电动力学

张茂柏　车士琦

四川教育出版社

电 动 力 学

张茂柏　　车士琦

四 川 教 育 出 版 社
一九八八年十二月·成都

责任编辑：陈卫平
封面设计：韩建勇
版面设计：顾求实

电动力学 张茂柏 车士琦 著

四川教育出版社出版 （成都盐道街三号）
四川省新华书店发行 自贡新华印刷厂印刷

开本850×1168毫米 1/32 印张11.125 插页4 字数270千
1988年12月第一版 1988年12月第一次印刷
印数：1—2370册

ISBN7—5408—0698—2/G·690 定价：3.60元

前言

编者在教学实践中，深感适合成人高师的电动力学教材太少．根据我们的认识，这种教材应反应师范特点和成人特点，力求做到内容取舍恰当；知识线索清楚，说理明白，深入浅出；突出基本规律、基本概念和方法的分析；数学推导尽可能详细，典型例题适当多一些；能紧密结合普通物理电磁学和有关的问题；便于自学.基于以上认识,我们编写了这本书。

本书共七章，内容与原教育部颁发的《中学教师进修高等师范本科物理专业教学大纲》电动力学部分大体一致，略有增删．本书可作为教育学院、函大、电大、夜大等有关专业的电动力学教材或参考书，亦可作为普通高等师范院校本科及专科有关专业的教学参考书．

由于编者水平所限，编写的时间仓促，书中缺点、错误在所难免．我们热切地希望本书的读者批评指正。

编者　1987.9

目 录

第七章 狭义相对论

第一章 数学准备知识

描述电磁场的基本物理量是电场强度E和磁感应强度B，一般情况下，E和B随空间位置和时间而变化．研究E和B的变化规律是电动力学的基本任务．从数学的观点看，E和B是空间坐标和时间的函数，故一般可表示为E（x，y，z，t）和B（x，y，z，t）．矢量代数和矢量分析是描述和研究这类函数的基本工具，所以，掌握矢量代数和矢量分析的基本概念和方法是学好电动力学的必备条件．研究电磁场的数学方法在现代物理学的许多方面都是重要的．

§1.1 三个矢量的乘积

矢量的乘积包括两个矢量的数性积（或称点积），两个矢量的矢性积（或称叉积），三个矢量的混合积和三个矢量的双重矢积等．读者一般对前面两种运算比较熟悉，在此我们只介绍三个矢量的乘积．

1.1.1　三矢量的混合积

$\mathbf{c}\cdot(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$是点积和叉积的混合运算，其结果是一个标量．如图1-1所示，$\mathbf{a}\times\mathbf{b}$的数值$ab\sin\theta$等于由$a$和$b$构成的平行四边形的面积，而

$\mathbf{c}\cdot(\mathbf{a}\times\mathbf{b})=|\mathbf{c}||\mathbf{a}\times\mathbf{b}|\cos\phi$其中$|\mathbf{c}|\cos\phi$等于平行六面体的高，因此$\mathbf{c}\cdot(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$等于以a、b、c为边的平行六面体的体积．同理$\mathbf{b}\cdot(\mathbf{c}\times\mathbf{a})$，$\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{c})$都等于同一个平行六面体的体积，所以有

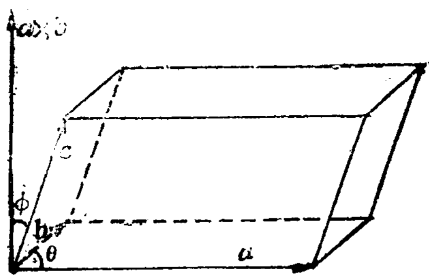

图 1—1

$$\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=\mathbf{b}\cdot(\mathbf{c}\times\mathbf{a})=\mathbf{c}\cdot(\mathbf{a}\times\mathbf{b}).$$

因为在矢性积中，两个矢量交换位置时其结果出现一个负号，所以

$$\begin{aligned}\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{c})&=\mathbf{b}\cdot(\mathbf{c}\times\mathbf{a})=\mathbf{c}\cdot(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\\&=-\mathbf{a}\cdot(\mathbf{c}\times\mathbf{b})=-\mathbf{b}\cdot(\mathbf{a}\times\mathbf{c})\\&=-\mathbf{c}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{a}).\end{aligned}\qquad(1.1.1)$$

由上式可知，在三矢量的混合积中，a、b、c依次轮换为正，其中任意两个的位置对换时为负．

三矢量混合积可以用行列式表出：

$$\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c_z\end{vmatrix}.\qquad(1.1.2)$$

1.1.2 三矢量的双重矢积

$\mathbf{c}\times(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$ 的结果是一个矢量，把它记为$\mathbf{f}$，则

$$\mathbf{f}=\mathbf{c}\times(\mathbf{a}\times\mathbf{b}).$$

在直角坐标中$\mathbf{f}$的三个分量为f_x、f_y、f_z.由两个矢量叉乘的运算法则可得

$$\begin{aligned}f_x&=c_y(\mathbf{a}\times\mathbf{b})_z-c_z(\mathbf{a}\times\mathbf{b})_y\\&=c_y(a_xb_y-a_yb_x)-c_z(a_zb_x-a_xb_z)\\&=c_ya_xb_y-c_ya_yb_x-c_za_zb_x+c_za_xb_z+a_xb_xc_x-a_xb_xc_x\\&=a_x(b_xc_x+b_yc_y+b_zc_z)-b_x(c_xa_x+c_ya_y+c_za_z)\\&=a_x(\mathbf{b}\cdot\mathbf{c})-b_x(\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}).\end{aligned}$$

同理可得

$$f_y=a_y(\mathbf{b}\cdot\mathbf{c})-b_y(\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}).$$

$$f_z=a_z(\mathbf{b}\cdot\mathbf{c})-b_z(\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}).$$

由以上的结果可以得到一个重要的关系

$$\mathbf{c}\times(\mathbf{a}\times\mathbf{b})=\mathbf{a}(\mathbf{c}\cdot\mathbf{b})-\mathbf{b}(\mathbf{c}\cdot\mathbf{a}).$$

可见，三个矢量的双重矢积可以写为两项之差，第一项为括号中的第一个矢量乘以其余两个矢量的数性积，第二项为括号中的第二个矢量乘以其余两个矢量的数性积.

§1.2 矢量分析引言

如果在某一个区域中，每一点都有一个物理量的值相对应，我们可以用空间点函数来描述物理量在该区域中的分布. 数学上，把描述区域中物理量的分布的空间点函数叫做场. 如果区域中存在着多种类型的物理量，则该区域存在着多种类型的场. 如

果物理量是标量，叫做标量场，例如气体中的温度场. 如果物理量是矢量，则叫做矢量场，例如流体中的速度场. 一般情况下，物理量不仅是空间坐标的函数，而且还是时间的函数. 所以，标量场一般表示为$U(x, y, z, t)$或$U(\mathbf{x}, t)$. 矢量场表示为$\mathbf{A}(x, y, z, t)$或$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$. $\mathbf{x}$是坐标原点到观察点的矢径.

场的特性受物理学基本定律的支配. 在数学形式上，这些定律一般都可以表示成三个空间坐标和时间的微分方程，这些微分方程把我们关心的场在某一给定点上的特性与该点上其它场和场源联系起来. 从数学观点看，场的空间基本特性是指它们在三维空间的三维导数的特性，这些特性由梯度、旋度和散度来描述. 下面将详细讨论它们的定义和基本特性.

§1.3 标量场的梯度

标量场$U(\mathbf{x}, t)$随时间的变化特性可以用$U(\mathbf{x}, t)$对时间的微商表示，同样$U(\mathbf{x}, t)$随空间位置变化的特性可以用$U(\mathbf{x}, t)$随空间坐标的微商来表示. 如果我们仅考虑某一特定时刻$U(\mathbf{x}, t)$随空间位置变化的情况，求微商时可把t视为常量. 若标量场的分布不随时间变化，则为稳定的标量场，用$U(\mathbf{x})$表示. 以下讨论如何描述$U(\mathbf{x})$随位置变化的特性，并由此引入描述标量场特性的基本量——梯度.

1.3.1 标量场的等值面

一般情况下，$U(\mathbf{x})$的值逐点变化，但总可以找到一些曲面族，在每一个曲面上，$U(\mathbf{x})$为常量，即$U(\mathbf{x})=C$（C为常

量）这些曲面叫做等值面．它们可以形象地描述标量场的变化．例如一个静止点电荷产生的静电场，其标势U（x）的等值面是一系列以点电荷为心的球面。

1.3.2 方向导数

为了定量地描述标量场的分布，需要考察U（x）场中任意一点处的邻域内，U(x)沿任一方向的变化情况．如图1-2所示，U和$U+dU$为两个相邻的等值面，P_0为等值面U上的任意一点，从P_0出发沿着任意方向l作一位移dl，dl与等值面$U+dU$的交点为P_1即$dl=\overline{P_0P_1}$，dU即为U（x）从P_0沿dl到P_1的增量．

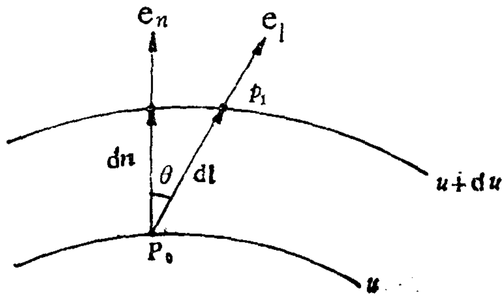

图 1—2

我们称偏导数

$$\left.\frac{\partial U}{\partial l}\right|_{P_0}=\lim_{P_1\to P_0}\frac{U(P_1)-U(P_0)}{\overline{P_0P_1}}$$

为标量函数U（x）在P_0处沿dl方向的方向导数．由此可知，方向导数是标量函数U(x)在任意一点处沿着某一方向对距离的变化率．它的数值与P_0的位置有关；对于给定的点，方向导数与所取的方向l有关，但它是标量而不是矢量．

1.3.3 标量场的梯度

由场中任一点P_0出发，可以有无穷多个不同方向的dl，所以$U(x)$在某点的方向导数有无穷多个．但我们注意到，沿等值面法线方向的方向导数具有特殊的意义．由于从P_0点出发沿等值面法线方向到等值面$U+dU$的位移dn与dl有以下的关系

$$dn = dl\cos\theta.$$

θ是dn与dl的夹角，如图1-2所示．因此，沿任意方向的方向导数与沿法线方向的方向导数有以下关系

$$\frac{\partial U}{\partial l} = \frac{\partial U}{\partial n}\cos\theta.$$

由上式可以看出，沿任意方向的方向导数可以表示为某一矢量在该方向的投影．这个矢量沿等值面的法线方向，其量值等于沿法线方向的方向导数．我们称这个矢量为标量场$U(x)$的梯度，记作

$$\text{grad}U = \frac{\partial U}{\partial n}\mathbf{e}_n. \qquad (1.3.3)$$

$\mathbf{e}_n$为等值面法线方向的单位矢量，指向$U(x)$增加的方向．由（1.3.2）和（1.3.3）可以看出方向导数与梯度有以下关系

$$\frac{\partial U}{\partial l} = \frac{\partial U}{\partial n}\cos\theta = \frac{\partial U}{\partial n}\mathbf{e}_n\cdot\mathbf{e}_l = gradU\cdot\mathbf{e}_l. \qquad (1.3.4)$$

$\mathbf{e}_l$为dl方向的单位矢量．

由（1.3.3）可以看出，标量场的梯度具有以下特性：

（1）标量场的梯度是一个矢量，其方向沿等值面法线指向$U(x)$增加的方向．

（2）在场中任一点p处标量场梯度的数值等于$U(x)$沿法线方向的方向导数，它是该点方向导数的最大值．