

电动力学

张茂柏 车士琦

四川教育出版社



0442
1244

501711

电 动 力 学

张 茂 柏 车 士 琦
四 川 教 育 出 版 社
一 九 八 八 年 十 二 月 · 成 都

责任编辑, 陈卫平

封面设计, 韩建勇

版面设计, 顾求实

电动力学

张茂柏 车士琦 著

四川教育出版社出版

(成都盐道街三号)

四川省新华书店发行

自贡新华印刷厂印刷

开本850×1168毫米 1/32 印张11 125 插页4 字数270千

1988年12月第一版

1988年12月第一次印刷

印数: 1—2370册

ISBN7—5408—0698—2/G·690

定价: 3.60元

前言 编者在教学实践中,深感适合成人高师的电动力学教材太少。根据我们的认识,这种教材应反应师范特点和成人特点,力求做到内容取舍恰当;知识线索清楚,说理明白,深入浅出;突出基本规律、基本概念和方法的分析;数学推导尽可能详细,典型例题适当多一些;能紧密结合普通物理电磁学和有关的问题;便于自学。基于以上认识,我们编写了这本书。

本书共七章,内容与原教育部颁发的《中学教师进修高等师范本科物理专业教学大纲》电动力学部分大体一致,略有增删。本书可作为教育学院、函大、电大、夜大等有关专业的电动力学教材或参考书,亦可作为普通高等师范院校本科及专科有关专业的教学参考书。

由于编者水平所限,编写的时间仓促,书中缺点、错误在所难免。我们热切地希望本书的读者批评指正。

目 录

前 言	1
第一章 数学准备知识	
§ 1.1 三个矢量的乘积	1
1.1.1 三矢量的混合积 1.1.2 三矢量的双 重矢积	2, 3
§ 1.2 矢量分析引言	3
§ 1.3 标量场的梯度	4
1.3.1 标量场的等值面 1.3.2 方向导数	4, 5
1.3.3 标量场的梯度	6
§ 1.4 矢量场的散度	8
1.4.1 矢量线和通量 1.4.2 矢量场的散度	8, 9
1.4.3 在直角坐标中散度的计算	10
§ 1.5 矢量场的旋度	12
1.5.1 矢量场的环流 1.5.2 矢量场的旋度	12
1.5.3 在直角坐标中旋度的计算	13
§ 1.6 ∇ 算符	16
§ 1.7 场量的二阶微分运算	18
§ 1.8 复合点函数的梯度、散度、旋度	19
§ 1.9 高斯定理 斯托克斯定理	21
1.9.1 高斯定理 1.9.2 斯托克斯定理	21, 23
1.9.3 格林公式	24
§ 1.10 矢量场的唯一性定理	25
§ 1.11 二阶张量	27

1.11.1 并矢 1.11.2 二阶张量	27
1.11.3 二阶张量的基本运算	28
习题	30
第二章 电磁现象的普遍规律	
§2.1 电荷 电流 电荷守恒	34
2.1.1 电荷 电流 2.1.2 电荷守恒	34, 37
§2.2 库仑定律 静电场的散度和旋度	38
2.2.1 库仑定律 2.2.2 电场 电场强度	38, 39
2.2.3 静电场的散度和旋度	41
§2.3 毕奥-沙伐尔定律 静磁场的散度和旋度	44
2.3.1 毕奥-沙伐尔定律 2.3.2 静磁场的散度和旋度	44, 45
§2.4 麦克斯韦方程组	51
2.4.1 电场的旋度和散度 2.4.2 位移电流	51, 53
磁场的旋度和散度 2.4.3 麦克斯韦方程组 2.4.4 洛伦兹力公式	55
§2.5 介质的电磁性质 介质中的麦克斯韦方程组	57
2.5.1 介质中的宏观量 2.5.2 介质的极化	57
2.5.3 介质的磁化 2.5.4 介质中的麦克斯韦方程组 2.5.5 介质的电磁性质方程	60, 63
§2.6 电磁场的边值关系	67
2.6.1 麦克斯韦方程组的积分形式 2.6.2 法向分量的跃变 2.6.3 切向分量的跃变 2.6.4 边值关系的意义	67, 68
§2.7 电磁场的能量和能流	72
2.7.1 电磁现象中能量守恒定律的表现形式	72

2.7.2 电磁场的能量	75
2.7.3 电磁场的能流密度	
习题	80
第三章 静电场	
§3.1 静电场的标势及其微分方程	84
3.1.1 静电场的标势及其微分方程	85
3.1.2 静电势的边值关系	87
§3.2 静电场的唯一性定理	90
3.2.1 无导体存在时的唯一性定理	90
3.2.2 有导体存在时的唯一性定理	93
§3.3 静电镜像法	99
3.3.1 点电荷密度的数学表示	99
3.3.2 静电镜像法	102
§3.4 分离变数法	114
3.4.1 球坐标中拉普拉斯方程的通解	115
3.4.2 静电问题的分离变数法	117
§3.5 稳恒电场	126
3.5.1 稳恒电场的基本方程及边值关系	126
3.5.2 静电场和非静电场在稳恒电路中的作用	128
§3.6 小区域内电荷的势	133
3.6.1 点电荷系在远区的势	133
3.6.2 电势的多极展开式	138
§3.7 静电场的能量 小区域电荷体系在外电场中的能量	143
3.7.1 静电场的能量	143
3.7.2 小区域电荷体系在外电场中的能量	145

习题	147
第四章 静磁场	
§ 4.1 稳恒电流的磁场 矢势及其微分方程	152
4.1.1 静磁场的矢势 4.1.2 矢势 A 的微分方程 4.1.3 矢势的边值关系	152, 154 155
§ 4.2 小区域电流系的矢势 磁偶极子	158
4.2.1 小区域电流系的矢势 4.2.2 磁偶极子	159, 161
§ 4.3 磁标势	162
4.3.1 引入磁标势的条件 4.3.2 磁标势的微分方程	163, 164
§ 4.4 静磁场的能量 磁偶极子在外磁场中的相互作用能	174
4.4.1 静磁场的能量 4.4.2 磁偶极子在外磁场中的相互作用能	174, 176
习题	178
第五章 电磁波的传播	
§ 5.1 电磁场的波动性 平面电磁波	181
5.1.1 电磁场的波动方程 5.1.2 定态波动方程 5.1.3 平面电磁波 5.1.4 平面电磁波的性质 5.1.5 平面电磁波的能量和能流	181, 184 185, 188 191
§ 5.2 电磁波在介质界面上的反射和折射	195
5.2.1 频率关系及反射与折射定律 5.2.2 振幅关系 菲涅耳公式 5.2.3 全反射 5.2.4 光的电磁理论	197, 199 203 209
§ 5.3 电磁波在导体中的传播以及在导体表	209

面的反射	
5.3.1 电磁波与导体相互作用的特点	209
5.3.2 导体中的电磁波方程	211, 212
5.3.3 导体中的平面电磁波	214
5.3.4 趋肤效应和穿透深度	218
5.3.5 电磁波在导体表面的反射	
§ 5.4 电磁波在波导管中的传播	220
5.4.1 理想导体的边界条件	220, 222
5.4.2 矩形波导中的电磁波	227
5.4.3 截止频率	230
5.4.4 TE_{10} 波的电磁场和管壁电流	233
习题	
第六章 电磁波的辐射	
§ 6.1 电磁场的标势和矢势	236
6.1.1 电磁场的矢势和标势	236, 238
6.1.2 规范变换和规范不变性	239
6.1.3 达朗伯方程	
§ 6.2 推迟势	240
§ 6.3 电偶极辐射	248
6.3.1 偶极振子的势	249, 250
6.3.2 偶极振子的电磁场	253, 254
6.3.3 辐射电磁场	
6.3.4 辐射能流 辐射功率 辐射电阻	
§ 6.4 似稳电磁场	258
6.4.1 似稳条件	258, 260
6.4.2 似稳场方程	261
6.4.3 似稳电路方程	264
§ 6.5 电磁场的动量	265, 269
6.5.1 电磁动量	271
6.5.2 辐射压力	
习题	

第七章 狭义相对论

§ 7.1 伽利略相对性原理	274
7.1.1 伽利略相对性原理 7.1.2. 经典时空观与伽利略变换 7.1.3 经典力学满足伽利略相对性原理 7.1.4 电磁规律不满足伽利略相对性原理	274, 275 276 278
§ 7.2 狭义相对论的实验基础	280
7.2.1 迈克耳孙-莫雷实验 7.2.2 经典时空观的困难	280, 283
§ 7.3 狭义相对论的基本原理	284
7.3.1 相对论的基本原理 7.3.2 光速不变原理与同时的相对性	284, 285
§ 7.4 洛伦兹变换 相对论时空理论	288
7.4.1 洛伦兹变换 7.4.2 相对论时空理论	288, 293
§ 7.5 间隔不变性	308
7.5.1 间隔 7.5.2 间隔不变性 7.5.3 洛伦兹变换的再导出	308, 309, 310
§ 7.6 相对论理论的四维形式	312
7.6.1 三维空间的正交变换 7.6.2 物理量的分类 7.6.3 洛伦兹变换的四维形式 7.6.4 四维协变量 7.6.5 物理规律的协变性	313, 315 316 318, 320
§ 7.7 电磁规律的相对论不变性	321
7.7.1 四维电流密度矢量 7.7.2 四维势矢量 7.7.3 电磁场张量	322, 323 325
§ 7.8 相对论力学	331
7.8.1 四维动量矢量和四维力 7.8.2 相对论力学方程 7.8.3 质量和速度的关系	332, 333 334

系 7.8.4 质量和能量的关系 7.8.5	334, 337
动量和能量的关系 7.8.6 洛伦兹力	387
习题	339
附录 梯度、散度和旋度等在球坐标和柱坐标中的表示式	342

第一章 数学准备知识

描述电磁场的基本物理量是电场强度 $\mathbf{E}$ 和磁感应强度 $\mathbf{B}$ ，一般情况下， $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 随空间位置和时间而变化。研究 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 的变化规律是电动力学的基本任务。从数学的观点看， $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 是空间坐标和时间的函数，故一般可表示为 $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ 和 $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ 。矢量代数和矢量分析是描述和研究这类函数的基本工具，所以，掌握矢量代数和矢量分析的基本概念和方法是学好电动力学的必备条件。研究电磁场的数学方法在现代物理学的许多方面都是重要的。

§ 1.1 三个矢量的乘积

矢量的乘积包括两个矢量的数性积（或称点积），两个矢量的矢性积（或称叉积），三个矢量的混合积和三个矢量的双重矢积等。读者一般对前面两种运算比较熟悉，在此我们只介绍三个矢量的乘积。

1.1.1 三矢量的混合积

$c \cdot (a \times b)$ 是点积和叉积的混合运算, 其结果是一个标量。如图1-1所示, $a \times b$ 的数值 $ab \sin \theta$ 等于由 a 和 b 构成的平行四边形的面积, 而

$c \cdot (a \times b) = |c| |a \times b| \cos \phi$ 其中 $|c| \cos \phi$ 等于平行六面体的高, 因此 $c \cdot (a \times b)$ 等于以 a 、 b 、 c 为边的平行六面体的体积。同理 $b \cdot (c \times a)$, $a \cdot (b \times c)$ 都等于同一个平行六面体的体积, 所以有

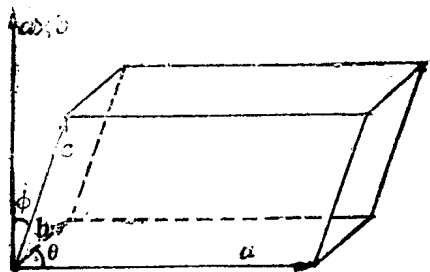


图 1-1

$$a \cdot (b \times c) = b \cdot (c \times a) = c \cdot (a \times b).$$

因为在矢性积中, 两个矢量交换位置时其结果出现一个负号, 所以

$$\begin{aligned} a \cdot (b \times c) &= b \cdot (c \times a) = c \cdot (a \times b) \\ &= -a \cdot (c \times b) = -b \cdot (a \times c) \\ &= -c \cdot (b \times a). \quad (1.1.1) \end{aligned}$$

由上式可知, 在三矢量的混合积中, a 、 b 、 c 依次轮换为正, 其中任意两个的位置对换时为负。

三矢量混合积可以用行列式表出:

$$a \cdot (b \times c) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}. \quad (1.1.2)$$

1.1.2 三矢量的双重矢积

$\mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ 的结果是一个矢量, 把它记为 $\mathbf{f}$, 则

$$\mathbf{f} = \mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}).$$

在直角坐标中 $\mathbf{f}$ 的三个分量为 f_x 、 f_y 、 f_z . 由两个矢量叉乘的运算法则可得

$$\begin{aligned} f_x &= c_y (\mathbf{a} \times \mathbf{b})_z - c_z (\mathbf{a} \times \mathbf{b})_y \\ &= c_y (a_x b_y - a_y b_x) - c_z (a_z b_x - a_x b_z) \\ &= c_y a_x b_y - c_y a_y b_x - c_z a_z b_x + c_z a_x b_z + a_x b_z c_x - a_x b_x c_x \\ &= a_x (b_z c_y + b_y c_z) - b_x (c_z a_x + c_y a_y + c_z a_z) \\ &= a_x (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) - b_x (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}). \end{aligned}$$

同理可得

$$\begin{aligned} f_y &= a_y (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) - b_y (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}), \\ f_z &= a_z (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) - b_z (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}). \end{aligned}$$

由以上的结果可以得到一个重要的关系

$$\mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{a} (\mathbf{c} \cdot \mathbf{b}) - \mathbf{b} (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a}).$$

可见, 三个矢量的双重矢积可以写为两项之差, 第一项为括号中的第一个矢量乘以其余两个矢量的数性积, 第二项为括号中的第二个矢量乘以其余两个矢量的数性积。

§ 1.2 矢量分析引言

如果在某一个区域中, 每一点都有一个物理量的值相对应, 我们可以用空间点函数来描述物理量在该区域中的分布。数学上, 把描述区域中物理量的分布的空间点函数叫做场。如果区域中存在着多种类型的物理量, 则该区域存在着多种类型的场。如

果物理量是标量,叫做标量场,例如气体中的温度场。如果物理量是矢量,则叫做矢量场,例如流体中的速度场。一般情况下,物理量不仅是空间坐标的函数,而且还是时间的函数。所以,标量场一般表示为 $U(x, y, z, t)$ 或 $U(x, t)$ 。矢量场表示为 $A(x, y, z, t)$ 或 $A(x, t)$ 。 x 是坐标原点到观察点的矢径。

场的特性受物理学基本定律的支配。在数学形式上,这些定律一般都可以表示成三个空间坐标和时间的微分方程,这些微分方程把我们关心的场在某一给定点上的特性与该点上其它场和场源联系起来。从数学观点看,场的空间基本特性是指它们在三维空间的三阶导数的特性,这些特性由梯度、旋度和散度来描述。下面将详细讨论它们的定义和基本特性。

§ 1.3 标量场的梯度

标量场 $U(x, t)$ 随时间的变化特性可以用 $U(x, t)$ 对时间的微商表示,同样 $U(x, t)$ 随空间位置变化的特性可以用 $U(x, t)$ 随空间坐标的微商来表示。如果我们仅考虑某一特定时刻 $U(x, t)$ 随空间位置变化的情况,求微商时可把 t 视为常量。若标量场的分布不随时间变化,则为稳定的标量场,用 $U(x)$ 表示。以下讨论如何描述 $U(x)$ 随位置变化的特性,并由此引入描述标量场特性的基本量——梯度。

1.3.1 标量场的等值面

一般情况下, $U(x)$ 的值逐点变化,但总可以找到一些曲面族,在每一个曲面上, $U(x)$ 为常量,即 $U(x) = C$ (C 为常

量) 这些曲面叫做等值面。它们可以形象地描述标量场的变化。例如一个静止点电荷产生的静电场, 其标势 $U(\mathbf{x})$ 的等值面是一系列以点电荷为心的球面。

1.3.2 方向导数

为了定量地描述标量场的分布, 需要考察 $U(\mathbf{x})$ 场中任意一点处的邻域内, $U(\mathbf{x})$ 沿任一方向的变化情况。如图 1-2 所示, U 和 $U + dU$ 为两个相邻的等值面, P_0 为等值面 U 上的任意一点, 从 P_0 出发沿着任意方向 l 作一位移 dl , dl 与等值面 $U + dU$ 的交点为 P_1 , 即 $dl = \overline{P_0 P_1}$, dU 即为 $U(\mathbf{x})$ 从 P_0 沿 dl 到 P_1 的增量。

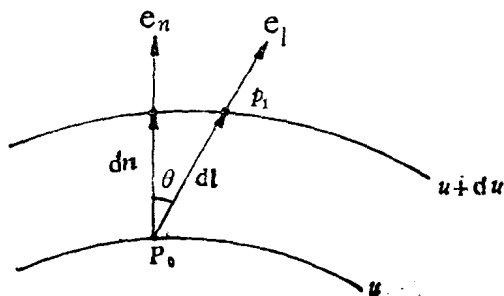


图 1-2

我们称偏导数

$$\left. \frac{\partial U}{\partial l} \right|_{P_0} = \lim_{P_1 \rightarrow P_0} \frac{U(P_1) - U(P_0)}{\overline{P_0 P_1}}$$

为标量函数 $U(\mathbf{x})$ 在 P_0 处沿 dl 方向的方向导数。由此可知, 方向导数是标量函数 $U(\mathbf{x})$ 在任意一点处沿着某一方向对距离的变化率。它的数值与 P_0 的位置有关; 对于给定的点, 方向导数与所取的方向 l 有关, 但它是标量而不是矢量。

1.3.3 标量场的梯度

由场中任一点 P_0 出发, 可以有无穷多个不同方向的 $d\mathbf{l}$, 所以 $U(\mathbf{x})$ 在某点的方向导数有无穷多个. 但我们注意到, 沿等值面法线方向的方向导数具有特殊的意义. 由于从 P_0 点出发沿等值面法线方向到等值面 $U + dU$ 的位移 dn 与 $d\mathbf{l}$ 以下的关系

$$dn = dl \cos \theta,$$

θ 是 dn 与 $d\mathbf{l}$ 的夹角, 如图1-2所示. 因此, 沿任意方向的方向导数与沿法线方向的方向导数有以下关系

$$\frac{\partial U}{\partial l} = \frac{\partial U}{\partial n} \cos \theta.$$

由上式可以看出, 沿任意方向的方向导数可以表示为某一矢量在该方向的投影. 这个矢量沿等值面的法线方向, 其量值等于沿法线方向的方向导数. 我们称这个矢量为标量场 $U(\mathbf{x})$ 的梯度, 记作

$$\text{grad} U = \frac{\partial U}{\partial n} \mathbf{e}_n. \quad (1.3.3)$$

$\mathbf{e}_n$ 为等值面法线方向的单位矢量, 指向 $U(\mathbf{x})$ 增加的方向. 由(1.3.2)和(1.3.3)可以看出方向导数与梯度有以下关系

$$\frac{\partial U}{\partial l} = \frac{\partial U}{\partial n} \cos \theta = \frac{\partial U}{\partial n} \mathbf{e}_n \cdot \mathbf{e}_l = \text{grad} U \cdot \mathbf{e}_l. \quad (1.3.4)$$

$\mathbf{e}_l$ 为 $d\mathbf{l}$ 方向的单位矢量.

由(1.3.3)可以看出, 标量场的梯度具有以下特性:

(1) 标量场的梯度是一个矢量, 其方向沿等值面法线指向 $U(\mathbf{x})$ 增加的方向.

(2) 在场中任一点 p 处标量场梯度的数值等于 $U(\mathbf{x})$ 沿法线方向的方向导数, 它是该点方向导数的最大值.