐标原点，质点在任一时刻 t 所处的位置可用函数 $x(t)$ 描述．这就是质点的运动方程．

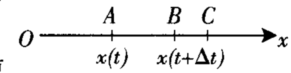


图 1.3－1　直线运动

如果在时刻 t 质点位于 A 点，过了一段时间 Δt，即在时刻 $t+\Delta t$，质点到达 B 点，则称

$$\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t)$$

为质点在该 Δt 时间内的位移．位移和路程不同，路程是质点运动所经过的路径的长度，它总是正的，位移则可正可负．如图 1.3－1 中，质点若从 A 到 C 再回到 B，路程为 $AC+CB$，而位移则是 $AB=AC-CB$．

表示质点运动快慢的物理量是速度．质点在 Δt 时间内的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{(t+\Delta t)-t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{1.3-1}$$

当质点作匀速直线运动时，其平均速度是常量；当质点作变速直线运动时，平均速度与 t 和 Δt 的取值有关．在 Δt 取得比较小的时候，可以粗略反映质点在时刻 t 的运动状态，只有当 Δt 趋于零(记作 $\Delta t \to 0$)时，其极限 $\lim\limits_{\Delta t \to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 才能精确反映质点在 t 时刻的运动状态，此极限称为质点在时刻 t 的瞬时速度，简称速度．可表达为

$$v = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{1.3-2}$$

上式中 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 表示函数 $x(t)$ 的增量 Δx 与自变量的增量 Δt 之比，当后者趋于零时的极限，它表示函数的变化率，在数学上称为“导数”．

可以用图 1.3－2 所示的 $x-t$ 图来说明平均速度和瞬时速度的不同．曲线 AB 表示函数 $x(t)$，由图可见，$\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 就是直线 AB 的斜率，因此，质点在 $t \to t+\Delta t$ 时间间隔内的平均速度 $\bar{v}$ 在数值上就等于直线 AB 的斜率．当 Δt 逐渐减小时，B 点应沿曲线 AB 向 A 点靠拢，直线 AB 的斜率就随之逐渐减小，当 $\Delta t \to 0$ 时，B 点无限趋近于 A 点，AB 直线的极限就是曲线 AB 在 A 点的切线 AT，AT 和水平方向的夹角为 α，则

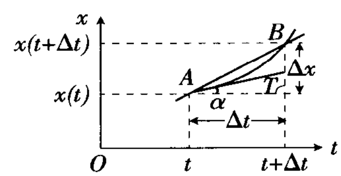


图 1.3－2　平均速度和瞬时速度

$$v = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\alpha \tag{1.3-3}$$

说明质点在 t 时刻的瞬时速度 v 等于 $x(t)$ 曲线在 A 点的切线的斜率．

为了研究变速直线运动中速度变化的快慢，我们引进加速度的概念．在某时间间隔 Δt 内，若质点速度的增量为 $\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t)$，速度的平均变化率就称为质点在该时间间隔内的平均加速度，用 $\bar{a}$ 表示

$$\bar{a} = \frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1.3-4}$$

类似地，在 $\Delta t \to 0$ 时的平均加速度的极限称为质点在时刻 t 的瞬时加速度，简称加速度．加速度是速度对时间的导数：

$$a = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1.3-5}$$

在匀变速直线运动中，速度均匀变化，加速度是常量，设 $t=0$ 时速度为 v_0，时刻 t 的速度为 v，则由(1.3－4)式得

$$a = \frac{v-v_0}{t}$$

$$\text{或}\ v = v_0 + at \tag{1.3-6}$$

这就是我们常见的匀变速直线运动的速度公式．

计算质点作直线运动的位移可借助 $v-t$ 图．图 1.3－3 表示从 $t=0$ 开始质点以速度 v_0 作匀速直

线运动的 $v-t$ 关系，位移是 $x=v_0t$，在数值上正好等于图中 $v(t)$ 下面阴影部分的面积．

计算变速直线运动的位移则要引入极限的概念．如图 1.3－4 所示，把 $0\to t$ 这段时间分成 n 等分，第 i 段时间间隔为 $\Delta t_i=t_i-t_{i-1}$，只要 Δt_i 取得充分小，这段时间内的速度就可近似看成是常量，这段时间内质点的位移为

$$\Delta x_i\approx v_i\cdot\Delta t_i$$

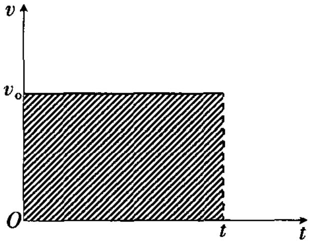


图 1.3－3　由匀速直线运动的 $v-t$ 图求位移

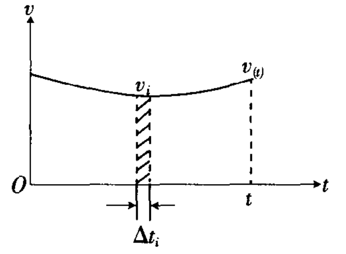


图 1.3－4　由变速直线运动的 $v-t$ 图求位移

Δx_i 的数值等于图中阴影部分的小矩形面积，在整个 t 时间内质点运动的位移是每小段时间内位移的总和．用 x_0 表示 $t=0$ 时刻的 x 值，则

$$x(t)-x_0=\Delta x_1+\Delta x_2+\cdots+\Delta x_i+\cdots+\Delta x_n$$
$$=\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i\approx\sum_{i=1}^{n}v_i\cdot\Delta t_i$$

其数值相当于 n 个小矩形面积的总和．如果令 $\Delta t_i\to 0$，即 $n\to\infty$，在此极限情况下，曲线 $v(t)$ 下的面积在数值上就可精确表示质点在 t 时间内的总位移，即

$$x(t)-x_0=\lim_{\substack{\Delta t\to 0\\ n\to\infty}}\sum_{i=1}^{n}v_i\cdot\Delta t_i \tag{1.3-7}$$

在数学上可用一个简单的符号表示上述累加求和的极限，称为积分，上式用积分式表示为

$$x(t)-x_0=\int_0^t v\mathrm{d}t \tag{1.3-8}$$

式中"$\int$"为积分符号，0 和 t 分别表示时间的起点和终点，称为积分的下限和上限，v 为被积函数，$\mathrm{d}t$ 是积分变量 t 的微分．

例如，在匀加速直线运动中，设 $t=0$ 时，$x=x_0$，$v=v_0$，加速度为 a，则图 1.3－5 中 $v(t)$ 为直线，直线下的阴影面积在数值上就等于这段时间 t 内质点的位移

$$x-x_0=\frac{1}{2}[v_0+v(t)]\cdot t$$

或

$$x-x_0=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \tag{1.3-9}$$

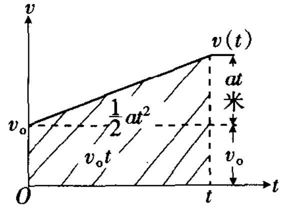


图 1.3－5　求匀加速直线运动的路程

由(1.3－6)和(1.3－9)式，我们又可导出常用的公式

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0) \tag{1.3-10}$$

其中 $v=v(t)$．

例 1.3－1　有一质点沿 x 轴作直线运动，t 时刻的坐标为 $x=4.5t^2-2t^3$，上式中 t 以秒计，x 以米计．试求：

(1)质点在第 2 秒内的位移．

(2)第 2 秒内的平均速度．

(3)第 2 秒末的瞬时速度．

(4)质点在第 2 秒内通过的路程．

解:(1)质点在第 2 秒内的位移为

$\Delta x = x_2 - x_1 = (4.5\times 2^2 - 2\times 2^3) - (4.5-2) = -0.5(\mathrm{m})$

(2)第 2 秒内的平均速度为

$\overline{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{-0.5}{2-1} = -0.5(\mathrm{m/s})$

(3)质点的瞬时速度为

$v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 9t - 6t^2$

把 $t=2$ 代入上式,可得第 2 秒末的速度为

$v_2 = 9\times 2 - 6\times 2^2 = -6(\mathrm{m/s})$

(4)当 $v=0$ 时,质点瞬时静止,以后改变运动方向,由 $v=9t-6t^2=0$,得 $t=1.5$ 秒,质点第 2 秒内运动的路程为

$$
\begin{aligned}
s &= |\ x_{1.5} - x_1\ | + |\ x_2 - x_{1.5}\ | \\
&= |(4.5\times 1.5^2 - 2\times 1.5^3) - (4.5-2)| + |(4.5\times 2^2 - 2\times 2^3)| - (4.5\times 1.5^2 - 2\times 1.5^3)| \\
&= 2.25(\mathrm{m})
\end{aligned}
$$

例 1.3-2　一个物体在由静止开始下落过程的最后一秒钟内,经过全部路程的一半．试求物体下落的时间和高度．

解:设物体下落的时间为 t,已知物体下落的加速度为重力加速度 g,由题意有

$\dfrac{1}{2}gt^2 - \dfrac{1}{2}g(t-1)^2 = \dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{2}gt^2)$

即 $t^2 - 4t + 2 = 0$

得 $t_1 = 3.4(\mathrm{s})$, $t_2 = 0.6(\mathrm{s})$(舍去)

因整个下落过程的时间大于 1 秒,故 $t_2 = 0.6$ 秒不合理．物体下落的高度为

$h = \dfrac{1}{2}gt^2 = \dfrac{1}{2}\times 9.8\times 3.4^2 = 57(\mathrm{m})$

§1.4　曲线运动

当质点运动轨迹为曲线时,称其作曲线运动．在直角坐标系中,质点的位置可以用三个坐标 x,y,z 来表示,当质点运动时,它的坐标随时间而变,可表示为时间 t 的函数

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t) \qquad (1.4-1)$$

此即质点的运动方程．例如已知 $x=3t$, $y=4t$, $z=2$,只要确定某时刻 t 的数值,就可知质点的位置．

质点的位置也可以用一个特殊的矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示,如图 1.4-1 所示,以选定的原点 O 为起点,作有向线段 $\overrightarrow{OP}$,方向指向质点所在的 P 点,线段的长度为 r,则矢量 $\boldsymbol{r}$ 就可表示质点的位置,称为位置矢量,简称位矢．用 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x、y、z 正方向的单位矢量(即长度为 1 个单位,方向为其所表示的坐标轴的正方向),位矢可表示为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \qquad (1.4-2)$$

位矢与坐标原点的选择有关．

图 1.4-2 表示曲线运动中位移和路程的区别．设时刻 t 质点在 A 点,位矢为 $\boldsymbol{r}_1$,在时刻 $t+\Delta t$,质点到达 B 点,位矢为 $\boldsymbol{r}_2$,质点运动的轨迹是图中 A 到 B 的虚线,其长度为实际运动的路程．而质点位置的变动是用位移来表示的,位移是从 A 点指向 B 点的矢量,用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示,则

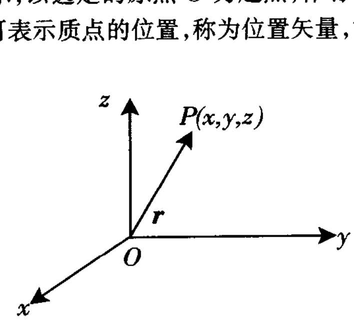


图 1.4-1　位矢 $\boldsymbol{r}$

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 \tag{1.4-3}$$

位移的大小表示该矢量的长度,记作 $|\Delta \boldsymbol{r}|$. 一般情况下, $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta r$,因为 $\Delta r = r_2 - r_1 = |\boldsymbol{r}_2| - |\boldsymbol{r}_1|$,是两个位矢的大小之差 . (1.4-3)式在直角坐标系中的具体表示式为

$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{r} &= (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k} \\ &= \Delta x\,\boldsymbol{i} + \Delta y\,\boldsymbol{i} + \Delta z\,\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1.4-4}$$

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} \tag{1.4-5}$$

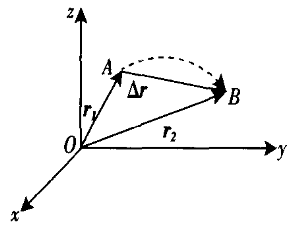


图 1.4-2　位移和路程

把 1.3 节中关于速度和加速度的概念推广到三维空间中,平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1.4-6}$$

速度是矢量,有大小和方向,并满足矢量的相加法则 . 在直线运动中可用正和负表示速度的方向,而在三维空间中,应该用矢量符号表示其方向 . 质点运动的平均速度的方向和位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向一致 . 质点的瞬时速度为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.4-7}$$

速度的方向由位移的极限方向决定,当 $\Delta t \to 0$ 时,位移趋于运动轨道的切线方向 . 如图 1.4-3 所示,质点沿 $\overset{\frown}{AB}$ 弧运动,在 $\Delta t \to 0$ 的情况下,$\boldsymbol{v}$沿轨道在 A 点的切线方向,且弧长$\overset{\frown}{\Delta s}$和 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 相等,所以速度的大小(也称为速率)为

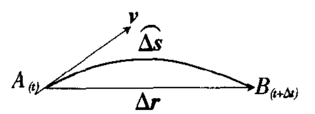


图 1.4-3　瞬时速度

$$v = |\boldsymbol{v}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overset{\frown}{\Delta s}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1.4-8}$$

在曲线运动中,速度的改变包括速度的大小和方向两方面的变化,可以用加速度描述 . 如图 1.4-4 所示,在时刻 t 和 $t + \Delta t$,质点分别位于 A 点和 B 点,速度分别为$\boldsymbol{v}_A$ 和$\boldsymbol{v}_B$,速度的增量为

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$$

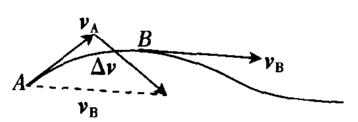


图 1.4-4　曲线运动的加速度

平均加速度为

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

平均加速度的方向与 $\Delta \boldsymbol{v}$一致 . 在 $\Delta t \to 0$ 的极限情况下,上式的极限即质点在 t 时刻的瞬时加速度

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1.4-9}$$

由(1.4-2),(1.4-7)和(1.4-9)式,我们可以把速度和加速度分别用直角坐标系的分量式表示:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v} &= \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{i} + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{j} + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{k} \\ &= v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1.4-10}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a} &= \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{i} + \left(\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{j} + \left(\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{k} \\ &= a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1.4-11}$$

速度和加速度的大小分别为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{1.4-12}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1.4-13}$$

由(1.4-2),(1.4-10)和(1.4-11)式可见,质点的实际运动是各个分运动的矢量合成,这种关系称为运动的叠加 .

例 1.4－1　质点在光滑的水平面上运动，已知它的速度分量 v_x 和 v_y 随时间的变化规律如图1.4－5 所示．

(1)写出质点的速度和加速度在时刻 t 的分量表达式．

(2)求第 2 秒内质点的的位移．

(3)求质点在第 2 秒内的平均速度和第 2 秒末的瞬时速度．

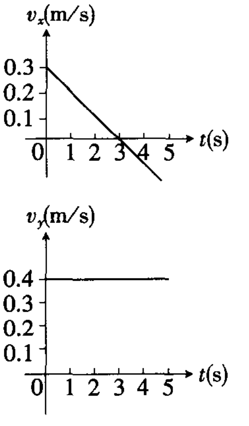


图 1.4－5

解:(1)由 1.4－5 图可写出速度的两个分量与 t 的关系

$$v_x = 0.3 - 0.1t,\ v_y = 0.4$$

质点在 y 方向作匀速运动，因此 $a_y = 0$. 质点在 x 方向作匀减速运动，$v_x(t)$的斜率即 a_x，所以 $a_x = -0.1$

(2)质点在 x 和 y 方向的运动方程为

$$x = v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = 0.3t - \frac{1}{2}\times 0.1t^2 = 0.3t - 0.05t^2$$

$$y = v_{oy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 0.4t$$

位矢为 $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = (0.3t - 0.05t^2)\boldsymbol{i} + 0.4t\boldsymbol{j}$

第 1 秒末和第 2 秒末的位矢分别为

$$\boldsymbol{r}_1 = 0.25\,\boldsymbol{i} + 0.4\,\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{r}_2 = 0.4\,\boldsymbol{i} + 0.8\,\boldsymbol{j}$$

质点在第 2 秒内的位移

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = 0.15\,\boldsymbol{i} + 0.4\boldsymbol{j}$$

(3)质点在第 2 秒内的平均速度

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{0.15\boldsymbol{i} + 0.4\boldsymbol{j}}{2-1} = 0.15\,\boldsymbol{i} + 0.4\,\boldsymbol{j}$$

平均速度的大小为 $|\overline{\boldsymbol{v}}| = \sqrt{0.15^2 + 0.4^2} = 0.43(\mathrm{m/s})$

平均速度的方向与 x 轴的夹角为 $\alpha = \tan^{-1}\frac{0.4}{0.15} = 69.44°$

质点在第 2 秒末的瞬时速度为

$$\boldsymbol{v}_2 = v_{x2}\boldsymbol{i} + v_{y2}\boldsymbol{j} = (0.3 - 0.1\times 2)\boldsymbol{i} + 0.4\,\boldsymbol{j} = 0.1\,\boldsymbol{i} + 0.4\,\boldsymbol{j}$$

其大小为 $|\boldsymbol{v}_2| = \sqrt{0.1^2 + 0.4^2} = 0.41(\mathrm{m/s})$，

速度与 x 轴的夹角为 $\theta = \tan^{-1}\frac{vy_2}{vx_2} = 75.96°$

曲线运动的一个重要特例是抛体运动，抛体运动具有恒定的重力加速度$\boldsymbol{g}$．由运动的叠加原理，抛体运动可看成是两个直线运动的叠加，常用的有两种叠加形式．

(1)矢量形式．初速度为$\boldsymbol{v}_0$ 的抛体运动可看成是速度为$\boldsymbol{v}_0$ 的匀速直线运动和沿竖直方向的自由下落运动的叠加，如图 1.4－6 所示．质点的位矢可写成这两项的矢量和，即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{g}t^2 \qquad (1.4-14)$$

(2)分量形式．把抛体运动看成是沿 x 方向的速度为$v_0\cos\theta$ 的匀速直线运动和沿 y 方向初速为$v_0\sin\theta$，加速度为－g 的匀变速直线运动的叠加．

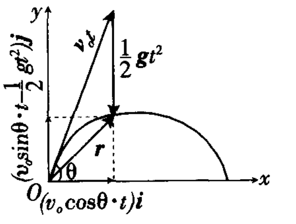


图 1.4－6　运动的叠加

$$x = v_0\cos\theta\cdot t \qquad (1.4-15)$$

$$y = v_0\sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

由以上二式消去 t，得到抛体运动的轨道方程

$$y = x\cdot\tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta} \qquad (1.4-16)$$

这就是抛物线方程．令上式中 $y=0$,求得抛物线与 x 轴的交点坐标为

$$x_1=0, x_2=v_0{}^2\sin 2\theta/g$$

x_1 为抛出点,x_2 为质点落地点,x_2-x_1 称为抛射体的射程．当 vS_0 不变时,$\theta=45°$的射程最大．当 y 方向速度为零时,物体达最大高度 h,称为射高．y 方向的速度和位移分别为

$$v_y=v_0\sin\theta-gt, y=v_0\sin\theta\cdot t-\frac{1}{2}gt^2$$

$v_y=0$ 时,$t=v_0\sin\theta/g$,

则 $h=v_0\sin\theta\cdot v_0\sin\theta/g-\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2=\frac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}$ (1.4-17)

例 1.4-2 一个小球从楼梯顶上以 3m/s 的水平速度滚下,如图 1.4-7 所示,每级阶梯高度 $h=0.2$m,宽 $l=0.25$m,问球首先撞在哪一级阶梯上?

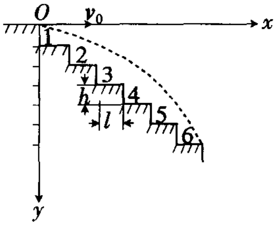


图 1.4-7

解:取 x 轴为水平向右,y 轴竖直向下,小球抛出点为坐标原点,初速度为 v_0,则小球的运动方程为

$$x=v_0t, y=\frac{1}{2}gt^2$$

上面两式消去 t,得小球运动轨迹方程为

$$y=\frac{gx^2}{2v_0^2} \quad ①$$

设球首先碰到第 n 级阶梯上,其边缘的坐标为

$$x=nl, y=nh$$

由已知条件 $\frac{x}{y}=\frac{l}{h}=\frac{0.25}{0.2}=\frac{5}{4}$ ②

②式代入①式,得

$$y=\frac{g}{2v_0^2}\left(\frac{5}{4}y\right)^2$$

$$y=\frac{32v_0^2}{25g}$$

$$n=\frac{y}{h}=\frac{32v_0^2}{25gh}=\frac{32\times 3^2}{25\times 9.8\times 0.2}\approx 5.9$$

故小球必先撞在 $n=6$ 的阶梯上．

§1.5 切向加速度和法向加速度

在曲线运动中,还可以把质点的运动加速度分解为沿着轨道的切向和垂直于轨道切线的法向两部分,这种分解法可加深我们对曲线运动矢量特征的理解．当质点运动时,速度总是沿着轨道的切线方向,可写成

$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{\tau} \quad (1.5-1)$$

式中$\boldsymbol{\tau}$是沿着轨道切向,指向运动方向的单位矢量．如图 1.5-1 所示,设质点在 t 和 $t+\Delta t$ 时刻分别位于P 点和Q 点,速度分别为$\boldsymbol{v}(t)$和$\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$,速度的增量 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)$ 图中,$\overrightarrow{PP_1}$、$\overrightarrow{PP_2}$和$\overrightarrow{P_1P_2}$分别表示$\boldsymbol{v}(t)$、$\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$和 $\Delta\boldsymbol{v}$,在$\overrightarrow{PP_2}$上取 $|\overrightarrow{PP_3}|=|\boldsymbol{v}(t)|$,自 P_1 到 P_3 画一矢量 $\Delta\boldsymbol{v}_1$,由矢量相加法则可知

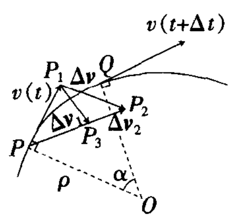


图 1.5-1 切向加速度和法向加速度

$$\Delta\boldsymbol{v}=\Delta\boldsymbol{v}_1+\Delta\boldsymbol{v}_2$$